중학교

수학 1







지학사

머리말

"수학은
보이지 않는 것을
볼 수 있게 만든다."

| 케이드 데블린 |

우리는 주변의 여러 현상과 상황 속에서 수, 도형, 자료, 또 이들 사이의 관계와 변화를 다루는 수학을 만납니다. 수학의 언어는 보이지 않는 것을 볼 수 있게 해 줍니다. 건축 설계 및 시공, 운동과 변화 등 일상과 활동에서, 때로 무질서하게 보이는 현상과 방대한 자료 속에서 수학의 언어는 상황을 해석하고 설명하며 문제를 해결할 수 있게 하는 중요한 도구입니다. 최근 주목받고 있는 인공지능(AI)의 기계 학습이나 딥러닝을 위한 프로그램도 알고리즘 등 수학적 언어 발달이 이뤄낸 결과입니다.

수학은 문제 해결을 위해 고안된 학문으로, 학교에서 학습하는 수학은 우리의 생활과 밀접한 관계가 있습니다. 수학의 언어는 만국 공통이며 새로운 언어를 사용하려면 문법을 학습해야 하듯이 수학의 언어 사용을 위해서도 학습이 필요합니다. 우리는 학습을 통하여 수학의 여러 분야의 용어와 기호, 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 논리적으로 사고하고 소통하며 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기를 수 있습니다.



이 교과서는 2022 개정 수학과 교육과정이 추구하는 문제 해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리 역량을 수학 교과 역량으로 설정하고, 초등학교 수학을 기반으로 여러분의 수학적 능력과 태도를 확장하고 향상해 나갈 수 있도록 저술하였습니다. 여러분들은 새로운 개념 학습을 탐구로 시작하여 수학적 언어를 익히며 지식의 발견과 이해, 기능의 습득과 활용에 참여하게 될 것입니다. 또한, 수학으로 탐험하기와 같이 자기주도적 활동을 포함하며 공학 도구의 적절한 사용으로 학습의 동기를 유발하고 실질적인 수학 탐구가 가능하도록 구성하였습니다.

이 교과서를 사용하는 여러분들이 수학의 언어로 사고하고 소통하며 수학적 역량과 창의적 인성을 갖춘 미래 사회의 주역으로 성장해 나가기를 기원합니다.

저자 일동

구성과 특징

이 교과서는 2022 개정 교육과정에 제시된 학습 내용을 충실히 반영하고, 동시에 학생들이 학습하기 쉬우면서 알차게 구성하였습니다.

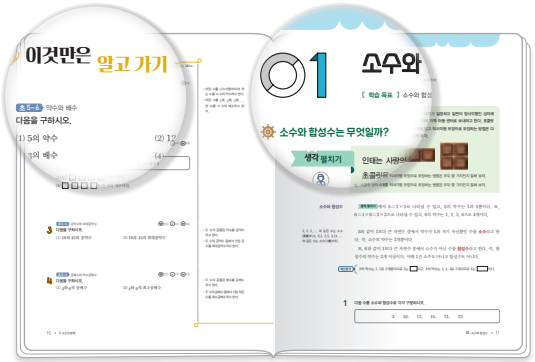
특히, 기초 소양의 함양과 생태전환 교육, 민주 시민 교육, 학생 맞춤형 교육을 도모하는 학습 방법을 제시하였고, 핵심 아이디어와 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 범주로 내용 체계를 구성하였습니다.

이와 같은 교과서의 구성을 통하여 학생 주도성 개념을 바탕으로 학생의 삶과 성장을 지원하고, 문제 해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리의 수학 교과 역량을 함양할 수 있도록 하였습니다.



〔 대단원 도입 〕

단원에서 학습해야 할 내용에 대한 대표 이미지와 설명을 통해 흥미를 유발하도록 하였습니다.
또, 초등학교에서 배운 내용과 이 단원을 학습한 이후에 배우게 될 내용에 대한 학습 연계도를 통하여 단원의 내용을 통합적으로 이해를 할 수 있습니다.

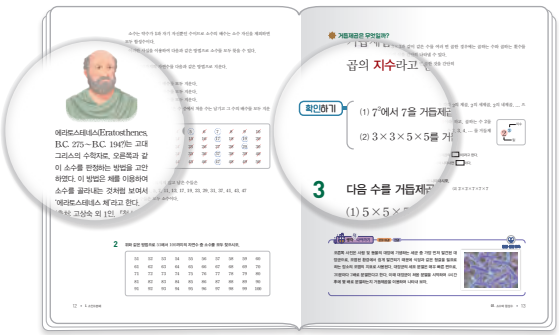


〔 이것만은 알고 가기 〕

본 단원의 도입 전에 이전에 배운 내용에 대한 선수 학습 문제를 제시하였습니다.

〔 소단원 도입 〕

생각 펼치기는 배가 항해를 시작하기 위해 돛을 펼치는 것처럼 학습을 시작하기 위해 생각을 펼친다는 의미로, 소단원 학습 내용과 관련된 실생활 주제를 제시하여 학습할 내용에 대해 관심과 흥미를 가지도록 하였습니다.

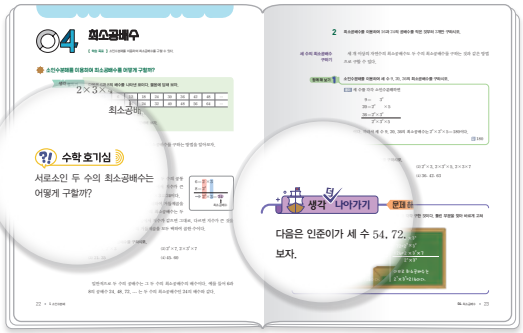


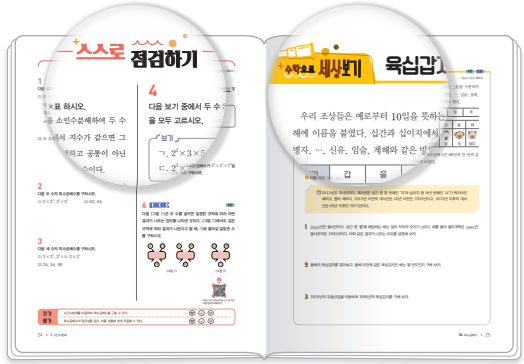
〔 본문, 보조 설명, 수학자 〕

본문에는 단원 필수 개념을 설명하고, 보조단에는 개념 이해에 필요한 보조 설명을 하였습니다. 또, 해당 단원과 관련된 수학자를 제시하였습니다.

〔 확인하기, 함께 해 보기, 문제 〕

확인하기로 학습 내용을 적용해 보고, 함께 해 보기로 대표 예제를 풀고 확인한 후에 문제를 스스로 해결함으로써 개념을 확실히 이해할 수 있습니다.





[수학 호기심]

수업 중에 궁금해할 수 있는 내용이나 추가로 더 알아야 할 내용을 직접 물어보는 식으로 제시하였습니다.

[생각 더 나아가기]

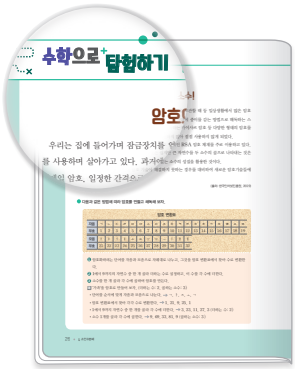
생각을 한 단계 더 나아가 단원 내용에 대한 오개념을 바로잡아 수학 교과 역량을 기를 수 있습니다.

[스스로 점검하기]

자기주도적 학습의 일환으로 소단원에서 학습한 개념을 점검하고, 스스로 해결 가능한 문제들을 제시하였습니다.

[수학으로 세상 보기]

소단원 학습 내용을 토대로 직접 활동을 하면서 수학 교과 역량을 함양할 수 있습니다.

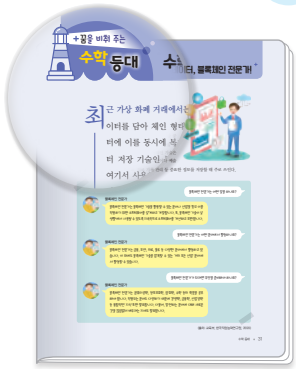


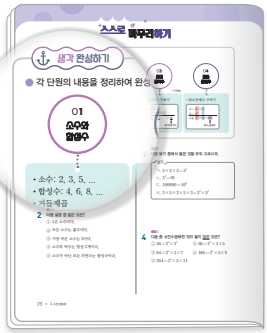
[수학으로 탐험하기]

창의적이고 자기주도가 가능한 소재로 프로젝트 수업용 활동을 제시하여 수학의 가치를 인식하고 수학 교과 역량을 함양할 수 있습니다.

[꿈을 비춰 주는 수학 등대]

진로 교육의 일환으로 해당 단원과 관련된 직업이나 분야 등을 소개하여 수학의 유용성과 가치를 생각해 볼 수 있습니다.



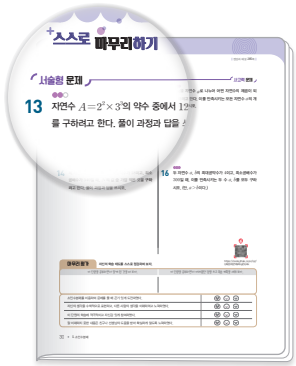


[생각 완성하기]

대단원 학습 내용을 마인드맵 형식으로 제시하여 복습하고 개념을 다시 한번 생각해 볼 수 있습니다.

[스스로 마무리하기]

자기주도적 학습의 일환으로 학습한 내용을 종합적으로 평가해 볼 수 있습니다. 또, 서술형 문제와 사고력 문제를 통해 문제 해결력을 기를 수 있습니다.



차례

Ⅰ 소인수분해

01. 소수와 합성수 11
02. 소인수분해 15
03. 최대공약수 19
04. 최소공배수 22

수학으로 탐험하기 26
스스로 마무리하기 28
꿈을 비춰 주는 수학 등대 31

Ⅱ 정수와 유리수

01. 정수와 유리수의 뜻 35
02. 정수와 유리수의 대소 관계 39
03. 정수와 유리수의 덧셈 43
04. 정수와 유리수의 뺄셈 48
05. 정수와 유리수의 곱셈 53
06. 정수와 유리수의 나눗셈 59

수학으로 탐험하기 64
스스로 마무리하기 66
꿈을 비춰 주는 수학 등대 69

Ⅲ 문자와 식

01. 문자의 사용과 식의 값 73
02. 일차식과 수의 곱셈과 나눗셈 78
03. 일차식의 덧셈과 뺄셈 83
04. 방정식과 그 해 87
05. 일차방정식의 풀이 93

수학으로 탐험하기 100
스스로 마무리하기 102
꿈을 비춰 주는 수학 등대 105

Ⅳ 좌표평면과 그래프

01. 순서쌍과 좌표 109
02. 그래프 113
03. 정비례 120
04. 반비례 127

수학으로 탐험하기 132
스스로 마무리하기 134
꿈을 비춰 주는 수학 등대 137

V 기본 도형

01. 점, 선, 면 141
02. 각 145
03. 점, 직선, 평면의 위치 관계 150
04. 평행선의 성질 157
05. 삼각형의 작도 161
06. 삼각형의 합동 170

수학으로 탐험하기 174
스스로 마무리하기 176
꿈을 비춰 주는 수학 등대 179

VI 평면도형의 성질

01. 다각형의 내각과 외각 183
02. 다각형의 내각의 크기의 합 186
03. 다각형의 외각의 크기의 합 190
04. 원과 부채꼴 194
05. 부채꼴의 호의 길이와 넓이 198

수학으로 탐험하기 202
스스로 마무리하기 204
꿈을 비춰 주는 수학 등대 207

VII 입체도형의 성질

01. 다면체 211
02. 회전체 217
03. 기둥의 겉넓이와 부피 221
04. 뿔의 겉넓이와 부피 227
05. 구의 겉넓이와 부피 233

수학으로 탐험하기 238
스스로 마무리하기 240
꿈을 비춰 주는 수학 등대 243

VIII 자료와 문제 해결

01. 대푯값 247
02. 줄기와 잎 그림 253
03. 도수분포표 257
04. 히스토그램과 도수분포다각형 261
05. 상대도수와 그 그래프 267
06. 통계적 문제 해결 272

수학으로 탐험하기 276
스스로 마무리하기 278
꿈을 비춰 주는 수학 등대 281

부록

• 정답과 해설 282
• 찾아보기 318
• 사진·인용 자료 출처 319

I

소인수분해

01 소수와 합성수

02 소인수분해

03 최대공약수

04 최소공배수



| 배운 내용 |

초5~6

- 약수와 배수

| 이어질 내용 |

중2

- 유리수와 순환소수
- 식의 계산

중3

- 제곱근과 실수



소수는 자연수를 구성하는 기본 요소로서 오래전부터 연구하여 왔으며, 현대 사회에서는 암호, 통신, 컴퓨터 공학 등 다양한 분야에서 활용하고 있다. 특히 소인수분해를 이용하면 자연수의 성질과 구조를 이해하고 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

이 단원에서는 소인수분해와 이를 이용하여 최대공약수, 최소공배수를 구하는 방법을 배운다.

이것만은 알고 가기

| 정답과 해설 282쪽 |

초 5~6 약수와 배수

잘함 보통 모름

1 다음을 구하시오.

(1) 5의 약수

(2) 12의 약수

(3) 3의 배수

(4) 8의 배수

- 어떤 수를 나누어떨어지게 하는 수를 그 수의 약수라고 한다.
- 어떤 수를 1배, 2배, 3배, … 한 수를 그 수의 배수라고 한다.

초 5~6 약수와 배수의 관계

잘함 보통 모름

2 다음 식을 보고 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$8=1\times8,\ 8=2\times4,\ 8=4\times2,\ 8=8\times1$

(1) 8은 □, □, □, □의 배수이다.

(2) □, □, □, □은/는 8의 약수이다.

초 5~6 공약수와 최대공약수

잘함 보통 모름

3 다음을 구하시오.

(1) 18과 45의 공약수

(2) 18과 45의 최대공약수

- 두 수의 공통된 약수를 공약수라고 한다.
- 두 수의 공약수 중에서 가장 큰 수를 최대공약수라고 한다.

초 5~6 공배수와 최소공배수

잘함 보통 모름

4 다음을 구하시오.

(1) 4와 6의 공배수

(2) 4와 6의 최소공배수

- 두 수의 공통된 배수를 공배수라고 한다.
- 두 수의 공배수 중에서 가장 작은 수를 최소공배수라고 한다.

01 소수와 합성수

[학습 목표] 소수와 합성수의 뜻을 알고, 이를 구분할 수 있다.

소수와 합성수는 무엇일까?

생각 펼치기

인성 교육

인태는 사랑의 초콜릿 나눔 봉사 활동에서 크기가 일정하고 밑면이 정사각형인 상자에 초콜릿을 하나씩 담고, 이 중 몇 개씩 포장하여 지역 아동 센터로 보내려고 한다. 초콜릿 상자 4개를 이어 붙여 가로세로를 구분하지 않고 직사각형 모양으로 포장하는 방법은 다음 그림과 같이 두 가지이다. 물음에 답해 보자.



1. 초콜릿 상자 5개를 직사각형 모양으로 포장하는 방법은 모두 몇 가지인지 말해 보자.
2. 초콜릿 상자 6개를 직사각형 모양으로 포장하는 방법은 모두 몇 가지인지 말해 보자.

소수와 합성수

생각 펼치기에서 $5=1\times5$로 나타낼 수 있고, 5의 약수는 1과 5뿐이다. 또, $6=1\times6=2\times3$으로 나타낼 수 있고, 6의 약수는 1, 2, 3, 6으로 4개이다.

2, 3, 5, … 와 같은 수는 소수(素數)이고, 0.1, 2.5, 3.14, … 와 같은 수는 소수(小數)이다.

5와 같이 1보다 큰 자연수 중에서 약수가 1과 자기 자신뿐인 수를 **소수**라고 한다. 즉, 소수의 약수는 2개뿐이다.

또, 6과 같이 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수를 **합성수**라고 한다. 즉, 합성수의 약수는 3개 이상이다. 이때 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

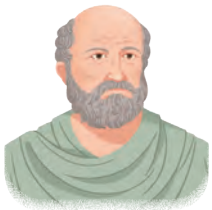
확인하기 2의 약수는 1, 2로 2개뿐이므로 2는 ☐이고, 4의 약수는 1, 2, 4로 3개이므로 4는 ☐이다.

1 다음 수를 소수와 합성수로 각각 구분하시오.

3, 10, 13, 16, 21, 23

소수는 약수가 1과 자기 자신뿐인 수이므로 소수의 배수는 소수 자신을 제외하면 모두 합성수이다.

이러한 사실을 이용하여 다음과 같은 방법으로 소수를 모두 찾을 수 있다.



에라토스테네스(Eratosthenes, B.C. 275~B.C. 194?)는 고대 그리스의 수학자로, 오른쪽과 같이 소수를 판정하는 방법을 고안하였다. 이 방법은 체를 이용하여 소수를 골라내는 것처럼 보여서 '에라토스테네스 체'라고 한다.
(출처: 고상숙 외 1인, 『청소년을 위한 서양수학사』)

1에서 50까지의 자연수를 다음과 같은 방법으로 지운다.

❶ 1을 지운다.

❷ 2는 남기고 2의 배수를 모두 지운다.

❸ 3은 남기고 3의 배수를 모두 지운다.

❹ 5는 남기고 5의 배수를 모두 지운다.

❺ 이와 같은 방법으로 남은 수 중에서 처음 수는 남기고 그 수의 배수를 모두 지운다.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

위 과정에서 지워지지 않고 남은 수들은

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

이고 이 수들은 모두 소수이다.

2 **위와 같은 방법으로 51에서 100까지의 자연수 중 소수를 모두 찾으시오.**

51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

거듭제곱은 무엇일까?

거듭제곱

$3\times3\times3$과 같이 같은 수를 여러 번 곱한 경우에는 곱하는 수와 곱하는 횟수를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.

예를 들어 2를 여러 번 곱한 것을 간단히

$2\times2=2^2$

$2\times2\times2=2^3$

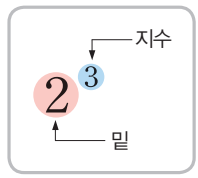
$2\times2\times2\times2=2^4$

$\vdots$

과 같이 나타내고 2^2, 2^3, 2^4, … 을 각각 2의 제곱, 2의 세제곱, 2의 네제곱, … 으로 읽는다.

$2^1=2$로 생각한다.

이때 이들을 통틀어 2의 **거듭제곱**이라 하고, 곱하는 수 2를 거듭제곱의 **밑**, 곱한 횟수를 나타내는 수 2, 3, 4, … 를 거듭제곱의 **지수**라고 한다.



확인하기

(1) 7^2에서 7을 거듭제곱의 □, 2를 거듭제곱의 □(이)라고 한다.

(2) $3\times3\times5\times5$를 거듭제곱을 이용하여 나타내면 □이다.

3 다음 수를 거듭제곱을 이용하여 나타내시오.

(1) $5\times5\times5$ (2) $2\times2\times7\times7\times7$

더 생각 나아가기 문제 해결 연결

안전·건강 교육

오른쪽 사진은 사람 및 동물의 대장에 기생하는 세균 중 가장 먼저 발견된 대장균으로, 오염된 환경에서 쉽게 발견되기 때문에 식당과 같은 청결을 필요로 하는 장소의 오염의 지표로 사용된다. 대장균의 세포 분열은 매우 빠른 편으로, 20분마다 2배로 분열한다고 한다. 이때 대장균이 처음 분열을 시작하여 4시간 후에 몇 배로 분열하는지 거듭제곱을 이용하여 나타내 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 282쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 1보다 큰 자연수 중에서 약수가 1과 자기 자신뿐인 수를 [ ](이)라고 한다.

(2) 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수를 [ ](이)라고 한다.

(3) 2^2, 2^3, 2^4, … 을 통틀어 2의 [ ](이)라 하고, 곱하는 수 2를 거듭제곱의 [ ], 곱한 횟수를 나타내는 수 2, 3, 4, … 를 거듭제곱의 [ ](이)라고 한다.

2

다음 수 중에서 아래에 해당하는 수를 모두 찾으시오.

1, 2, 5, 8, 11, 17, 24, 27

(1) 소수

(2) 합성수

(3) 소수도 합성수도 아닌 수

3

다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $2\times3=2^3$

ㄴ. $5\times5\times5\times5=5^4$

ㄷ. $7\times7\times7=3^7$

ㄹ. $2\times2\times3\times3\times3\times5=2^2\times3^3\times5$

4

다음 조건을 모두 만족시키는 자연수를 모두 구하시오.

(가) 약수의 개수는 2이다.

(나) 30보다 크고 50보다 작은 자연수이다.

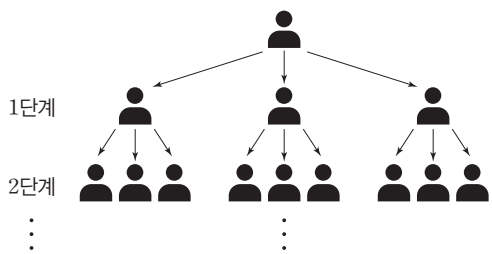
5

1 이상 50 미만의 자연수 중 가장 작은 소수와 가장 큰 합성수의 합을 구하시오.

6

실생활 추론

동윤이는 누리소통망에 용기와 희망의 댓글을 남기는 캠페인에 참여하기로 하였다. 1단계에서는 1명이 다른 3명에게, 2단계에서는 3명이 각각 또 다른 3명에게 댓글을 남기는 방식으로 진행될 때, 5단계에서는 누리소통망에 몇 개의 댓글이 남게 되는지 거듭제곱을 이용하여 나타내시오. (단, 한 사람에게는 한 개의 댓글만 남긴다.)



https://code.jihak.co.kr/qr/ETi07eQOnQuLINS2

자기 평가		
	소수와 합성수의 뜻을 알고, 이를 구분할 수 있다.	
	다양한 상황 속에서 소수와 합성수의 필요성을 알 수 있다.	

02 소인수분해

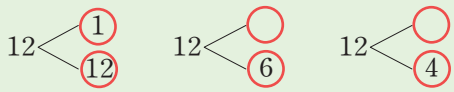
[학습 목표] 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.

소인수분해는 어떻게 할까?

생각 펼치기

다음은 12를 두 자연수의 곱으로 나타내는 과정이다. 물음에 답해 보자.

1. ◯ 안에 알맞은 자연수를 써넣어 보자.



2. 12의 약수를 구하고, 그중 소수인 것을 모두 말해 보자.

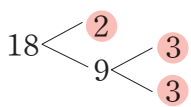
소인수분해

생각 펼치기에서 12의 약수 1, 2, 3, 4, 6, 12를 12의 인수라고도 한다. 특히, 2, 3은 소수이면서 12의 인수이다. 이와 같이 소수인 인수를 **소인수**라고 한다.

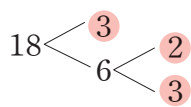
자연수의 약수를 인수라고도 한다.

한편, 12를 소인수들만의 곱으로 나타내면 $12=2\times2\times3=2^2\times3$이다. 이와 같이 1보다 큰 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 **소인수분해**한다고 한다.

예를 들어 18을 소인수분해하면 다음과 같다.



$18=2\times3\times3=2\times3^2$



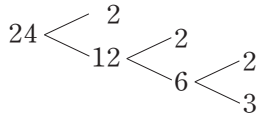
$18=3\times2\times3=2\times3^2$

이때 18을 어떤 방법으로 소인수분해하여도 그 결과는 2×3^2으로 모두 같다.

일반적으로 어떤 자연수를 소인수분해한 결과는 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.

함께 해 보기 1 24를 소인수분해하시오.

풀이 $24=2\times12$
$=2\times2\times6$
$=2\times2\times2\times3$
$=2^3\times3$



$2)\underline{24}$
$2)\underline{12}$
$2)\underline{\ 6}$
$\ \ 3$

답 $24=2^3\times3$

1 다음 수를 소인수분해하시오.

(1) 27 (2) 36 (3) 48 (4) 56

소인수분해를 이용하여 약수 구하기

소인수분해를 이용하면 자연수의 약수를 모두 구할 수 있다.

예를 들어 28을 소인수분해하면 $2^2 \times 7$이다. 이를 이용하여 다음과 같은 방법으로 약수를 모두 구할 수 있다.

2^2의 약수 | 7의 약수 | 28의 약수

$1 \begin{cases} 1 \rightarrow 1 \times 1 = 1 \\ 7 \rightarrow 1 \times 7 = 7 \end{cases}$

$2 \begin{cases} 1 \rightarrow 2 \times 1 = 2 \\ 7 \rightarrow 2 \times 7 = 14 \end{cases}$

$2^2 \begin{cases} 1 \rightarrow 2^2 \times 1 = 4 \\ 7 \rightarrow 2^2 \times 7 = 28 \end{cases}$

2^2의 약수 \ 7의 약수	1	7
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 7 = 7$
2	$2 \times 1 = 2$	$2 \times 7 = 14$
2^2	$2^2 \times 1 = 4$	$2^2 \times 7 = 28$

따라서 28의 약수는 1, 2, 4, 7, 14, 28이다.

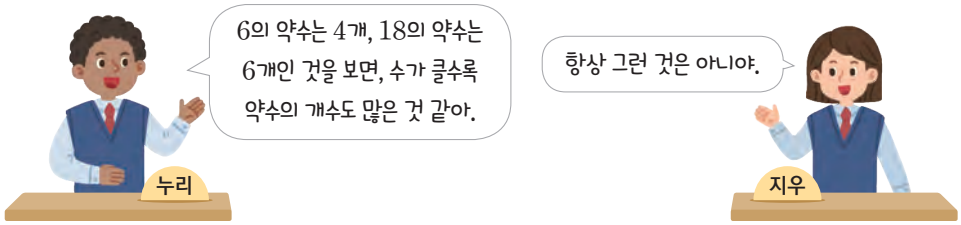
이와 같이 28의 약수는 2^2의 약수와 7의 약수 중에서 하나씩 골라 서로 곱하여 구할 수 있다.

2 소인수분해를 이용하여 다음 자연수의 약수를 모두 구하시오.

(1) $2^2 \times 5$ (2) $3^2 \times 7$ (3) 21 (4) 72

더 생각 나아가기 문제 해결 추론 의사소통

다음 두 학생의 대화를 읽고, 지우의 대답에 대한 예를 들어 보자. 그리고 친구들과 이야기해 보자.



스스로 점검하기

| 정답과 해설 283쪽 |

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 자연수의 약수 중에서 소수인 수를 [ ](이)라고 한다.

(2) 1보다 큰 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 [ ]한다고 한다.

2

다음 수 중에서 84의 소인수를 모두 찾으시오.

2, 3, 5, 7, 9, 12, 21

3

다음 수를 소인수분해하시오.

(1) 24 (2) 40

(3) 75 (4) 98

4

소인수분해를 이용하여 다음 자연수의 약수를 모두 구하시오.

(1) 2^5 (2) $3^2 \times 5^2$

(3) 52 (4) 80

5

$\frac{108}{\square}$이 자연수가 될 때, □ 안에 알맞은 두 자리 자연수를 모두 구하시오.

6

단계형 문제 추론

$28 \times \square$이/가 어떤 자연수의 제곱일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 28을 소인수분해하시오.

(2) □ 안에 알맞은 가장 작은 자연수를 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/CWwYdlVXW0AdBygy

자기 평가		
	소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.	
	소인수분해의 필요성을 알고 이를 상황에 맞게 적용할 수 있다.	

+수학으로 세상보기

소인수분해 게임

추론 의사소통

| 정답과 해설 283쪽 |

● 소인수분해를 이용하여 친구와 다음 방법에 따라 게임을 해 보자. [준비물: 직사각형 9개로 이루어진 직사각형 모양 게임판, 소수 2, 3, 5, 7, 11, 13이 적혀 있는 정육면체 모양 주사위 1개]

게임 방법

1 게임판의 각 칸에 9개의 수를 적는다.

2 주사위 1개를 던져 나오는 수를 소인수로 가지는 수를 게임판에 적은 수 중에서 하나만 골라 그 밑에 적는다.

예 주사위를 던져 2가 나왔다면 2를 소인수로 가지는 수 10, 22, 6, 18, 20 중에서 하나만 골라 그 밑에 적는다.

35	10 2	21
22	15	39
6	18	20

3 2의 과정을 몇 번 반복한 뒤, 밑에 적힌 수들을 곱하였을 때 위의 수가 나오면 그 수를 지운다. (단, 주사위를 던져 나온 수를 인수로 가지는 수가 더 이상 없는 경우에는 주사위를 다시 던진다.)

예 2의 과정을 반복하여 차례대로 3, 5가 나왔다면 각각을 인수로 가지는 수 밑에 적는다. 여기서 10의 밑에 5를 적으면 먼저 적혀 있던 2와 곱하여 10이 되므로 10을 지울 수 있다.

35	~~10~~ 2×5	21
22	15	39
6	18 3	20

4 가로, 세로, 대각선 중 한 줄에 있는 세 수를 모두 먼저 지우는 사람이 이긴다.

1 다음 그림과 같이 주어진 사각형으로 위의 방법에 따라 친구들과 게임을 해 보자.

6	12	35
30	20	5
39	9	22

2 다음 그림의 빈칸에 9개의 수를 적은 뒤, 위의 방법에 따라 친구들과 게임을 해 보자.

03 최대공약수

[학습 목표] 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.

소인수분해를 이용하여 최대공약수를 어떻게 구할까?

생각 펼치기

다음은 24와 30의 약수를 나타낸 표이다. 물음에 답해 보자.

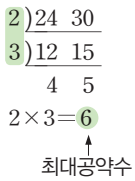
24의 약수	1	2	3	4	6	8	12	24
30의 약수	1	2	3	5	6	10	15	30

1. 24와 30을 각각 소인수분해해 보자.

2. 24와 30의 최대공약수를 소인수분해해 보자.

소인수분해를 이용하여 최대공약수 구하기

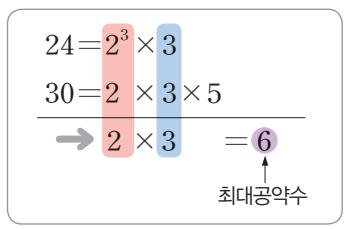
소인수분해를 이용하여 두 수의 최대공약수를 구하는 방법을 알아보자.



두 수 24와 30을 각각 소인수분해하면

$24=2^3\times3,\ 30=2\times3\times5$

이다. 이때 두 수 24와 30의 최대공약수는 두 수의 공통인 소인수 2의 거듭제곱인 2^3과 2 중에서 지수가 작은 2와 지수가 같은 공통인 소인수 3을 곱한 $2\times3=6$이다.



이와 같이 두 수를 각각 소인수분해하여 거듭제곱을 사용한 꼴로 나타내었을 때, 두 수의 최대공약수는 두 수의 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 지수가 작은 것을 택하여 곱한 수이다.

1 다음 두 수의 최대공약수를 구하시오.

(1) $3\times5^2,\ 2\times5^3\times7$

(2) $2^2\times3^2,\ 2\times3^3$

(3) 12, 16

(4) 36, 42

일반적으로 두 수의 공약수는 그 두 수의 최대공약수의 약수이다. 예를 들어 24와 30의 공약수인 1, 2, 3, 6은 두 수의 최대공약수인 6의 약수와 같다.

서로소

3과 8의 최대공약수는 1이다. 이와 같이 최대공약수가 1인 두 자연수를 **서로소**라고 한다.

2 다음 중에서 두 수가 서로소인 것을 모두 찾으시오.

(1) 8, 13 (2) 12, 22

(3) 17, 31 (4) 21, 35

세 수의 최대공약수 구하기

세 개 이상의 자연수의 최대공약수도 두 수의 최대공약수를 구하는 것과 같은 방법으로 구할 수 있다.

함께 해 보기 1 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 36, 60의 최대공약수를 구하시오.

풀이 세 수를 각각 소인수분해하면

$$\begin{aligned} 24&=2^3\times 3\\ 36&=2^2\times 3^2\\ 60&=2^2\times 3\times 5\end{aligned}$$

$$2^2\times 3$$

이다. 따라서 세 수 24, 36, 60의 최대공약수는 $2^2\times 3=12$이다.

답 12

3 다음 세 수의 최대공약수를 구하시오.

(1) $2^2\times 3$, 2×3^3, $2\times 3^2\times 5$ (2) $2^3\times 3\times 5$, $2^2\times 3^2$, $2^2\times 3\times 7^2$

(3) 30, 45, 75 (4) 36, 54, 90

더 생각 나아가기 문제 해결 추론

다음 두 학생의 대화를 읽고, 이안이의 질문에 대한 자신의 생각을 친구들과 이야기해 보자.



스스로 점검하기

| 정답과 해설 283쪽 |

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

(1) 두 수의 최대공약수는 두 수를 소인수분해하여 두 수의 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 지수가 큰 것을 택하여 곱한 수이다.

( )

(2) 최대공약수가 1인 두 자연수를 서로소라고 한다.

( )

2

다음 두 수의 최대공약수를 구하시오.

(1) $2^2\times3\times5^2$, $2^3\times3^2\times5$

(2) 72, 84

3

다음 중 24와 서로소인 것을 모두 찾으시오.

13, 27, 35, 51, 77

4

다음 세 수의 최대공약수를 구하시오.

(1) $2^2\times5\times7$, $2^3\times5^3\times7$, $2^2\times5^2$

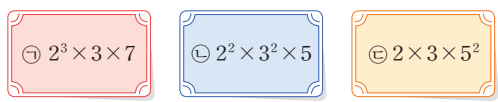
(2) 24, 36, 60

5

두 수 $3^2\times7^2$, $3^3\times7$의 공약수를 모두 구하시오.

6 창의·융합 추론

다음 3장의 카드 중 2장을 골라 카드에 적힌 두 수의 최대공약수를 구하려고 한다. 물음에 답하시오.



(1) 두 수의 최대공약수가 가장 큰 카드 2장을 고르시오.

(2) 두 수의 최대공약수가 가장 작은 카드 2장을 고르시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/jXTcm7hsQLxYMce4

자기 평가

소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.	
최대공약수의 필요성을 알고, 이를 상황에 맞게 적용할 수 있다.	

04 최소공배수

[학습 목표] 소인수분해를 이용하여 최소공배수를 구할 수 있다.

소인수분해를 이용하여 최소공배수를 어떻게 구할까?

생각 펼치기

다음은 6과 8의 배수를 나타낸 표이다. 물음에 답해 보자.

6의 배수	6	12	18	24	30	36	42	48	…
8의 배수	8	16	24	32	40	48	56	64	…

1. 6과 8을 각각 소인수분해해 보자.
2. 6과 8의 최소공배수를 소인수분해해 보자.

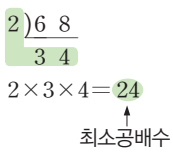
소인수분해를 이용하여 최소공배수 구하기

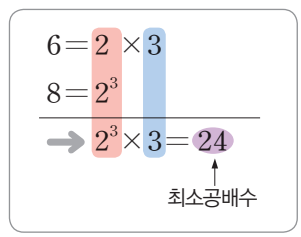
소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하는 방법을 알아보자.

두 수 6과 8을 각각 소인수분해하면

$$6=2\times3,\ 8=2^3$$

이다. 이때 두 수 6과 8의 최소공배수는 두 수의 공통인 소인수 2의 거듭제곱인 2와 2^3 중에서 지수가 큰 2^3과 공통이 아닌 소인수 3을 곱한 $2^3\times3=24$이다.





이와 같이 두 수를 각각 소인수분해하여 거듭제곱을 사용한 꼴로 나타내었을 때, 두 수의 최소공배수는 두 수의 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 지수가 큰 것을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱을 모두 택하여 곱한 수이다.

수학 호기심

서로소인 두 수의 최소공배수는 어떻게 구할까?

1 다음 두 수의 최소공배수를 구하시오.

(1) $2\times5,\ 2^2\times3$

(2) $2^2\times7,\ 2\times3^2\times7$

(3) 21, 35

(4) 45, 60

일반적으로 두 수의 공배수는 그 두 수의 최소공배수의 배수이다. 예를 들어 6과 8의 공배수 24, 48, 72, … 는 두 수의 최소공배수인 24의 배수와 같다.

2 최소공배수를 이용하여 16과 24의 공배수를 작은 것부터 3개만 구하시오.

세 수의 최소공배수 구하기

세 개 이상의 자연수의 최소공배수도 두 수의 최소공배수를 구하는 것과 같은 방법으로 구할 수 있다.

함께 해 보기 1 소인수분해를 이용하여 세 수 9, 20, 36의 최소공배수를 구하시오.

풀이 세 수를 각각 소인수분해하면

$$\begin{aligned} 9&= 3^2 \\ 20&=2^2 \times 5 \\ 36&=2^2\times 3^2 \\ \hline & 2^2\times 3^2\times 5 \end{aligned}$$

이다. 따라서 세 수 9, 20, 36의 최소공배수는 $2^2\times 3^2\times 5=180$이다.

답 180

3 다음 세 수의 최소공배수를 구하시오.

(1) $2^2\times 3^3,\ 2^3\times 3,\ 2\times 3^2$

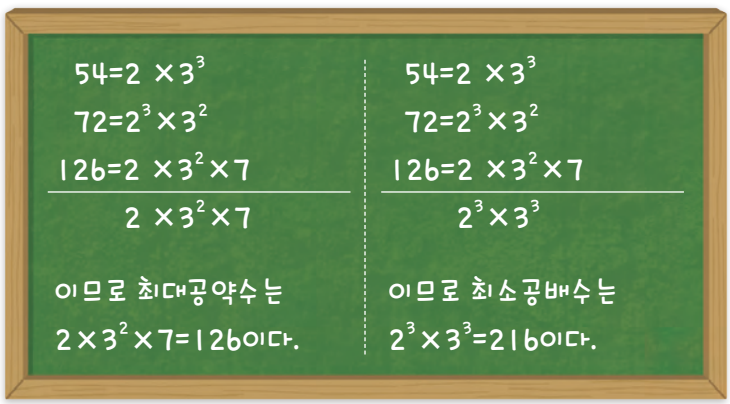
(2) $2^2\times 3,\ 2\times 3^2\times 5,\ 2\times 3\times 7$

(3) 12, 18, 24

(4) 36, 42, 63

생각 더하기 문제 해결 추론

다음은 인준이가 세 수 54, 72, 126의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구한 것이다. 틀린 부분을 찾아 바르게 고쳐 보자.



스스로 점검하기

| 정답과 해설 284쪽 |

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

(1) 두 수의 최소공배수는 두 수를 소인수분해하여 두 수의 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 지수가 작은 것을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱을 모두 택하여 곱한 수이다.

( )

(2) 두 수의 공배수는 두 수의 최소공배수의 배수이다.

( )

2

다음 두 수의 최소공배수를 구하시오.

(1) 2×3^3, $3^2\times5^2$ (2) 63, 84

3

다음 세 수의 최소공배수를 구하시오.

(1) 2×3^2, $2^2\times5$, 2×3^3

(2) 24, 54, 90

4

다음 보기 중에서 두 수 $3^2\times5$, $2^2\times3$의 공배수가 아닌 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $2^2\times3\times5$ ㄴ. $2^2\times3^2\times5$

ㄷ. $2^2\times3^3\times7$ ㄹ. $2^2\times3^2\times5\times7$

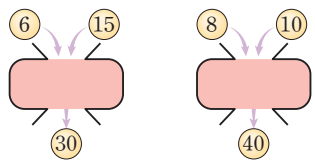
5

두 수 $2\times3^a\times7^2$, $2^b\times3^2$의 최소공배수가 $2^2\times3^3\times7^2$일 때, 자연수 a, b의 값을 각각 구하시오.

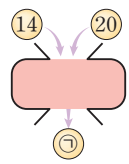
6

창의·융합 추론

다음 〈그림 1〉은 두 수를 넣으면 일정한 규칙에 따라 어떤 결과가 나오는 장치를 나타낸 것이다. 〈그림 2〉에서도 같은 규칙에 따라 결과가 나온다고 할 때, ㉠에 들어갈 알맞은 수를 구하시오.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

https://code.jihak.co.kr/qr/n8ZlJprtDV6lHf2V

자기 평가

소인수분해를 이용하여 최소공배수를 구할 수 있다.	
최소공배수의 필요성을 알고, 이를 상황에 맞게 적용할 수 있다.	

수학으로 세상보기

육십갑자 속의 수학

추론 연결

정답과 해설 284쪽

우리 조상들은 예로부터 10일을 뜻하는 십간(十干)과 12종류의 동물을 뜻하는 십이지(十二支)를 사용하여 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지에서 각각 한 글자씩을 차례로 짝지어 갑자, 을축, 병인, …, 갑술, 을해, 병자, …, 신유, 임술, 계해와 같은 방법으로 60개의 간지를 만들었는데, 이를 육십갑자라고 한다.

십간	갑	을	병	정	무	기	경	신	임	계

	자	축	인	묘	진	사	오	미	신	유	술	해
십이지	 쥐	 소	 호랑이	 토끼	 용	 뱀	 말	 양	 원숭이	 닭	 개	 돼지

십간은 10년마다 돌아오고, 십이지는 12년마다 돌아오기 때문에 두 수의 최소공배수인 60년에 한 번씩 같은 이름의 해가 돌아오게 되며, 우리는 그것을 기념하여 환갑이라고 부르게 되었다.

다음 예를 보고, 물음에 답해 보자.

예 2013년은 계사년이다. 계사년은 십간 중 열 번째인 '계'와 십이지 중 여섯 번째인 '사'가 짝지어진 해이고, 뱀띠 해이다. 2013년 이전의 계사년은 60년 이전인 1953년이고, 2013년 이후의 계사년은 60년 이후인 2073년이다.

1 2025년은 을사년이다. 십간 중 '을'에 해당하는 해는 일의 자리의 숫자가 5이다. 예를 들어 을미개혁은 1895년, 을사조약은 1905년이다. 이와 같은 결과가 나오는 이유를 설명해 보자.

2 올해의 육십갑자를 알아보고, 올해 이전에 같은 육십갑자인 해는 몇 년도인지 구해 보자.

3 2018년이 무술년임을 이용하여 2080년의 육십갑자를 구해 보자.

암호의 비밀, 소수!

우리는 집에 들어가며 잠금장치를 열 때, 사물함에 물건을 보관할 때 등 일상생활에서 많은 암호를 사용하며 살아가고 있다. 과거에는 특정 지름을 갖는 막대에 종이를 감는 방법으로 해독하는 스키테일 암호, 일정한 간격으로 알파벳을 변환하여 해독하는 카이사르 암호 등 다양한 형태의 암호를 사용하였으나 단순한 해독 방법을 가진 암호는 안전하지 않아 점점 사용하지 않게 되었다.

현재는 소인수분해 문제에 기반을 둔 공개키 암호 방식인 RSA 암호 체계를 주로 이용하고 있다. 이는 두 개의 큰 소수를 주고 곱을 구하는 것은 쉽지만 큰 자연수를 두 소수의 곱으로 나타내는 것은 어렵다는 사실에 근거한 암호 체계로, 규칙성이 없는 소수의 성질을 활용한 것이다.

최근에는 RSA와 같은 현대 암호 기술이 해결하지 못하는 경우를 대비하여 새로운 암호기술들에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

(출처: 한국인터넷진흥원, 2019)

다음과 같은 방법에 따라 암호를 만들고 해독해 보자.

암호 변환표

자음	ㄱ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ	ㅂ	ㅅ	ㅇ	ㅈ	ㅊ	ㅋ	ㅌ	ㅍ	ㅎ	ㄲ	ㄸ	ㅃ	ㅆ	ㅉ
부호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

모음	ㅏ	ㅑ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ	ㅐ	ㅔ
부호	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32

❶ 암호화하려는 단어를 자음과 모음으로 차례대로 나누고, 그것을 암호 변환표에서 찾아 수로 변환한다.

❷ 1에서 9까지의 자연수 중 한 개 골라 더하는 수로 설정하고, 이 수를 각 수에 더한다.

❸ 소수를 한 개 골라 각 수에 곱하여 암호를 만든다.

예 '가족'을 암호로 만들어 보자. (더하는 수: 2, 곱하는 소수: 3)

- 단어를 순서에 맞게 자음과 모음으로 나눈다. ➜ ㄱ, ㅏ, ㅈ, ㅗ, ㄱ
- 암호 변환표에서 찾아 각각 수로 변환한다. ➜ 1, 21, 9, 25, 1
- 1에서 9까지 자연수 중 한 개를 골라 각 수에 더한다. ➜ 3, 23, 11, 27, 3 (더하는 수: 2)
- 소수 1개를 골라 각 수에 곱한다. ➜ 9, 69, 33, 81, 9 (곱하는 소수: 3)

| 정답과 해설 284쪽 |

1 앞의 방법을 이용하여 '행복'을 암호로 만들어 보자. (더하는 수: 3, 곱하는 소수: 5)

2 다음 암호를 해독해 보자.

암호	해독 결과
27, 81, 30, 96, 12, 27, 87 ※ 더하는 수: 2, 곱하는 소수: 공통인 소인수	

3 나만의 암호를 만들어 보고, 친구의 암호를 해독해 보자.

| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	소인수분해를 이용하여 암호를 해독하고 만들 수 있다.		
	소인수분해를 이용하여 암호를 해독하는 과정을 설명할 수 있다.		
태도	암호를 해독하는 과정에 적극적으로 참여하였다.		

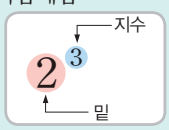
스스로 마무리하기

생각 완성하기

● 각 단원의 내용을 정리하여 완성해 보자.

01 소수와 합성수

- 소수: 2, 3, 5, ...
- 합성수: 4, 6, 8, ...
- 거듭제곱



02 소인수분해

15쪽

- 소인수분해하기

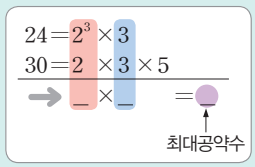
$18=$ _____

$24=$ _____

03 최대공약수

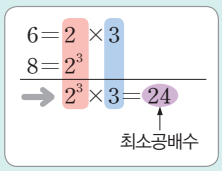
19쪽

- 최대공약수 구하기



04 최소공배수

- 최소공배수 구하기



1 ●○○

10 이하의 자연수 중에서 소수의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개

④ 6개 ⑤ 7개

2 ●○○

다음 설명 중 옳은 것은?

① 1은 소수이다.

② 모든 소수는 홀수이다.

③ 가장 작은 소수는 3이다.

④ 소수의 약수는 항상 2개이다.

⑤ 소수가 아닌 모든 자연수는 합성수이다.

3 ●○○

다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $2\times2\times2=3^2$

ㄴ. $3^4=81$

ㄷ. $100000=10^6$

ㄹ. $3\times5\times3\times5\times3=3^3\times5^2$

4 ●●○

다음 중 소인수분해한 것이 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $36=2^2\times3^2$ ② $60=2^2\times3\times5$

③ $84=2^2\times3\times7$ ④ $180=2^2\times5\times9$

⑤ $264=2^3\times3\times11$

5 ●●○

1에서 10까지의 자연수의 곱을 A라고 할 때, $A=2^a\times3^b\times5^c\times7$이다. 자연수 a, b, c의 값을 각각 구하시오.

6 ●●○

다음은 소인수분해를 이용하여 2×3^3의 약수를 모두 구하는 과정이다. ㉠~㉣에 들어갈 알맞은 수를 각각 구하시오.

3^3의 약수 / 2의 약수	1	3	㉠	3^3
1	1	3	㉡	27
2	㉢	6	㉣	54

7 ●●○

$126\times a=b^2$을 만족시키는 가장 작은 자연수 a, b의 값을 각각 구하시오.

8 ●●○

다음 중 서로소인 수는 모두 몇 쌍인지 구하시오.

8, 15, 27, 36, 55

9 ●●○

두 자연수 a, b의 최대공약수가 18일 때, 두 수 a, b의 공약수의 개수를 구하시오.

10 ●●○

세 자연수 $5\times x$, $6\times x$, $10\times x$의 최소공배수가 150일 때, x의 값을 구하시오.

11 ●●○

다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 A의 값을 구하시오.

(가) A와 $2^3\times3$의 최대공약수는 $2^2\times3$이다.
(나) A와 $2^3\times3$의 최소공배수는 $2^3\times3^2\times7$이다.

12 ●●○

두 분수 $\frac{10}{27}$, $\frac{16}{63}$의 어느 것에 곱해도 항상 자연수가 되게 하는 가장 작은 기약분수를 구하시오.

스스로 마무리하기

| 정답과 해설 285쪽 |

서술형 문제

13 ●●○ 자연수 $A=2^2\times3^3$의 약수 중에서 12의 배수의 개수를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

14 ●●● 세 자연수 36, N, 90의 최대공약수가 18이고, 최소공배수가 540일 때, N의 값 중 가장 작은 것을 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

사고력 문제

15 ●●● 288을 자연수 a로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이를 만족시키는 모든 자연수 a의 개수를 구하시오.

16 ●●● 두 자연수 a, b의 최대공약수가 4이고, 최소공배수가 300일 때, 이를 만족시키는 두 수 a, b를 모두 구하시오. (단, $a>b$이다.)

https://code.jihak.co.kr/qr/UMjSX3ZN9AhgOUHk

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검하여 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

소인수분해를 이용하여 문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였다.	
자신의 생각을 수학적으로 표현하고, 다른 사람의 생각을 이해하려고 노력하였다.	
이 단원의 학습에 적극적이고 자신감 있게 참여하였다.	
잘 이해하지 못한 내용은 친구나 선생님의 도움을 받아 확실하게 알도록 노력하였다.	

+꿈을 비춰 주는 수학 등대

수학으로 지키는 데이터, 블록체인 전문가!



최근 가상 화폐 거래에서는 암호로 보호된 블록에 데이터를 담아 체인 형태로 연결한 뒤, 수많은 컴퓨터에 이를 동시에 복제하고 저장하는 분산형 데이터 저장 기술인 블록체인 기술이 주목받고 있다. 여기서 사용하는 암호는 2개의 큰 소수의 곱이 소인수분해하기 힘들다는 점을 이용해 두 소수를 공개키로 설정하고 데이터를 암호화하여 보안을 강화하는 역할을 하고 있다. 이러한 블록체인 기술은 가상 화폐 거래 외에도 화물 추적 시스템이나 예술품의 진품 감정, 전자 투표, 의료 기록 관리 등 중요한 정보를 저장할 때 주로 쓰인다.

블록체인 전문가는 어떤 일을 하나요?



블록체인 전문가

블록체인 전문가는 블록체인 기술을 활용할 수 있는 분야나 산업을 찾고 이를 적용하기 위한 소프트웨어를 설계하고 개발합니다. 또, 블록체인 기술이 실생활에서 사용될 수 있도록 지속적으로 소프트웨어를 개선하고 보완합니다.

블록체인 전문가는 어떤 분야에서 활동하나요?



블록체인 전문가

블록체인 전문가는 금융, 보안, 의료, 물류 등 다양한 분야에서 활동하고 있습니다. 이 외에도 블록체인 기술을 접목할 수 있는 거의 모든 산업 분야에서 활동할 수 있습니다.

블록체인 전문가가 되려면 무엇을 준비해야 하나요?



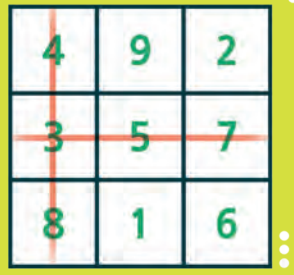
블록체인 전문가

블록체인 전문가는 컴퓨터공학, 정보보호학, 암호학, 수학 등의 학문을 공부해야 합니다. 적용되는 분야도 다양하기 때문에 경영학, 금융학, 산업공학 등 융합적인 지식 또한 필요합니다. 더불어, 발전하는 분야에 대해 새로운 것을 끊임없이 배우려는 자세도 필요합니다.

(출처: 교육부, 한국직업능력연구원, 2018)

Ⅱ

정수와 유리수



01 정수와 유리수의 뜻
02 정수와 유리수의 대소 관계
03 정수와 유리수의 덧셈
04 정수와 유리수의 뺄셈
05 정수와 유리수의 곱셈
06 정수와 유리수의 나눗셈

| 배운 내용 |

초3~4

- 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈
- 소수의 덧셈과 뺄셈

초5~6

- 자연수의 혼합 계산
- 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈
- 분수의 곱셈과 나눗셈
- 소수의 곱셈과 나눗셈

| 이어질 내용 |

중2

- 유리수와 순환소수

중3

- 제곱근과 실수



사물의 양은 자연수, 분수, 소수 등으로 표현되고, 수는 자연수에서 정수, 유리수로 확장된다. 수와 사칙계산은 수학 학습의 기본으로 실생활 문제를 포함한 다양한 문제를 해결하는 데 유용하게 활용된다.

이 단원에서는 정수와 유리수의 성질과 그 수의 계산 원리 및 계산 방법을 배운다.

이것만은 알고 가기

| 정답과 해설 285쪽 |

초 5~6 자연수의 혼합 계산

잘함 보통 모름

1 다음을 계산하시오.

(1) $10+6\times3-5$

(2) $56-(3+7)\times3\div6+40$

- 자연수의 혼합 계산은 괄호가 있으면 괄호 안을 가장 먼저 계산하고, 곱셈과 나눗셈, 덧셈과 뺄셈 순으로 계산한다.

초 5~6 분수의 사칙계산

잘함 보통 모름

2 다음을 계산하시오.

(1) $\frac{2}{3}+\frac{7}{6}$

(2) $\frac{6}{7}-\frac{2}{3}$

(3) $\frac{5}{4}\times\frac{8}{3}$

(4) $\frac{8}{5}\div\frac{3}{10}$

- 분수의 덧셈과 뺄셈은 분모를 통분한 후 분자끼리 계산한다.
- 분수의 곱셈은 분자는 분자끼리, 분모는 분모끼리 계산한다.
- 분수의 나눗셈은 나누는 수의 분자와 분모를 바꾸어 곱한다.

초 5~6 분수와 소수의 관계

잘함 보통 모름

3 다음 두 수의 크기를 비교하여 ◯ 안에 $<$, $=$, $>$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\frac{2}{7}$ ◯ $\frac{3}{7}$

(2) $\frac{2}{3}$ ◯ $\frac{2}{4}$

(3) $\frac{3}{10}$ ◯ 0.2

(4) 2.25 ◯ $\frac{9}{4}$

- 분수와 소수의 크기를 비교할 때에는 분수를 소수로 또는 소수를 분수로 고쳐 비교한다.

초 5~6 소수의 곱셈과 나눗셈

잘함 보통 모름

4 다음을 계산하시오.

(1) 1.2×2

(2) 0.24×3.4

(3) $7.36\div2.3$

(4) $36\div4.5$

- 소수의 곱셈은 자연수의 곱셈 결과에 소수의 크기를 생각하여 소수점을 찍는다.
- 소수의 나눗셈은 나누는 수가 자연수가 되도록 소수점을 옮겨 계산한다.

01 정수와 유리수의 뜻

[학습 목표] 다양한 상황을 이용하여 음수의 필요성을 인식하고, 양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해한다.

양수와 음수는 무엇일까?

생각 펼치기

다음은 어느 지역의 주간 일기 예보를 나타낸 것이다. 물음에 답해 보자.

요일	일	월	화	수	목	금	토
날씨							
최고 기온(℃)	3	−1	0	2	4	2	1
최저 기온(℃)	−3	−6	−7	−4	−6	−7	−10

1. 일기 예보의 최저 기온에서 −10은 무엇을 의미하는지 말해 보자.
2. 최고 기온이 0 ℃보다 낮은 날은 무슨 요일인지 말해 보자.

양수와 음수

기온을 나타낼 때 0 ℃를 기준으로 영상 3 ℃는 +3 ℃, 영하 6 ℃는 −6 ℃와 같이 나타낸다. 이와 같이 기온을 나타내는 경우뿐만 아니라 증가와 감소, 이익과 손해 등과 같이 서로 반대되는 성질을 가진 수량을 나타낼 때, 어떤 기준을 중심으로 한 쪽은 부호 '+'를, 다른 한 쪽은 부호 '−'를 사용하여 나타낼 수 있다. 이때 부호 '+'를 **양의 부호**, '−'를 **음의 부호**라고 한다.

+3은 양의 3, −6은 음의 6이라고 읽는다.

1 다음 수량을 양의 부호 + 또는 음의 부호 −를 사용하여 나타내시오.

(1) 3 kg 증가를 +3 kg으로 나타낼 때, 5 kg 감소

(2) 1000원 손해를 −1000원으로 나타낼 때, 3000원 이익



브라마굽타(Brahmagupta, 598~665?)는 인도의 수학자로, 저서 『브라마스푸타 싯단타』에서 재산과 부채의 반대되는 개념을 바탕으로 음수를 다루었다. (출처: 마이클 J. 브래들리, 『달콤한 수학사』)

양의 부호 +와 음의 부호 −를 사용하여 0보다 큰 수나 작은 수를 나타낼 수 있다. 예를 들어

0보다 2만큼 큰 수는 +2, 0보다 1만큼 작은 수는 −1

과 같이 나타낸다.

이때 +1, $+\frac{3}{2}$, +0.3과 같이 양의 부호 +를 붙인 수를 **양수**라 하고, −1, $-\frac{1}{2}$, −0.7과 같이 음의 부호 −를 붙인 수를 **음수**라고 한다.

0은 양수도 아니고 음수도 아니다.

정수와 유리수는 무엇일까?

정수와 유리수

$+1$, $+2$, $+3$, … 과 같이 자연수에 양의 부호 $+$를 붙인 수를 **양의 정수**라 하고, -1, -2, -3, … 과 같이 자연수에 음의 부호 $-$를 붙인 수를 **음의 정수**라고 한다. 그리고 양의 정수, 0, 음의 정수를 통틀어 **정수**라고 한다.

2 다음 수 중에서 양의 정수와 음의 정수를 각각 찾으시오.

$$+5, \quad -1, \quad +\frac{1}{2}, \quad +7, \quad +3.5, \quad -9, \quad 0$$

$+\frac{1}{2}$, $+\frac{5}{3}$와 같이 분자, 분모가 자연수인 분수에 양의 부호 $+$를 붙인 수를 **양의 유리수**라 하고, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{7}{4}$과 같이 음의 부호 $-$를 붙인 수를 **음의 유리수**라고 한다. 그리고 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 **유리수**라고 한다.

$+0.5=+\frac{1}{2}$, $-1.25=-\frac{5}{4}$이므로 $+0.5$, -1.25와 같은 소수도 유리수이다.

한편, 정수는 $+2=+\frac{4}{2}$, $-3=-\frac{9}{3}$와 같이 나타낼 수 있으므로 모든 정수는 유리수이다. 그러나 유리수 중에서 $-\frac{5}{4}$, $+3.2$와 같이 정수가 아닌 유리수도 있다.

양의 정수와 양의 유리수는 양의 부호 $+$를 생략하여 나타낼 수 있으며, 양의 정수는 자연수와 같다.

- 유리수
  - 정수
    - 양의 정수(자연수): $+1$, $+2$, $+3$, …
    - 0
    - 음의 정수: -1, -2, -3, …
  - 정수가 아닌 유리수: $+\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $+0.6$, -2.3, …

앞으로 수라고 하면 유리수를 말하는 것으로 한다.

3 다음 수를 보고 물음에 답하시오.

$$+8.3, \quad -\frac{4}{3}, \quad 0, \quad +\frac{6}{2}, \quad +\frac{5}{6}, \quad -\frac{10}{5}, \quad -3.5$$

(1) 양의 유리수를 모두 찾으시오.

(2) 음의 유리수를 모두 찾으시오.

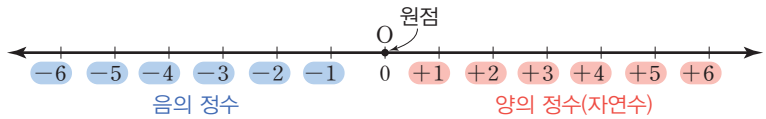
(3) 정수가 아닌 유리수를 모두 찾으시오.

수직선 위에 수를 어떻게 나타낼까?

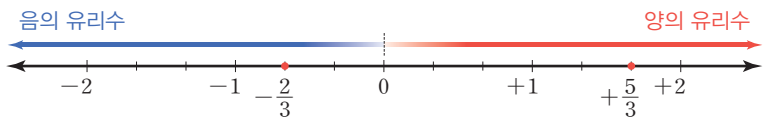
수직선

직선 위에 기준이 되는 점 O를 잡고, 이 점의 좌우에 같은 간격으로 점을 찍는다. 이때 기준이 되는 점 O를 원점이라고 하며 0을 대응시킨다. 그리고 원점의 오른쪽 점들은 차례로 $+1$, $+2$, $+3$, … 과 대응시키고, 왼쪽의 점들은 차례로 -1, -2, -3, … 과 대응시킨다.

이와 같이 수를 대응시킨 직선을 **수직선**이라 하고, 모든 정수는 수직선 위의 점에 대응시킬 수 있다.

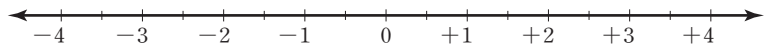


정수와 마찬가지로 모든 유리수도 수직선 위의 점에 대응시킬 수 있다. 예를 들어 $-\frac{2}{3}$, $+\frac{5}{3}$를 각각 수직선 위의 점에 대응시키면 다음과 같다.



4 다음 수에 대응하는 점을 수직선 위에 나타내시오.

(1) -3 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $+1.5$ (4) $+4$



더 생각 나아가기 문제 해결 의사소통

경제·금융 교육

아래 대화를 읽고 다음에 나올 대사가 무엇일지 이야기해 보자. 또, 실생활에서 음의 부호를 사용하면 편리한 점을 친구들과 이야기해 보자.



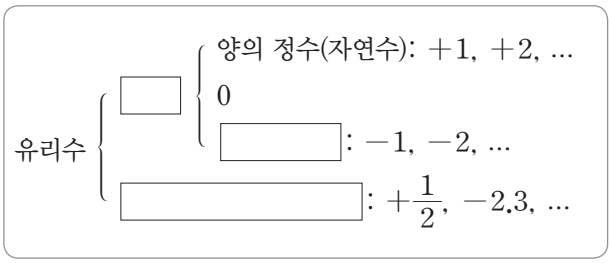


스스로 점검하기

정답과 해설 285쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.



2

다음 수 중에서 아래에 알맞은 수를 고르시오.

$$-0.8,\ +2,\ +\frac{2}{5},\ 0,\ -4.2,\ -1,\ +\frac{6}{3},\ -3$$

(1) 양의 정수

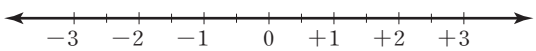
(2) 음의 유리수

(3) 정수가 아닌 유리수

3

다음 수를 수직선 위에 각각 나타내고, 왼쪽에서 두 번째에 있는 수를 구하시오.

$$-1,\quad +3,\quad -0.5,\quad +\frac{3}{2},\quad -2$$



4

다음 표는 어떤 수를 보고 자연수, 정수, 유리수에 해당하는 것은 ○표, 해당하지 않는 것은 ×표를 하여 만든 것이다. 아래에서 ㉠에 들어갈 알맞은 수를 모두 고르시오.

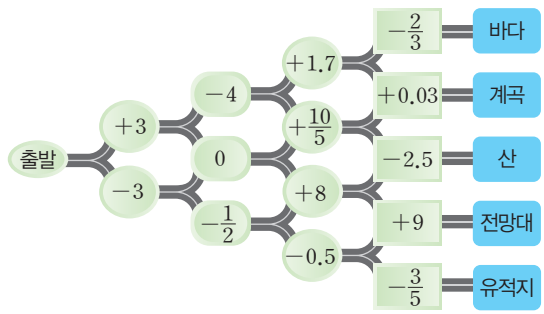
수 / 수의 분류	5	㉠	$-\frac{5}{2}$
자연수	○	×	×
정수	○	○	×
유리수	○	○	○

$$-0.9,\quad -\frac{1}{3},\quad 0,\quad +\frac{12}{4},\quad -3$$

5

창의·융합 추론

승우는 여행을 갔는데 다음 그림과 같이 도로가 여러 갈래로 나누어져 있었다. 목적지에 도착하려면 출발점에서 시작하여 갈림길에서 양의 정수, 음의 유리수 순서로 번갈아 가야 할 때, 승우의 최종 목적지는 어디인지 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/DIL5U57mTAlolTHu

자기 평가

음수의 필요성을 인식하고, 양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해한다.	
실생활 상황에서 정수와 유리수의 필요성을 인식하고, 이를 활용할 수 있다.	

02 정수와 유리수의 대소 관계

[학습 목표] 정수와 유리수의 대소 관계를 판단할 수 있다.

절댓값은 무엇일까?

생각 펼치기

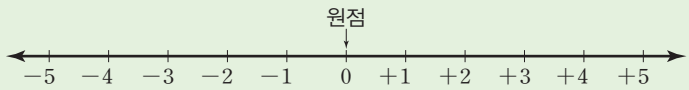
환경·지속 가능발전 교육

나무는 이산화 탄소를 흡수하고 산소를 내뿜어 대기질을 개선시키며 산사태나 가뭄을 방지해 주는 등 다양한 측면에서 도움이 된다.

영희네 가족은 식목일에 지구 온난화 방지를 위한 나무 심기 운동에 참여하였다. 영희네 가족을 포함하여 10명이 다음 그림과 같이 수목원 팻말을 중심으로 나무 심는 방법에 따라 1 m 간격으로 일정하게 나무를 심었다. 물음에 답해 보자.



1. 수목원 팻말을 원점으로 할 때, 영희와 동생이 심은 나무의 위치를 수직선 위에 각각 나타내 보고, 대응하는 수를 각각 구해 보자.



2. 위의 수직선에서 원점으로부터 영희와 동생이 심은 나무까지의 거리를 각각 구해 보자.

절댓값



바이어슈트라스(Weierstrass, K.T. W., 1815~1897)는 독일의 수학자로, 절댓값 기호 | |를 처음으로 사용하였다.
(출처: 박교식, 『수학기호 다시 보기』)

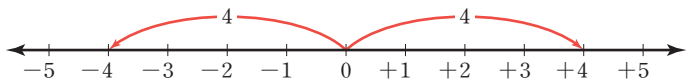
생각 펼치기와 같이 수직선 위에서 어떤 수에 대응하는 점과 원점 사이의 거리를 그 수의 **절댓값**이라 하고, 이것을 기호 | |를 사용하여 나타낸다.

예를 들어

$+4$의 절댓값은 $|+4|=4$,

-4의 절댓값은 $|-4|=4$

이다. 특히, 0의 절댓값은 $|0|=0$이다.



1 다음 수의 절댓값을 기호를 사용하여 나타내고, 그 값을 구하시오.

(1) $+7$ (2) $+\frac{9}{4}$ (3) -1.7 (4) -14

2 다음과 같은 수를 모두 구하시오.

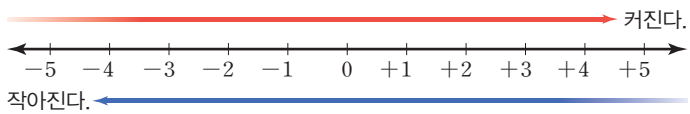
(1) 절댓값이 3인 수

(2) 절댓값이 $\frac{5}{2}$인 수

정수와 유리수의 크기를 어떻게 비교할까?

정수와 유리수의 대소 관계

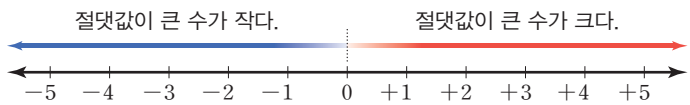
자연수를 수직선 위에 나타내면 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다. 마찬가지로 유리수를 수직선 위에 나타내면 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.



따라서 다음을 알 수 있다.

$$(\text{음수})<0,\quad 0<(\text{양수}),\quad (\text{음수})<(\text{양수})$$

또, 수를 수직선 위에 나타낼 때, 양수끼리는 원점에서 멀리 떨어져 있는 수가 더 크고, 음수끼리는 원점에서 멀리 떨어져 있는 수가 더 작음을 알 수 있다. 즉, 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크고, 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

유리수의 대소 관계

1. 양수는 0보다 크고, 음수는 0보다 작다.

2. 양수는 음수보다 크다.

3. 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크다.

4. 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

확인하기

(1) +5의 절댓값이 +2의 절댓값보다 크므로 +5는 +2보다 (크다, 작다).

(2) −3의 절댓값이 −1의 절댓값보다 크므로 −3은 −1보다 (크다, 작다).

3 다음 ◯ 안에 부등호 $>$, $<$ 중에서 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) -4 ◯ $+2$

(2) $+3.2$ ◯ $+0.7$

(3) -8 ◯ -10

(4) $-\frac{5}{3}$ ◯ $-\frac{8}{3}$

어떤 수 a에 대하여 'a는 $+2$보다 크거나 같다.' 또는 'a는 $+2$ 이상이다.'를 기호

$$a \geq +2$$

로 나타낸다. 또, 'a는 $+2$보다 작거나 같다.' 또는 'a는 $+2$ 이하이다.'를 기호

$$a \leq +2$$

로 나타낸다.

기호 $\geq$는 '$>$ 또는 $=$'를, 기호 $\leq$는 '$<$ 또는 $=$'를 의미한다.

이상: 크거나 같다.
이하: 작거나 같다.
초과: 크다.
미만: 작다.

마찬가지로 세 수의 대소 관계도 부등호를 사용하여 나타낼 수 있다. 예를 들어 'a는 -1보다 크거나 같고 $+2$보다 작다.'를 기호로 $-1 \leq a < +2$와 같이 나타낸다.

4 다음을 부등호를 사용하여 나타내시오.

(1) a는 -5보다 크거나 같다.

(2) b는 $+3$보다 작거나 같다.

(3) c는 $-\frac{1}{2}$ 초과 $+1$ 이하이다.

(4) d는 $-\frac{1}{3}$ 이상 $+\frac{1}{3}$ 미만이다.

더 생각 나아가기

문제 해결 추론 의사소통

다음 대화를 읽고, 친구들에게 잘못 설명한 학생을 모두 찾아보자. 또, 잘못된 설명을 각각 바르게 고쳐 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 286쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 쓰시오.

(1) 수직선 위에서 어떤 수에 대응하는 점과 원점 사이의 거리를 [ ](이)라고 한다.

(2) 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 크고, 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 [ ].

2

다음을 구하시오.

(1) $+6$의 절댓값

(2) $-\frac{3}{2}$의 절댓값

(3) $|+5|$

(4) $|-2.3|$

3

다음 수들을 수직선 위의 점에 대응시킬 때, 원점으로부터 거리가 먼 점에 대응하는 수부터 차례대로 나열하시오.

$$-5,\quad -2.5,\quad +\frac{7}{4},\quad +3$$

4

다음 두 수의 대소 관계를 부등호 $<$, $>$를 사용하여 나타내시오.

(1) $+3$, $+1.5$

(2) -3.2, -2.6

5

다음 보기 중에서 부등호를 사용하여 바르게 나타낸 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. x는 -3 초과이다. ➔ $x>-3$

ㄴ. x는 5보다 작거나 같다. ➔ $x\geq 5$

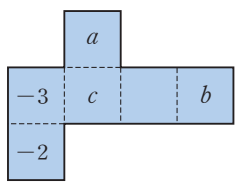
ㄷ. x는 -4 초과이고 4 이하이다. ➔ $-4\leq x\leq 4$

ㄹ. x는 -2보다 크거나 같고 8 미만이다. ➔ $-2\leq x<8$

6

창의·융합 추론

오른쪽 그림과 같은 전개도로 만든 정육면체는 마주 보는 면에 있는 두 수의 절댓값이 같고 그 부호가 반대이다. $a=2\times b$일 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) a의 값을 구하시오.

(2) b, c 사이에 존재하는 정수는 몇 개인지 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/2yjrffzi0n85gxaz

자기 평가				
	정수와 유리수의 대소 관계를 판단할 수 있다.			
	실생활에 정수와 유리수의 대소 관계를 적용할 수 있다.			

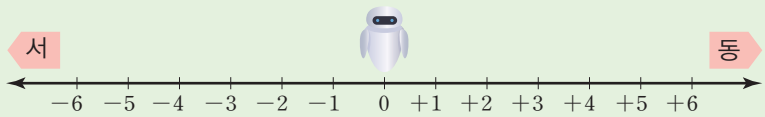
03 정수와 유리수의 덧셈

[학습 목표] 정수와 유리수의 덧셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

정수와 유리수의 덧셈은 어떻게 할까?

생각 펼치기

진실이는 학교에서 만든 로봇의 성능을 시험하기 위해 로봇을 0에 대응하는 점에 놓았더니 다음과 같이 이동했다. 로봇이 도착한 지점에 대응하는 수를 각각 말해 보자.

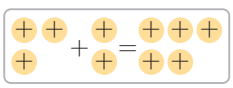


1. 동쪽으로 1만큼 이동 후, 다시 동쪽으로 3만큼 이동했다.
2. 동쪽으로 1만큼 이동 후, 서쪽으로 3만큼 이동했다.

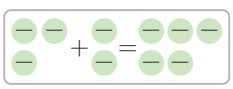
정수와 유리수의 덧셈

생각 펼치기와 같이 수직선 위에서 오른쪽으로 이동하는 것을 양수로, 왼쪽으로 이동하는 것을 음수로 나타내어 두 정수의 덧셈을 할 수 있다.

① $(+3)+(+2)=+5$

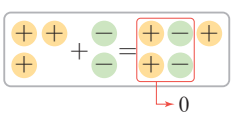


② $(-3)+(-2)=-5$

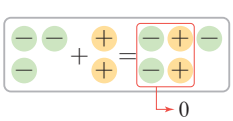


$(+)+(+)$
➡ $+$ (절댓값의 합)
$(-)+(-)$
➡ $-$ (절댓값의 합)

③ $(+3)+(-2)=+1$

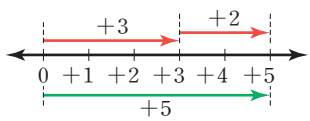


④ $(-3)+(+2)=-1$



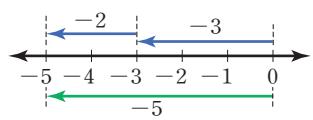
① (양의 정수)+(양의 정수)

$(+3)+(+2)=+5$



② (음의 정수)+(음의 정수)

$(-3)+(-2)=-5$

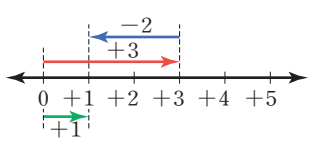


일반적으로 부호가 같은 두 정수의 합은 두 정수의 절댓값의 합에 두 정수의 공통인 부호를 붙인 것과 같다.

$(+3)+(+2)=+(3+2)=+5$
(공통인 부호: $+$, 절댓값의 합: $3+2$)

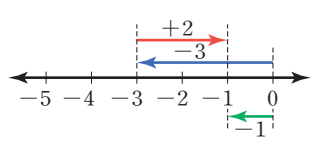
③ (양의 정수)+(음의 정수)

$(+3)+(-2)=+1$



④ (음의 정수)+(양의 정수)

$(-3)+(+2)=-1$



(+)+(−)
(−)+(+)
➡ ● (절댓값의 차)
↑
절댓값이 큰 수의 부호

일반적으로 부호가 다른 두 정수의 합은 두 정수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 정수의 부호를 붙인 것과 같다.

$(+3)+(-2)=+(3-2)=+1$
(+ : 절댓값이 큰 수의 부호, 3−2 : 절댓값의 차)

함께 해 보기 1 다음을 계산하시오.

(1) $(-2)+(-5)$ (2) $(-6)+(+2)$

풀이 (1) $(-2)+(-5)=-(2+5)=-7$
(2) $(-6)+(+2)=-(6-2)=-4$

답 (1) -7 (2) -4

1 다음을 계산하시오.

(1) $(+3)+(+6)$ (2) $(-1)+(-3)$
(3) $(+4)+(-5)$ (4) $(-4)+(+7)$

일반적으로 유리수의 덧셈도 정수의 덧셈과 같은 방법으로 계산한다.

정수와 유리수의 덧셈

1. 부호가 같은 두 수의 합은 두 수의 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙인 것과 같다.
2. 부호가 다른 두 수의 합은 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인 것과 같다.

절댓값이 같고 부호가 다른 두 수의 합은 0이다.

어떤 수와 0과의 합은 그 수 자신이 된다.

함께 해 보기 2 다음을 계산하시오.

(1) $(-5.2)+(-2.7)$ (2) $\left(+\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{1}{7}\right)$

풀이 (1) $(-5.2)+(-2.7)=-(5.2+2.7)=-7.9$
(2) $\left(+\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{1}{7}\right)=+\left(\frac{3}{7}-\frac{1}{7}\right)=+\frac{2}{7}$

답 (1) -7.9 (2) $+\frac{2}{7}$

2 다음을 계산하시오.

(1) $(+1.4)+(+3.1)$

(2) $\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{7}{2}\right)$

(3) $(+2.1)+(-3.5)$

(4) $\left(-\frac{9}{5}\right)+\left(+\frac{4}{5}\right)$

3 다음은 기사의 일부이다. 아래 기사를 읽고 2월 1일의 아침 최저 기온은 몇 ℃인지 구하시오.

[내일 날씨] 평년 수준 추위 '낮엔 기온 더 높아'… 수도권 강원 눈(종합)



화요일이자 1월 마지막 날인 31일에는 아침 최저 기온이 −11 ℃로 평년 수준 추위가 전망된다. 낮부터 수도권과 강원 일부 지역에 최대 3 cm의 눈이나 비가 오겠다. 오후부터는 서울에도 눈이 날리겠다.

수요일인 2월 1일의 아침 최저 기온이 전날에 비해 10 ℃가량 갑자기 올라가며 2월 중하순에서 3월 초순 날씨가 나타나겠다. 저위도에서 올라온 따뜻한 공기 때문인데 이는 일시적 현상으로 다음날에는 다시 평년 수준으로 떨어지겠다.

(출처: 뉴스 1, 2023. 1. 30.)

덧셈의 계산 법칙은 무엇일까?

덧셈의 계산 법칙

두 수의 덧셈에서

$$(-2)+(+3)=+1,\ (+3)+(-2)=+1$$

과 같이 두 수의 순서를 바꾸어 더하여도 그 결과는 같다. 이를 덧셈의 **교환법칙**이라고 한다.

또, 세 수의 덧셈에서

$$\{(+5)+(-3)\}+(-4)=(+2)+(-4)=-2,$$
$$(+5)+\{(-3)+(-4)\}=(+5)+(-7)=-2$$

와 같이 어느 두 수를 먼저 더하여도 그 결과는 같다. 이를 덧셈의 **결합법칙**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

덧셈의 계산 법칙

세 수 a, b, c에 대하여

1. 덧셈의 교환법칙: $a+b=b+a$

2. 덧셈의 결합법칙: $(a+b)+c=a+(b+c)$

세 수의 덧셈에서 덧셈의 결합법칙이 성립하므로 $(a+b)+c$, $a+(b+c)$는 모두 $a+b+c$로 나타낼 수 있다.

세 개 이상인 수의 합을 계산할 때에는 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 적절히 이용하면 편리하다.

함께 해 보기 3

다음을 계산하시오.

$\left(-\frac{2}{5}\right)+(+3)+\left(+\frac{7}{5}\right)$



가우스(Gauss, K. F., 1777~1855)는 독일의 수학자로, 교환법칙을 사용하여 1부터 100까지의 합을 창의적인 방법으로 구하였다.
(출처: 김화영, 『교과서를 만든 수학자들』)

풀이

$$\left(-\frac{2}{5}\right)+(+3)+\left(+\frac{7}{5}\right)$$
$$=(+3)+\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{7}{5}\right) \quad \text{덧셈의 교환법칙}$$
$$=(+3)+\left\{\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{7}{5}\right)\right\} \quad \text{덧셈의 결합법칙}$$
$$=(+3)+(+1)=+4$$

답 $+4$

4 다음을 계산하시오.

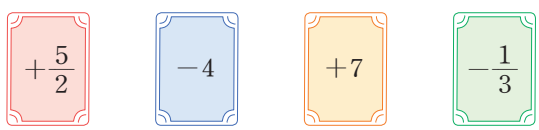
(1) $(-4)+(-6)+(+4)$

(2) $\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)$

(3) $(-4.3)+(+6.4)+(+5.3)$

더 생각 나아가기 문제 해결

다음 숫자 카드에서 세 장을 뽑아 합을 구할 때 그 합이 가장 큰 수 a와 가장 작은 수 b를 각각 구해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 286쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 부호가 같은 두 수의 합은 두 수의 절댓값의 □에 공통인 부호를 붙인다.

(2) 부호가 다른 두 수의 합은 두 수의 절댓값의 □에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인다.

2

다음을 계산하시오.

(1) $(+4)+(+5)$

(2) $(+12)+(-5)$

(3) $\left(-\frac{3}{8}\right)+\left(-\frac{5}{4}\right)$

(4) $(-3.5)+(+5.6)$

3

다음 계산 과정에서 ㉠, ㉡에 알맞은 계산 법칙을 각각 말하시오.

$(+12)+(-7)+(+8)$

$=(+12)+(+8)+(-7)$ ← 덧셈의 ㉠

$=\{(+12)+(+8)\}+(-7)$ ← 덧셈의 ㉡

$=(+20)+(-7)=+13$

4

덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 다음을 계산하시오.

(1) $\left(+\frac{2}{5}\right)+(+1)+\left(-\frac{7}{10}\right)$

(2) $(-2.8)+(-3.3)+(+1.8)+(+1.3)$

5

a의 절댓값은 $\frac{5}{4}$이고, b의 절댓값은 $\frac{3}{5}$일 때, $a+b$의 값 중 가장 작은 값을 구하시오.

6 창의·융합

추론

오른쪽 표에서 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합이 모두 같을 때, a, b, c, d의 값을 각각 구하시오.

a	b	$+4$
$+5$	c	-3
-2	d	$+2$

https://code.jihak.co.kr/qr/NcE9wtNAMKEOGaCB

자기 평가

- 정수와 유리수의 덧셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
- 정수와 유리수의 덧셈의 원리를 이용하여 문제를 해결하고, 그 풀이 과정과 결과를 반성할 수 있다.

04 정수와 유리수의 뺄셈

[학습 목표] 정수와 유리수의 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

정수와 유리수의 뺄셈은 어떻게 할까?

생각 펼치기

두 자연수의 덧셈과 뺄셈 사이에는 오른쪽과 같은 관계가 성립한다. 정수에서도 이러한 관계가 성립함을 이용하여 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$1+4=5 \begin{cases} 5-1=4 \\ 5-4=1 \end{cases}$

1. $(+2)+(+1)=+3 \rightarrow (+3)-(+2)=$ □
2. $(-2)+(+5)=+3 \rightarrow (+3)-(-2)=$ □

정수와 유리수의 뺄셈

생각 펼치기에서 $(+2)+(+1)=+3$이면 $(+3)-(+2)=+1$이다.

그런데 정수의 덧셈에서 $(+3)+(-2)=+1$이므로 다음 식이 성립한다.

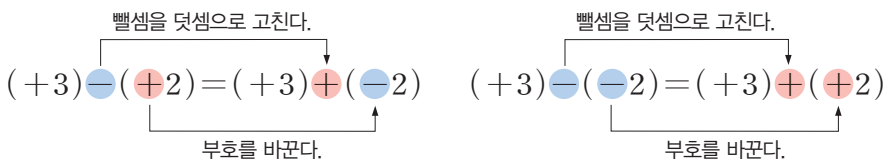
$$(+3)-(+2)=(+3)+(-2)$$

또, $(-2)+(+5)=+3$이면 $(+3)-(-2)=+5$이다.

그런데 정수의 덧셈에서 $(+3)+(+2)=+5$이므로 다음 식이 성립한다.

$$(+3)-(-2)=(+3)+(+2)$$

이와 같이 정수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산한다.



일반적으로 유리수의 뺄셈도 정수의 뺄셈과 같은 방법으로 계산한다.

정수와 유리수의 뺄셈

두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산한다.

어떤 수에서 0을 뺀 값은 그 수 자신이 된다.

함께 해 보기 1 다음을 계산하시오.

(1) $(-2)-(+5)$ (2) $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)$

풀이 (1) $(-2)-(+5)=(-2)+(-5)=-7$

(2) $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(+\frac{3}{6}\right)=+\frac{7}{6}$

답 (1) -7 (2) $+\frac{7}{6}$

1 다음을 계산하시오.

(1) $(+10)-(+4)$ (2) $(-8)-(-6)$

(3) $\left(+\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{6}{5}\right)$ (4) $(-3.4)-(+4.2)$

덧셈과 뺄셈이 혼합된 계산

덧셈과 뺄셈이 혼합된 계산에서는 뺄셈을 덧셈으로 고친 후, 덧셈의 교환법칙, 결합법칙을 이용하면 편리하다.

함께 해 보기 2 다음을 계산하시오.

$\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{7}{4}\right)$

풀이

$$\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{7}{4}\right)$$
$$=\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{4}\right) \quad \text{뺄셈을 덧셈으로 고친다.}$$
$$=\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{7}{4}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right) \quad \text{덧셈의 교환법칙}$$
$$=\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{7}{4}\right)\right\}+\left(+\frac{3}{5}\right) \quad \text{덧셈의 결합법칙}$$
$$=(+1)+\left(+\frac{3}{5}\right)=+\frac{8}{5}$$

답 $+\frac{8}{5}$

2 다음을 계산하시오.

(1) $(+4)-(+9)+(-6)$

(2) $\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{7}{2}\right)-\left(+\frac{1}{5}\right)$

(3) $(+3.7)-(-4.9)+(+0.3)$

수의 덧셈과 뺄셈에서 양수는 양의 부호 $+$와 괄호를 생략하여 나타낼 수 있고, 식의 시작 부분에 있는 음수는 괄호를 생략하여 나타낼 수 있다. 예를 들어

$$(+2)-(+3)=2-3, \qquad (-4)+(+2)=-4+2$$

이다.

함께 해 보기 3 다음을 계산하시오.

(1) $-3-5$ (2) $-3.2+5-1.8$

풀이 (1) $-3-5=-3-(+5)=-3+(-5)=-8$

(2) $-3.2+5-1.8$

$=-3.2+5-(+1.8)$

$=-3.2+5+(-1.8)$ ← 덧셈의 교환법칙

$=-3.2+(-1.8)+5$ ← 덧셈의 결합법칙

$=\{-3.2+(-1.8)\}+5$

$=-5+5=0$

답 (1) -8 (2) 0

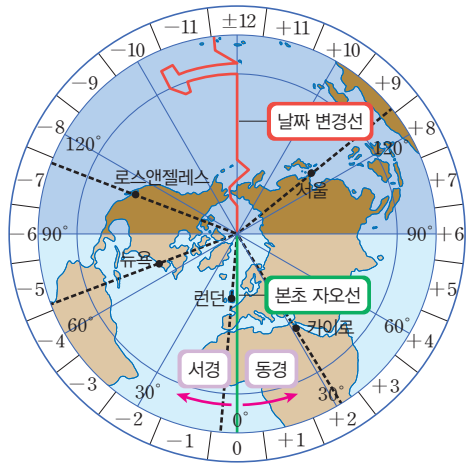
3 다음을 계산하시오.

(1) $-4+1$ (2) $3-\frac{1}{2}$

(3) $-2+6-10$ (4) $-\frac{5}{3}+\frac{3}{4}-\frac{7}{3}$

더 생각 나아가기 추론 연결

오른쪽 그림은 런던을 중심으로 시간대의 기준이 되는 본초 자오선과 경도 180°를 기준으로 날짜를 구분하는 날짜 변경선을 나타낸 것이다. 예를 들어 서울에 해당되는 가장자리의 수인 $+9$는 런던의 시각보다 9시간이 빠르다는 뜻이다. 이를 바탕으로 카이로가 4월 9일 오전 6시일 때, 뉴욕의 시간을 구해 보자.



스스로 점검하기

| 정답과 해설 287쪽 |

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

두 유리수의 뺄셈은 빼는 수의 □을/를 바꾸어 □(으)로 고쳐서 계산한다.

2

다음을 계산하시오.

(1) $(+14)-(+7)$ (2) $(+6)-(-9)$

(3) $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(+\frac{3}{2}\right)$ (4) $(-2.7)-(-4.2)$

3

다음 중 가장 작은 수에서 가장 큰 수를 뺀 값을 구하시오.

$\frac{9}{4}$, -6, 7, 0, -2, $-\frac{5}{2}$

4

다음을 계산하시오.

(1) $7-12+5$

(2) $\frac{5}{3}-\frac{1}{6}-\left(-\frac{3}{2}\right)$

5

두 정수 a, b에 대하여 $a>0$, $b<0$이다. a의 절댓값이 3, b의 절댓값이 2일 때, $(a-b)^2$의 값을 구하시오.

6

실생활 추론

민정이와 준우가 계단의 가운데 칸에서 가위바위보를 하여 이긴 사람은 두 칸 위로 올라가고, 진 사람은 한 칸 아래로 내려가는 놀이를 하고 있다. 계단 가운데 칸의 위치를 0이라 하고, 한 칸 올라가는 것을 $+1$, 한 칸 내려가는 것을 -1이라고 하자. 민정이가 3회 이기고 2회 졌을 때, 민정이는 준우보다 몇 칸 위에 있게 되는지 구하시오. (단, 비긴 경우는 없는 것으로 한다.)

https://code.jihak.co.kr/qr/2Rf1KaP4MrxpLia4

자기 평가

정수와 유리수의 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	
정수와 유리수의 뺄셈의 원리를 이용하여 문제를 해결하고, 그 풀이 과정과 결과를 반성할 수 있다.	

수학으로 세상보기

정수를 이용하여 디자인하기

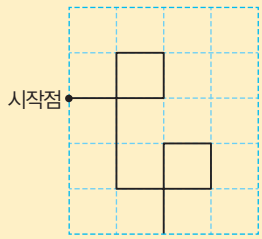
의사소통 연결

정답과 해설 287쪽

● 다음과 같은 규칙으로 독특한 무늬를 디자인해 보자.

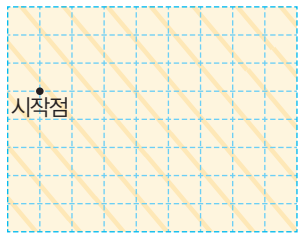
1 적절한 위치에 시작점을 정한다.
2 +는 위쪽과 오른쪽, −는 아래쪽과 왼쪽으로 번갈아 가며 주어진 정수의 절댓값만큼 움직인다.
3 홀수 번째에는 왼쪽과 오른쪽으로, 짝수 번째에는 위쪽과 아래쪽으로 움직인다.

예 $+2, +1, -1, -3, +2, +1, -1, -2$를 디자인하면 오른쪽 그림과 같다.

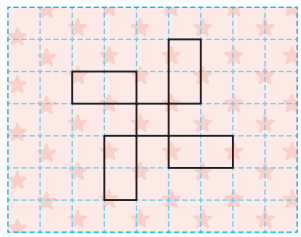


1 다음에 나열한 수로 무늬를 그려 보자.

$+4, \quad +2, \quad -2, \quad -4, \quad +4, \quad +2, \quad -2, \quad -4$

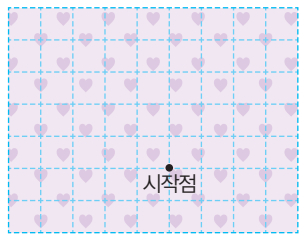


2 오른쪽 무늬는 시작점과 끝점이 같다. 시작점을 정한 후 이 무늬를 나타낼 수 있는 수들을 나열해보고, 이 수들이 갖는 특징을 말해 보자.

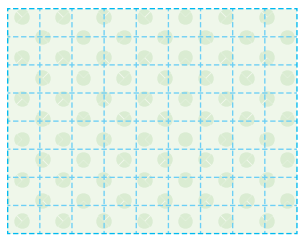


3 다음에 나열한 수로 그린 무늬의 시작점과 끝점이 같다고 할 수 있는지 친구와 이야기해 본 후 무늬를 그려 확인해 보자.

$+1, +2, -3, -1, +2, +3, -1, -2, +3, +1, -2, -3$



4 다양한 정수를 이용하여 시작점과 끝점이 같아지도록 나만의 디자인을 해 보자.



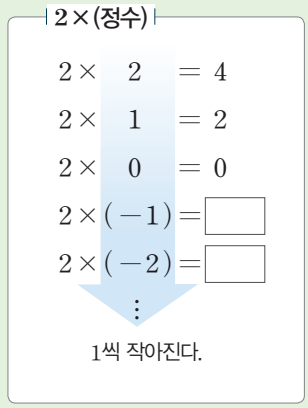
05 정수와 유리수의 곱셈

[학습 목표] 정수와 유리수의 곱셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

정수와 유리수의 곱셈은 어떻게 할까?

생각 펼치기

다음은 2에 정수를 곱할 때, 곱하는 수를 1씩 줄여 계산하는 과정을 나타낸 것이다. 물음에 답해 보자.



1. 곱하는 수가 1씩 작아짐에 따라 2×(정수)의 계산 결과에는 어떤 변화가 있는지 말해 보자.

2. **1**의 규칙에 따라 □ 안에 알맞은 수를 각각 써넣어 보자.

정수와 유리수의 곱셈

생각 펼치기에서 양의 정수 2에 정수를 곱할 때, 곱하는 수를 1씩 줄이면 두 수의 곱은 2씩 작아진다.

이 과정에서 다음이 성립함을 알 수 있다.

(양의 정수)×(양의 정수) → +(두 정수의 절댓값의 곱)

(양의 정수)×(음의 정수) → −(두 정수의 절댓값의 곱)

한편, $(-2)\times 2$는 -2를 2번 더한 것과 같으므로

$$(-2)\times 2=(-2)+(-2)=-4$$

와 같이 계산할 수 있다.

또, 다음과 같이 음의 정수 -2에 정수를 곱할 때, 곱하는 수를 1씩 줄이면 두 수의 곱은 2씩 커진다.

$$(-2)\times(+2)=-4=-(2\times2)$$
$$(-2)\times(+1)=-2=-(2\times1)$$
$$(-2)\times\ \ 0\ \ =0=-(2\times0)$$
$$(-2)\times(-1)=+2=+(2\times1)$$
$$(-2)\times(-2)=+4=+(2\times2)$$

이 과정에서 다음이 성립함을 알 수 있다.

(음의 정수) $\times$ (양의 정수) ➔ $-$(두 정수의 절댓값의 곱)

(음의 정수) $\times$ (음의 정수) ➔ $+$(두 정수의 절댓값의 곱)

한편, $(+2)\times0=0$, $(-2)\times0=0$과 같이 어떤 정수와 0의 곱은 항상 0이다.

일반적으로 유리수의 곱셈도 정수의 곱셈과 같은 방법으로 계산한다.

(+) × (+) ➡ +(절댓값의 곱)
(−) × (−) ➡ +(절댓값의 곱)

(+) × (−) ➡ −(절댓값의 곱)
(−) × (+) ➡ −(절댓값의 곱)

정수와 유리수의 곱셈

1. 부호가 같은 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 $+$를 붙인 것과 같다.
2. 부호가 다른 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 $-$를 붙인 것과 같다.
3. 어떤 수와 0의 곱은 항상 0이다.

함께 해 보기 1 다음을 계산하시오.

(1) $(+7)\times(+4)$ (2) $(+4.5)\times(-2)$

풀이 (1) $(+7)\times(+4)=+(7\times4)=+28$

(2) $(+4.5)\times(-2)=-(4.5\times2)=-9$

답 (1) $+28$ (2) -9

1 다음을 계산하시오.

(1) $(+3)\times(+9)$ (2) $(-2)\times(+5)$

(3) $\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$ (4) $(+0.6)\times(-0.7)$

곱셈의 계산 법칙은 무엇일까?

곱셈의 계산 법칙

두 수의 곱셈에서

$$(-2)\times(+3)=-6,\ (+3)\times(-2)=-6$$

과 같이 두 수의 순서를 바꾸어 곱하여도 그 결과는 같다. 이를 곱셈의 **교환법칙**이라고 한다. 또, 세 수의 곱셈에서

$$\{(+2)\times(-3)\}\times(+4)=(-6)\times(+4)=-24$$

$$(+2)\times\{(-3)\times(+4)\}=(+2)\times(-12)=-24$$

와 같이 어느 두 수를 먼저 곱하여도 그 결과는 같다. 이를 곱셈의 **결합법칙**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

곱셈의 계산 법칙

세 수 a, b, c에 대하여

1. 곱셈의 교환법칙: $a\times b=b\times a$
2. 곱셈의 결합법칙: $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

세 수의 곱셈에서 곱셈의 결합법칙이 성립하므로 $(a\times b)\times c$, $a\times(b\times c)$는 모두 $a\times b\times c$로 나타낼 수 있다.

세 개 이상인 수의 곱을 계산할 때에는 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 적절히 이용하면 편리하다.

함께 해 보기 2 다음을 계산하시오.

$$\left(-\frac{14}{5}\right)\times(-4.5)\times\left(-\frac{5}{7}\right)$$

풀이

$$\left(-\frac{14}{5}\right)\times(-4.5)\times\left(-\frac{5}{7}\right)$$
$$=(-4.5)\times\left(-\frac{14}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{7}\right) \quad \text{곱셈의 교환법칙}$$
$$=(-4.5)\times\left\{\left(-\frac{14}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{7}\right)\right\} \quad \text{곱셈의 결합법칙}$$
$$=(-4.5)\times(+2)=-9$$

답 -9

2 다음을 계산하시오.

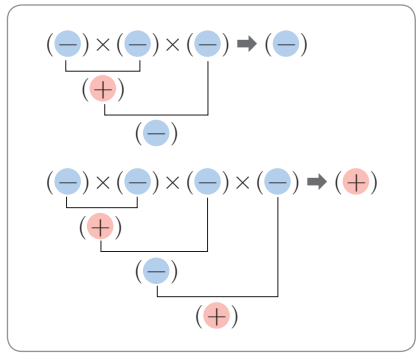
(1) $(+2)\times(-1.3)\times(-5)$ (2) $(-6)\times(-2.5)\times(+5)$

(3) $\left(-\frac{5}{7}\right)\times(+12)\times(-7)\times\left(+\frac{1}{4}\right)$ (4) $(-9)\times\left(+\frac{1}{5}\right)\times\left(+\frac{1}{6}\right)\times(+10)$

여러 개의 수의 곱셈

0이 아닌 여러 개의 수를 곱할 때, 곱의 부호는 음수가 없거나 짝수 개이면 +이고, 홀수 개이면 −이다.

따라서 여러 개의 수의 곱셈에서는 먼저 곱의 부호의 개수를 확인하여 부호를 정하고, 각 수들의 절댓값의 곱에 그 부호를 붙여서 계산할 수 있다.



함께 해 보기 3 다음을 계산하시오.

$(+4)\times(-3)\times(-2)^3$

풀이
$(+4)\times(-3)\times(-2)^3$
$=(+4)\times(-3)\times(-8)$ ← 거듭제곱을 계산한다.
$=+(4\times3\times8)$ ← 곱의 부호를 정한다.
$=+96$ ← 절댓값의 곱을 구한다.

답 +96

수학 호기심

-2^2의 값과 $(-2)^2$의 값은 같을까?

3 다음을 계산하시오.

(1) $(-2)^2\times(-3)\times(-7)$

(2) $(-3)^2\times\left(+\frac{1}{3}\right)^3\times(-1)$

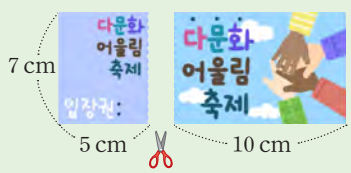
자연수와 마찬가지로 유리수에서도 같은 수를 곱할 때 거듭제곱을 사용하여 나타낼 수 있다.

분배법칙은 무엇일까?

생각 펼치기

다문화 교육

승희는 학교에서 주최하는 다문화 어울림 축제 입장권을 오른쪽 그림과 같이 제작하려고 한다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.



자르는 선을 따라 자르기 전과 후 입장권의 넓이는 같으므로
$7\times(\square+\square)=(7\times\square)+(7\times\square)(\text{cm}^2)$이다.

분배법칙

생각 펼치기 에서 $7\times(5+10)$과 $7\times5+7\times10$을 각각 계산하면

$$7\times(5+10)=7\times15=105$$
$$7\times5+7\times10=35+70=105$$

이다.

$7\times(5+10)=\underset{①}{7\times5}+\underset{②}{7\times10}$

이와 같이 두 수의 합에 어떤 수를 곱한 것은 두 수에 각각 그 수를 곱하여 더한 것과 같다. 이를 덧셈에 대한 곱셈의 **분배법칙**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

수학 호기심

세 수 a, b, c에 대하여 $a\times(b-c)$를 계산하면 무엇일까?

분배법칙

세 수 a, b, c에 대하여

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c,\quad (a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

확인하기

(1) $15\times\left(-\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\right)=15\times\left(-\frac{1}{5}\right)+15\times\frac{2}{3}=\square+\square=\square$

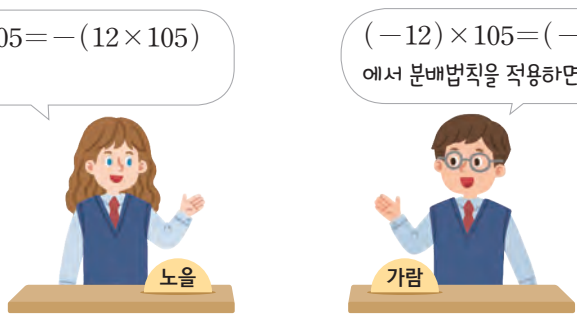
(2) $1.7\times11+0.3\times11=(1.7+0.3)\times\square=\square$

4 분배법칙을 이용하여 다음을 계산하시오.

(1) $(-21)\times\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{7}\right\}$ (2) $(-1.3)\times8+(-1.3)\times2$

더 생각 나아가기 추론 의사소통

$(-12)\times105$를 노을이와 가람이의 방법으로 각각 계산해 보고, 그 결과를 비교해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 288쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 부호가 같은 두 수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 □의 부호를 붙인다.

(2) 부호가 다른 두 수의 곱셈은 두 수의 절댓값의 곱에 □의 부호를 붙인다.

(3) 어떤 수와 0의 곱은 항상 □이다.

2

다음을 계산하시오.

(1) $(+5)\times(+3)$ (2) $(-2.5)\times(+4)$

(3) $(-7.6)\times 0$ (4) $\left(-\frac{3}{8}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

3

다음 계산 과정에서 ㉠, ㉡에 알맞은 계산 법칙을 각각 말하시오.

$$(-18)\times 7\times\left(-\frac{1}{6}\right)$$
$$=7\times(-18)\times\left(-\frac{1}{6}\right) \quad \text{곱셈의 } \boxed{\text{㉠}}$$
$$=7\times\left\{(-18)\times\left(-\frac{1}{6}\right)\right\} \quad \text{곱셈의 } \boxed{\text{㉡}}$$
$$=7\times 3$$
$$=21$$

4

다음을 계산하시오.

$$\frac{1}{3}\times(-3^2)\times(-1)^3$$

5

다음 계산 과정에서 □ 안에 알맞은 수를 각각 써넣으시오.

$$(-11)\times 52+(-11)\times 48$$
$$=(-11)\times\boxed{\quad}=\boxed{\quad}$$

6 실생활 문제 해결

예리와 경태는 가위바위보를 하여 다음의 규칙으로 점수를 얻는 게임을 하였다. 두 사람의 처음 점수는 같고, 10번의 게임에서 예리는 4번을 이기고 3번을 비겼다고 한다. 게임이 끝난 뒤 예리와 경태의 점수 차를 구하시오.

게임 방법

❶ 가위바위보에서 이기면 $\frac{5}{4}$점을 얻는다.

❷ 가위바위보에서 지면 $\frac{1}{3}$점을 잃는다.

❸ 가위바위보에서 비기면 $\frac{1}{2}$점을 얻는다.

https://code.jihak.co.kr/qr/Fq4K2Bmlc7F8vhrU

자기 평가

정수와 유리수의 곱셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

정수와 유리수의 곱셈의 원리를 이용하여 문제를 해결하고, 그 풀이 과정과 결과를 반성할 수 있다.

06 정수와 유리수의 나눗셈

[학습 목표] 정수와 유리수의 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

정수와 유리수의 나눗셈은 어떻게 할까?

생각 펼치기

두 자연수의 곱셈과 나눗셈 사이에는 오른쪽과 같은 관계가 성립한다. 정수에서도 이러한 관계가 성립함을 이용하여 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$4 \times 3 = 12$ → $12 \div 4 = 3$, $12 \div 3 = 4$

1. $(-4) \times (+3) = -12$ → $(-12) \div (-4) =$ □
2. $(-4) \times (+3) = -12$ → $(-12) \div (+3) =$ □

생각 펼치기와 같이 부호가 같은 두 정수의 나눗셈의 몫은 두 정수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 +를 붙인 것과 같다. 부호가 다른 두 정수의 나눗셈의 몫은 두 정수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 −를 붙인 것과 같다.

$(+) \div (+) \rightarrow (+)$
$(-) \div (-) \rightarrow (+)$
$(+) \div (-) \rightarrow (-)$
$(-) \div (+) \rightarrow (-)$

부호가 같으면 양의 부호: $(-12) \div (-4) = +3$ (절댓값의 나눗셈의 몫)

부호가 다르면 음의 부호: $(-12) \div (+3) = -4$ (절댓값의 나눗셈의 몫)

나눗셈에서 0으로 나누는 경우는 생각하지 않는다.

한편, 0을 0이 아닌 정수로 나눈 몫은 0이다.

일반적으로 유리수의 나눗셈도 정수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

정수와 유리수의 나눗셈

1. 부호가 같은 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 +를 붙인 것과 같다.
2. 부호가 다른 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 −를 붙인 것과 같다.
3. 0을 0이 아닌 수로 나눈 몫은 0이다.

함께 해 보기 1 다음을 계산하시오.

(1) $(-9)\div(-3)$ (2) $(-1.2)\div(+6)$

풀이 (1) $(-9)\div(-3)=+(9\div3)=+3$

(2) $(-1.2)\div(+6)=-(1.2\div6)=-0.2$

답 (1) $+3$ (2) -0.2

1 다음을 계산하시오.

(1) $(+36)\div(+3)$ (2) $(+10)\div(-5)$

(3) $(-4.2)\div(+7)$ (4) $(-3.4)\div(-2)$

역수를 이용한 나눗셈은 어떻게 할까?

역수 어떤 두 수의 곱이 1일 때, 한 수를 다른 수의 **역수**라고 한다. 예를 들어

$$\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}=1$$

이므로 $\frac{4}{3}$의 역수는 $\frac{3}{4}$이고, $\frac{3}{4}$의 역수는 $\frac{4}{3}$이다.

확인하기 $(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=1$이므로 -2의 역수는 $\square$이고, $-\frac{1}{2}$의 역수는 $\square$이다.

2 다음 수의 역수를 구하시오.

소수의 역수를 구할 때에는 소수를 분수로 고쳐서 구한다.

(1) 11 (2) -3

(3) $-\frac{5}{8}$ (4) 2.3

역수를 이용한 나눗셈 분수의 나눗셈은

$$\frac{2}{3}\div\frac{6}{5}=\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{9}$$

와 같이 나누는 수의 역수를 곱하여 계산하였다.

유리수의 나눗셈에서도 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸어 계산할 수 있다.

곱셈으로 바꾼다.

$$(-6)\div(-3)=(-6)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=+\left(6\times\frac{1}{3}\right)=+2$$

역수로 바꾼다.

3 역수를 이용하여 다음을 계산하시오.

(1) $(+8)\div\left(-\frac{1}{2}\right)$ (2) $\left(-\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{6}{13}\right)$

사칙계산이 섞여 있는 식의 계산은 어떻게 할까?

사칙계산이 섞여 있는 식의 계산

일반적으로 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 경우에는 다음과 같은 순서로 계산한다.

❶ 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.

❷ 괄호가 있으면 괄호 안을 먼저 계산한다. 이때 괄호는 소괄호, 중괄호, 대괄호의 순서로 계산한다.

❸ 곱셈, 나눗셈을 먼저 계산하고 덧셈, 뺄셈은 나중에 계산한다.

소괄호 ( )
중괄호 { }
대괄호 [ ]

함께 해 보기 2 $4-\{9\times(-1)^2-5\}\div 2$를 계산하시오.

풀이

$4-\{9\times(-1)^2-5\}\div 2$ ← 거듭제곱을 계산한다.

$=4-(9\times 1-5)\div 2$ ← 괄호 안의 곱셈을 먼저 계산한다.

$=4-(9-5)\div 2$ ← 괄호 안의 뺄셈을 먼저 계산한다.

$=4-4\div 2$ ← 나눗셈을 한다.

$=4-2$ ← 뺄셈을 한다.

$=2$

답 2

4 다음을 계산하시오.

(1) $\left\{2+6\div\left(-\frac{3}{7}\right)\right\}\times\frac{3}{4}$ (2) $\{1-(4+6)\}\div\left(-\frac{3}{2}\right)^2+8$

더 생각 나아가기 추론 의사소통

다음은 $12-8\div 4\times(-6)$을 계산하는 과정이다. 잘못된 부분을 찾아 바르게 고치고, 그 이유를 설명해 보자.

$12-8\div 4\times(-6)=4\div 4\times(-6)=1\times(-6)=-6$

스스로 점검하기

정답과 해설 288쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 부호가 같은 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 □의 부호를 붙인다.

(2) 부호가 다른 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 □의 부호를 붙인다.

(3) 정수와 유리수의 나눗셈은 나누는 수의 □을/를 이용하여 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

2

$-\frac{1}{10}$의 역수와 -5의 역수의 곱을 구하시오.

3

다음을 계산하시오.

(1) $(-56)\div(+7)$

(2) $\left(-\frac{15}{2}\right)\div(-10)$

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{9}{2}\right)$

(4) $\frac{7}{9}\div\left(-\frac{4}{3}\right)^2\times\left(-\frac{4}{7}\right)$

4

다음 식의 계산 순서에 따라 차례대로 그 기호를 쓰고, 계산 결과를 구하시오.

$$-6+10\times\left\{1-\frac{12}{5}\div(-2)^2\right\}$$

㉠ ㉡ ㉢ ㉣ ㉤

5

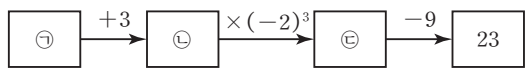
$a>1$일 때, 다음 수를 크기가 작은 수부터 차례대로 나열하시오.

$$-a^2 \quad -a \quad \frac{1}{a} \quad \frac{1}{a^2}$$

6

단계형 문제 추론

다음 그림과 같이 어떤 정수에 3을 더하고, 그 합에 $(-2)^3$을 곱한 후 9를 뺐더니 23이 되었다. 어떤 정수를 구하려고 할 때, 물음에 답하시오.



(1) ㉢에 들어갈 알맞은 수를 구하시오.

(2) ㉡에 들어갈 알맞은 수를 구하시오.

(3) ㉠에 들어갈 알맞은 수를 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/TCoznjPlLpvXuZE5

자기 평가		
	정수와 유리수의 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	
	정수와 유리수의 나눗셈의 원리를 이용하여 문제를 해결하고, 그 풀이 과정과 결과를 반성할 수 있다.	

수학으로 세상보기

쉽고 빠르게 계산하기

공학 도구

추론 정보처리

| 정답과 해설 288쪽 |

계산기는 우리가 손으로 해야 하는 복잡한 계산을 대신할 뿐 아니라 수학적 탐구나 실질적인 문제 해결의 도구가 되기도 한다. 이러한 계산기의 활용법을 배우고, 잘 몰랐던 기능에 대해서 알아보자.

휴대 전화에 있는 계산기의 사용 방법을 알아보고, 물음에 답해 보자.



■ 계산기 조작 단추 설명

C : 초기 화면으로 돌아가는 단추

( ) : 괄호를 나타내는 단추

+/− : 부호를 나타내는 단추

. : 소수점을 나타내는 단추

0, 1 ~ 9 : 숫자 단추

+, −, ×, ÷ : 사칙연산 단추

= : 결과를 나타내는 단추

■ 사용 방법

1. C 를 눌러 계산기를 초기화한 후 계산할 식을 입력한다.
2. 식을 입력한 후, = 를 누른다.

1 계산기를 이용하여 다음 식을 계산해 보고, 직접 손으로 계산해 본 결과와 일치하는지 확인해 보자.

(1) $(-21)\times 5-102\div 6$

(2) $(-13)\times(-7)-184\div 4$

2 계산기에 다음 키를 입력해서 나온 값을 구하고, 이는 어떤 식을 계산한 것인지 추측해 보자.

(1) 2 × 2 = = = =

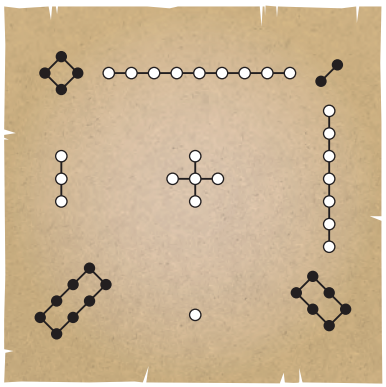
(2) 5 + 5 = = = = = = =

3 **2**에서 추측한 것을 토대로 계산기를 이용하여 다음 식을 계산해 보자.

(1) $59+59+59+59+59$

(2) 3^{10}

유리수의 사칙연산을 이용한 마방진 놀이



낙서

마방진이란, 정사각형에 1부터 차례대로 자연수를 중복하거나 빠뜨리지 않고 적어 가로, 세로, 대각선에 있는 수들의 합이 모두 같도록 만든 수의 배열을 의미한다.

마방진은 누가 처음으로 만들었는지는 정확하게 알 수는 없지만, 중국 한나라 우왕 때 장마철마다 낙수라는 강이 범람을 하여 그것을 막기 위해 제방을 쌓는 공사를 하는데 등에 어떤 무늬가 새겨진 거북 한 마리가 나타났고, 이 거북의 등에는 공사 방법을 알려주는 그림이 새겨져 있었다고 한다. 사람들은 이 그림을 낙서라고 불렀고, 이것이 마방진의 시작이었다고 전해진다.

우리나라에도 조선 숙종 때 마방진을 연구한 학자 최석정이 있었다. 그는 『구수략』이라는 책을 저술했는데, 이 책에는 독창적인 마방진에 대한 해법과 새로운 마방진까지 제시되어 있다. 최석정은 마방진 속의 수들이 완전한 대칭을 이루고 안정된 모습으로 배열된 것에서 자연이 균형을 이루며 만물이 움직이는 원리와 같다고 생각했다고 한다.

(출처: 국립중앙과학관, 2015)

다음 활동을 통해 마방진 놀이를 해 보자.

1 아래 표의 9개의 칸에 1부터 9까지의 자연수를 하나씩 써넣으려고 한다. 가로, 세로, 대각선의 수의 합이 모두 같도록 빈칸에 알맞은 수를 써넣어 보자.

2		
		3
6		

2 다음과 같은 방법으로 -4부터 4까지의 수를 이용하여 마방진을 만들어 보자.

❶ 마방진은 가로, 세로, 대각선의 수의 합이 모두 같으므로 가로, 세로, 대각선 중 하나를 골랐을 때, 각 줄에 놓인 3개의 수의 합은 마방진 속 모든 수를 더해 3으로 나눈 값과 같아야 한다.

➡ $\{(-4)+(-3)+\cdots+(+3)+(+4)\}\div 3=0$

❷ 마방진의 정중앙 칸에 들어갈 수를 정한다.

➡ -4부터 4까지의 숫자 9개를 순서대로 나열하였을 때 정가운데 오는 숫자는 0이므로 0을 정중앙 칸에 둔다.

❸ 각 줄의 합이 0이 되도록 수를 채운다.

3 2와 같은 방법을 이용하여 오른쪽 표의 9개의 칸에 $-\frac{3}{5}$, $-\frac{2}{5}$, $-\frac{1}{5}$, 0, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, 1의 수를 써넣어 마방진을 완성해 보자.

4 나만의 마방진을 만들어 보고, 친구들과 비교해 보자.

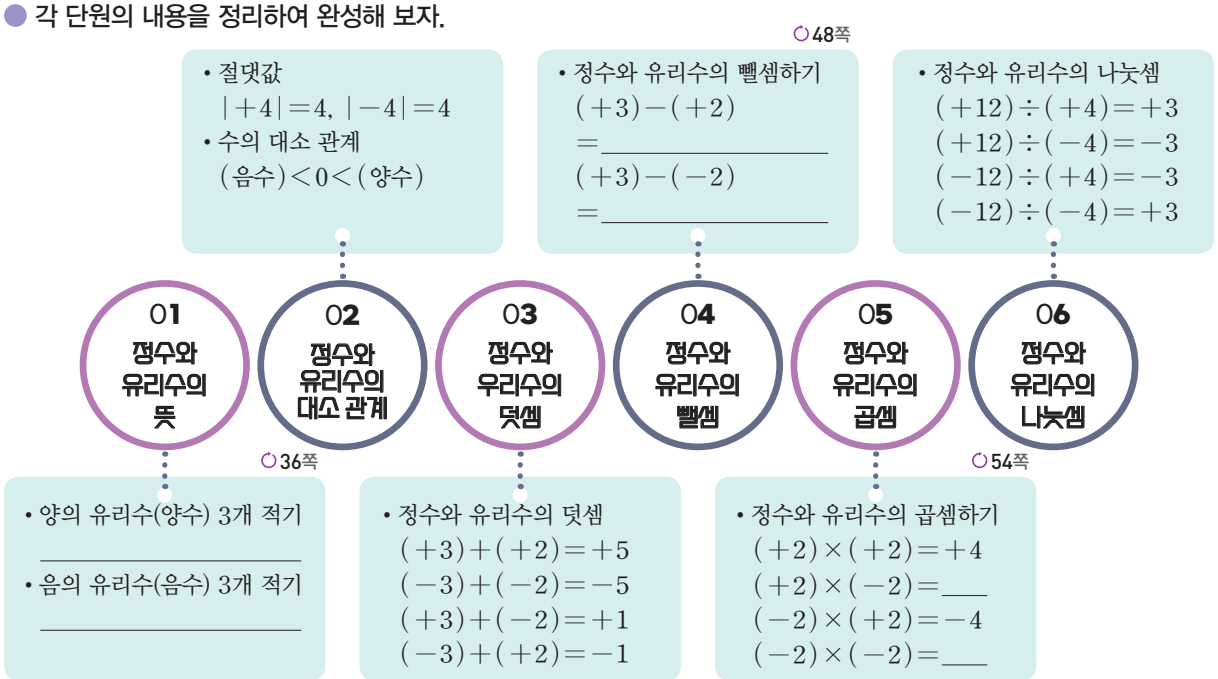
| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	마방진의 뜻을 알고 가로, 세로, 대각선의 합을 추론하여 구할 수 있다.		
	주어진 규칙을 이용하여 마방진을 만들 수 있다.		
태도	마방진 만들기 활동에 적극 참여하였다.		

스스로 마무리하기

생각 완성하기

● 각 단원의 내용을 정리하여 완성해 보자.



●○○

1 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. 모든 자연수는 정수이다.
ㄴ. 0은 양의 정수도 음의 정수도 아니다.
ㄷ. 0과 1 사이에는 유리수가 없다.
ㄹ. 음의 정수는 음의 부호를 생략하여 나타낼 수 있다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄷ ④ ㄷ, ㄹ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

●○○

2 다음 중에서 옳은 것은?

① $+2>+5$ ② $-4>0$
③ $-7<-10$ ④ $\left|-\frac{5}{2}\right|<+1$
⑤ $|+2.4|<|-2.5|$

●○○

3 다음 중 수직선 위에 나타내었을 때, 원점에 가장 가까이 있는 수는?

① -1.2 ② $-\frac{4}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ 0.5 ⑤ $\frac{9}{8}$

4 다음 수에 대한 설명으로 옳은 것은?

$$-7,\quad 5,\quad \frac{4}{3},\quad 0,\quad \frac{6}{2},\quad -2.1$$

① 양수는 4개이다.

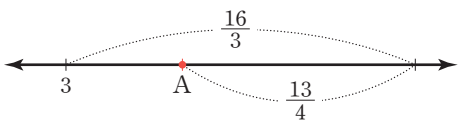
② 정수가 아닌 유리수는 2개이다.

③ 절댓값이 가장 큰 수는 5이다.

④ 자연수가 아닌 정수는 1개이다.

⑤ 수직선 위에 나타내었을 때, 가장 왼쪽에 있는 수는 $+5$이다.

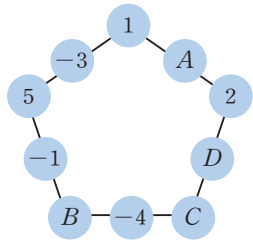
5 다음 수직선에서 점 A가 나타내는 수를 구하시오.



6 'a는 $-\frac{5}{2}$보다 작지 않고 $\frac{19}{3}$보다 작다.'를 부등호를 사용하여 나타내고, a의 값이 될 수 있는 정수의 개수를 구하시오.

7 절댓값이 같고, 부호가 다른 두 수를 수직선 위에 각각 나타냈을 때, 두 점 사이의 거리가 $\frac{5}{6}$였다. 이 두 수를 각각 구하시오.

8 오른쪽 그림에서 각 변에 놓인 세 정수의 합이 같을 때, $A+B+C+D$의 값은?



① -2 ② -1

③ 0 ④ 1

⑤ 2

9 $a=\left(+\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)$, $b=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)$일 때, $a\times b$의 값을 구하시오.

10 다음 중에서 계산 결과가 가장 작은 것은?

① $\frac{4}{7}\times\left(-\frac{3}{4}\right)$ ② $(-6)\div\frac{2}{3}$

③ $-1+3$ ④ $0\div5$

⑤ $(-1)^{10}$

11 $13-6\times\left\{1+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\right\}$을 계산하시오.

스스로 마무리하기

| 정답과 해설 289쪽 |

서술형 문제

12 ●●○ 어떤 수에서 $-\frac{5}{4}$를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 그 결과가 $\frac{2}{3}$가 되었다. 이때 바르게 계산한 답을 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

13 ●●○ 희수와 시은이가 출발점에서 동시에 출발하여 일직선으로 서로 반대 방향으로 이동한다. 희수는 분속 50 m로 걷고, 시은이는 분속 40 m로 걸을 때, 20분 후에 희수와 시은이 사이의 거리를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

사고력 문제

14 ●●● 두 유리수 a, b에 대하여 $a-b>0$, $\frac{a}{b}<0$일 때, 다음 수들을 작은 것부터 차례대로 쓰시오.

a, b, $a-b$, $b-a$

15 ●●● 다음 조건을 모두 만족시키는 세 정수 a, b, c에 대하여 $a-b-c$의 값을 구하시오.

(가) $abc=-8$
(나) $a+b+c=-1$
(다) $|b|<|c|<|a|$

https://code.jihak.co.kr/qr/nlUEyeJzNttitvAn

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검하여 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

정수와 유리수를 이용하여 문제를 해결하는 과정과 결과를 반성하였다.	
자신의 생각을 수학적으로 표현하고, 다른 사람의 생각을 이해하려고 노력하였다.	
수업 준비를 잘하고 수업 시간에 성실하게 참여하였다.	
친구의 의견을 존중하고 경청하였다.	

+꿈을 비춰 주는 수학 등대

좋은 소리를 만드는 악기 조율사



누구나 한 번쯤은 피아노나 바이올린, 기타 등의 악기를 다루어 봤을 것이다. 이 악기들은 어떻게 아름다운 소리를 내는 것일까?

현악기는 현의 길이를 늘이거나 줄이면 그 길이에 따라 다른 소리가 나는데, 이 길이가 유리수 비를 이룰 때 매우 조화롭고 아름다운 소리가 난다. 반대로 이 길이가 유리수 비를 이루지 못할 때는 듣기 힘들고 불편한 소리가 난다. 악기 조율사들은 바로 이러한 사실을 바탕으로 현의 장력을 조절하여 음률을 맞추어 악기가 아름다운 소리를 낼 수 있도록 한다. 악기 조율이란, 음악적 과정과 수학적 과정을 동시에 거쳐 적합하게 조절하는 작업을 말한다. 아름다운 소리를 만들기 위해서는 악기 조율이 상당히 중요하며 이 일을 하는 악기 조율사는 좋은 소리를 만드는 사람이라 할 수 있다.

악기 조율사는 무슨 일을 하나요?



악기 조율사

피아노, 바이올린 등 각종 악기의 파손된 부위를 수리하거나 조율하는 일을 합니다. 또한 악기의 음색을 바로잡는 일인 정음 작업도 합니다.

악기 조율사가 되려면 어떤 능력이 필요한가요?



악기 조율사

음악을 듣고 음색과 음정을 구별할 수 있는 음악 능력이 필요하며, 수리나 조율을 하기 위해 손이나 도구를 사용하는 것에도 흥미가 있어야 합니다.

악기 조율과 수학은 어떤 관계가 있나요?



악기 조율사

피타고라스는 주어진 현의 길이가 $\frac{1}{2}$배가 되면 원래 음에서 완전 8도 높은 음이 되고, $\frac{2}{3}$배가 되면 완전 5도 높은 음이 된다고 이야기하며, 현의 길이가 변화함에 따라 음의 높이가 달라진다고 설명했습니다. 이러한 원리를 이용하면 일정한 유리수의 비에 따라 주어진 현의 길이에 변화를 주어 그 음과 어울리는 아름다운 소리를 낼 수 있습니다.

(출처: EBS Math, 음의 조화와 피타고라스의 음률)

Ⅲ

문자와 식



01 문자의 사용과 식의 값

02 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈

03 일차식의 덧셈과 뺄셈

04 방정식과 그 해

05 일차방정식의 풀이



| 배운 내용 |

초3~4

- 규칙
- 동치 관계

초5~6

- 대응 관계

| 이어질 내용 |

중2

- 식의 계산
- 일차부등식
- 연립일차방정식

중3

- 다항식의 곱셈과 인수분해
- 이차방정식



우리는 교통 안내 표지판, 음악의 악보, 휴대 전화 화면의 아이콘 등에 간결하게 표현된 기호가 전달하려는 의미를 알 수 있다. 수학에서 문자와 식은 의사소통을 위한 필수적인 언어일 뿐만 아니라 우리 주변의 문제 상황을 표현하고 탐구하는 중요한 도구이다.

이 단원에서는 수학에서 문자를 사용하는 방법 및 방정식과 그 풀이 방법을 배운다.

이것만은 알고 가기

정답과 해설 289쪽

초 5~6 식 만들기 잘함 보통 모름

1 다음 문장을 식으로 나타내시오.

(1) △보다 4만큼 작은 수

(2) ○의 2배와 ☆의 5배의 합

• 한 개에 □원 하는 사과 3개의 값
➜ (□×3)원

중 1 거듭제곱 잘함 보통 모름

2 다음을 거듭제곱을 사용하여 나타내시오.

(1) $10\times10\times10\times10$

(2) $(-1)\times(-1)\times(-1)$

(3) $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$

(4) $5\times5\times5\times7\times7$

• $2\times2\times2=2^3$

중 1 정수와 유리수의 사칙계산 잘함 보통 모름

3 다음을 계산하시오.

(1) $4+(-7)$

(2) $(-2)-(-3)$

(3) $6-\frac{1}{3}\times(-3)^2$

(4) $2+(-3)\times\{2^3\div(-4)\}$

• 사칙계산이 섞여 있는 식의 계산
❶ 거듭제곱을 계산한다.
❷ 괄호 안을 계산한다.
❸ 곱셈, 나눗셈을 계산한다.
❹ 덧셈, 뺄셈을 계산한다.

중 1 분배법칙 잘함 보통 모름

4 다음을 분배법칙을 이용하여 계산하시오.

(1) $6\times\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)$

(2) $1.1\times4.6+1.1\times5.4$

• 세 수 a, b, c에 대하여
$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

01 문자의 사용과 식의 값

[학습 목표] 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타내어 그 유용성을 인식하고, 식의 값을 구할 수 있다.

문자를 사용하여 식을 어떻게 나타낼까?

생각 펼치기

다음 표는 데이터 전송 속도가 초당 100 MiB인 휴대 전화의 전송되는 데이터의 양을 나타낸 것이다. 표의 빈칸에 알맞은 식을 각각 써넣어 보고, 물음에 답해 보자.



시간(초)	전송되는 데이터의 양(MiB)
1	100×1
2	
3	
4	
⋮	⋮

1. 데이터가 전송되는 시간을 □초라고 할 때, 전송되는 데이터의 양을 □를 사용하여 나타내 보자.

문자를 사용한 식

생각 펼치기에서 전송되는 데이터의 양은 $\{100\times(\text{시간})\}$ MiB이고, □를 사용하면 $(100\times\square)$ MiB로 간단히 나타낼 수 있다. 이때 □ 대신 문자 x를 사용하면 x초 동안 전송된 데이터의 양을 $(100\times x)$ MiB와 같이 나타낼 수 있다.

이와 같이 문자를 사용하면 구체적인 값이 주어지지 않은 수량이나 수량 사이의 관계를 식으로 간단히 나타낼 수 있다.



비에트(Viéte, F., 1540~1603)는 프랑스의 수학자로, 『해석학 서설』에서 주어진 값이나 양을 나타내는 데 문자 기호를 사용하여 기호 체계를 확립하였다.
(출처: 고상숙 외 1인, 『청소년을 위한 서양수학사』)

1 다음을 문자를 사용한 식으로 나타내시오.

(1) 한 변의 길이가 a cm인 정삼각형의 둘레의 길이

(2) 3개의 상자에 공을 p개씩 나누어 담고 5개가 남을 때, 공의 총 개수

(3) 십의 자리의 숫자가 x, 일의 자리의 숫자가 y인 두 자리의 자연수

문자 x 대신 다른 문자 a, p, y, … 를 사용할 수도 있다.

곱셈 기호의 생략

일반적으로 문자를 사용한 식에서 수와 문자, 문자와 문자 사이의 곱셈 기호 $\times$를 다음과 같이 생략하여 간단히 나타낼 수 있다.

곱셈 기호의 생략

1. 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 $\times$를 생략하고, 수를 문자 앞에 쓴다. 이때 1 또는 -1과 문자의 곱에서는 1을 생략한다.

예 $a\times 2=2a$, $(-1)\times a=-a$

2. 문자와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 $\times$를 생략하고, 각 문자를 보통 알파벳 순서로 쓴다.

예 $b\times a=ab$, $y\times x\times z=xyz$

3. 같은 문자의 곱은 거듭제곱으로 나타낸다.

예 $a\times a\times a=a^3$, $3\times x\times x\times y\times y\times y=3x^2y^3$

4. 괄호가 있는 식과 수의 곱에서는 곱셈 기호 $\times$를 생략하고 수를 괄호 앞에 쓴다.

예 $2\times(x+1)=2(x+1)$, $(x-3)\times 2=2(x-3)$

$0.1\times a$는 $0.a$로 쓰지 않고 $0.1a$로 쓴다.

2 다음 식을 곱셈 기호를 생략하여 나타내시오.

(1) $x\times 4$ (2) $(-0.1)\times a\times b$

(3) $x\times 2\times y\times x$ (4) $(a-b)\times(-3)$

문자를 사용한 식 $x\div 3$은 나눗셈 기호 $\div$를 사용하지 않고 $\frac{x}{3}$와 같이 분수의 꼴로 나타낼 수 있다.

일반적으로 문자를 사용한 식에서 나눗셈 기호 $\div$를 사용하지 않고 분수의 꼴로 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$a\div b=\frac{a}{b}\ (\text{단, } b\neq 0)$$

나눗셈은 곱셈으로 바꾸어 계산할 수 있다.

$x\div 3=x\times\frac{1}{3}=\frac{x}{3}$

'b는 0이 아니다.'를 기호 $\neq$를 사용하여 '$b\neq 0$'으로 나타낸다.

확인하기

(1) $a\div(-4)=\frac{a}{\square}=-\frac{a}{\square}$ (2) $(x-y)\div 3=\frac{x-y}{\square}$

3 다음 식을 곱셈 기호, 나눗셈 기호를 생략하여 나타내시오.

(1) $y\div 5$ (2) $a\div 3\times b$

(3) $\frac{1}{2}\times x\times x-7\div y$ (4) $(a+b)\div c\times(-1)$

4 다음을 곱셈 기호, 나눗셈 기호를 생략한 식으로 나타내시오.

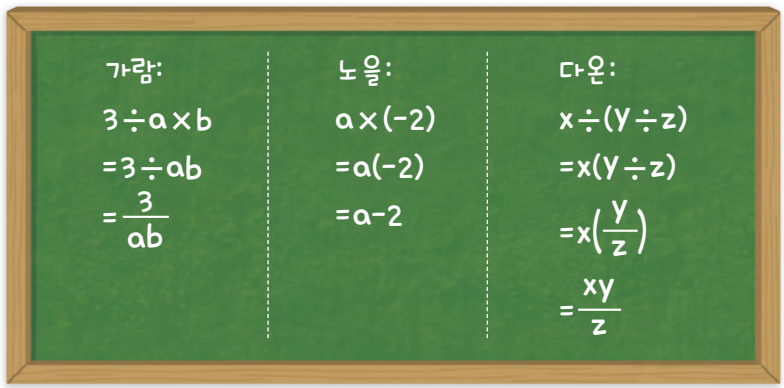
(1) 가격이 같은 공책 a권을 10000원에 구입했을 때, 공책 한 권의 가격

(거리)=(속력)×(시간)

(2) 한 시간에 4 km의 속력으로 t시간 동안 걸은 거리

(3) 두 과목의 시험 점수가 각각 x점, y점일 때, 두 과목의 평균 점수

5 다음은 가람, 노을, 다온이가 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 나타낸 것이다. 잘못된 부분을 모두 찾아 바르게 고치고, 그 이유를 각각 말하시오.



식의 값은 어떻게 구할까?

생각 펼치기

안전·건강 교육

건강한 삶을 위하여 적절한 양의 물을 섭취하는 것은 중요하다. 적절한 물 섭취량은 날씨, 활동량 등에 따라 달라지는데, 세계보건기구(WHO)에서 정한 성인 기준 하루 물 섭취 권장량은 몸무게 1 kg당 0.03 L라고 한다. 몸무게가 x kg인 성인의 하루 물 섭취 권장량을 식으로 나타내 보고, 자신의 하루 물 섭취 권장량을 구해 보자.



식의 값

생각 펼치기에서 몸무게가 x kg인 성인의 하루 물 섭취 권장량은 $0.03x$ L이다. 여기서 몸무게가 50 kg일 때, 하루 물 섭취 권장량은 문자 x 대신에 50을 넣어 다음과 같이 구할 수 있다.

$$0.03\times 50=1.5(\text{L})$$

이와 같이 문자를 포함한 식에서 문자 대신 수를 넣는 것을 문자에 수를 **대입**한다고 하고, 대입하여 계산한 결과를 그 식의 값이라고 한다.

$0.03x$
$=0.03\times x$
$=0.03\times 50$ ← 대입
$=1.5$ ← 식의 값

6 $a=3$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $2a+1$ (2) a^2-3a

함께 해 보기 1 $a=1, b=-2$일 때, 식 $-2a-b$의 값을 구하시오.

풀이 주어진 식에 $a=1$, $b=-2$를 대입하면

$-2a-b=-2\times 1-(-2)$

$=-2+2=0$

답 0

음수를 대입할 때는 괄호를 사용한다.

7 $x=-5, y=4$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) x^2+xy (2) $-x-\frac{3}{2}y$

더 생각 나아가기 문제 해결 추론 연결 — 환경·지속 가능발전 교육

우리나라에서 사용하는 온도 단위는 섭씨(℃)이고, 미국에서 사용하는 온도 단위는 화씨(℉)이다. 화씨 x ℉를 섭씨로 나타내면 $\frac{5}{9}(x-32)$ ℃이다. 다음 기사를 읽고 12월 26일 알래스카의 최고 기온을 섭씨온도로 나타내 보자. (단, 반올림하여 소수 첫째 자리까지 나타낸다.)

12월 알래스카 온도가... 온난화 탓에 기록 경신

겨울이면 극심한 한파가 몰아닥치는 미국 최북단 알래스카주에도 지구 온난화의 여파가 미쳤다. ...(중략)... 알래스카의 최대 섬인 코디액의 온도가 지난 26일 화씨 67도를 기록했다고 보고했다. 이는 알래스카에서 12월 관측된 온도 중 역대 최고 기록이다.

(출처: 연합뉴스, 2021. 12. 30.)

스스로 점검하기

정답과 해설 290쪽

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

(1) 0.1과 문자 x의 곱 $0.1\times x$는 $0.x$로 쓴다. ( )

(2) 수와 문자의 곱에서는 수를 문자 앞에 쓴다. ( )

(3) 문자를 포함한 식에서 문자 대신 수를 넣는 것을 문자에 수를 대입한다고 한다. ( )

2

다음 식을 곱셈 기호, 나눗셈 기호를 생략하여 나타내시오.

(1) $x\div 3\times y$ (2) $-2\times(a+b)\div c$

3

다음을 문자를 사용한 식으로 나타내시오.

(1) 가로의 길이가 a cm, 세로의 길이가 b cm인 직사각형의 둘레의 길이

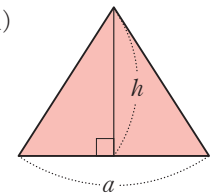
(2) 1200원짜리 펜을 p개 사고, 10000원을 냈을 때의 거스름돈

(3) 자동차를 타고 시속 60 km로 x시간 동안 달리다가 시속 70 km로 y시간 동안 달린 거리

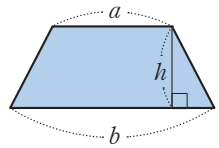
4

다음 도형의 넓이를 곱셈 기호, 나눗셈 기호를 생략한 식으로 나타내시오.

(1)



(2)



5

$a=2$, $b=-3$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $-ab$ (2) $\dfrac{5+a^3}{b}$

6 실생활 연결

공기 중에서 기온이 높을수록 소리의 속력도 빨라진다. 기온이 a ℃일 때, 소리의 속력은 초속 $(0.6a+331)$ m라고 한다. 기온이 14 ℃일 때, 소리의 속력을 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/DTdKs2yqcJInxkxt

자기 평가

다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있고, 식의 값을 구할 수 있다.	
일상생활에서 문자의 유용성을 알 수 있다.	

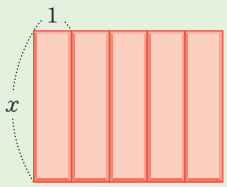
02 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈

[학습 목표] 일차식과 수의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

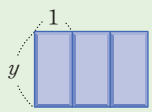
단항식, 다항식, 일차식은 무엇일까?

생각 펼치기

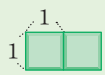
다음 그림과 같이 3가지 모양의 대수 막대를 이용하여 직사각형을 만들었다. 〈그림 1〉, 〈그림 2〉, 〈그림 3〉의 직사각형의 넓이를 각각 구하고, 이들의 합을 식으로 나타내 보자.



〈그림 1〉



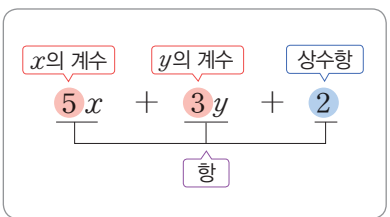
〈그림 2〉



〈그림 3〉

단항식과 다항식

생각 펼치기에서 얻은 식 $5x+3y+2$는 $5x$, $3y$, 2의 합으로 이루어져 있다. 이때 수 또는 문자의 곱으로 이루어진 $5x$, $3y$, 2를 각각 식 $5x+3y+2$의 **항**이라 하고, 특히 2와 같이 수만으로 이루어진 항을 **상수항**이라고 한다.



변하지 않으며 일정한 값을 가진 수나 양을 상수(常數)라고 한다.

또, $5x$와 같이 수와 문자의 곱으로 이루어진 항에서 문자 x에 곱해진 수 5를 x의 **계수**라고 한다.

한편, $4x$, $5x+3y+2$와 같이 한 개의 항 또는 두 개 이상의 항의 합으로 이루어진 식을 **다항식**이라고 한다. 특히 다항식 중에서 $4x$와 같이 한 개의 항으로만 이루어진 식을 **단항식**이라고 한다.

확인하기



1 다음 표를 완성하시오.

다항식	항	x의 계수	y의 계수	상수항
$2x+y-1$				
$-x+3y+1$				
$\frac{x}{4}-\frac{3}{2}y-\frac{1}{5}$				

일차식

$4x$는 $4\times x$로 문자 x가 한 개 곱해져 있고, $4x^2$은 $4\times x\times x$로 문자 x가 두 개 곱해져 있다. 이와 같이 문자를 포함한 항에서 문자가 곱해진 개수를 그 문자에 대한 항의 **차수**라고 한다. 즉, x에 대한 $4x$의 차수는 1이고, $4x^2$의 차수는 2이다.

$4x^{2}$ (2: 차수)

한편, 다항식에서 차수가 가장 큰 항의 차수를 그 다항식의 차수라고 한다. 특히, $2x+1$과 같이 차수가 1인 다항식을 **일차식**이라고 한다.

확인하기

(1) 다항식 $3x^2+x-2$에서 차수가 가장 큰 항은 □이고, 이 항의 차수는 □이므로 다항식 $3x^2+x-2$의 차수는 □이다.

(2) 다항식 $5x-3$에서 차수가 가장 큰 항은 □이고, 이 항의 차수는 □이므로 다항식 $5x-3$의 차수는 □이다.

2 다음 다항식의 차수를 말하고, 일차식을 모두 찾으시오.

(1) $3x-5$

(2) $\frac{b}{11}$

(3) $2a^2-4a+1$

(4) $0.3y^2-5$

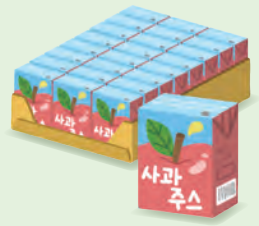
3 다음은 이안, 세라, 지우가 다항식에 대하여 공부한 내용을 말한 것이다. 잘못된 부분을 모두 찾아 바르게 고치고, 그 이유를 각각 말하시오.



일차식과 수의 곱셈, 나눗셈은 어떻게 할까?

생각 펼치기

어느 마트에서 한 개에 x원인 사과주스를 24개씩 1박스에 담아 판매한다. 유경이는 체육 대회 때 학생들에게 나누어 주기 위하여 24개씩 담겨 있는 사과주스 5박스를 사려고 한다. 다음 물음에 답해 보자.



1. 사과주스 24개가 담긴 1박스의 가격을 식으로 나타내 보자.

2. 사과주스 5박스의 가격을 **1**의 결과를 이용하여 식으로 나타내 보자.

단항식과 수의 곱셈, 나눗셈

한 개에 x원인 사과주스 24개의 가격은 $24x$원이고, 24개씩 담겨 있는 사과주스 5박스를 사면 총 금액은 $(24x\times5)$원이다. 또, 총 금액은 사과주스 1개의 가격과 사과주스의 총 개수를 곱한 값으로 생각할 수 있으므로 $x\times120=120x$(원)이다. 따라서 $24x\times5=120x$이다.

단항식 $24x$와 5의 곱셈은 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 다음과 같이 계산할 수도 있다.

곱셈의 교환법칙
$a\times b=b\times a$

곱셈의 결합법칙
$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

$$\begin{aligned}24x\times5&=24\times x\times5\\&=24\times5\times x\quad\text{(곱셈의 교환법칙)}\\&=(24\times5)\times x\quad\text{(곱셈의 결합법칙)}\\&=120\times x\\&=120x\end{aligned}$$

이와 같이 단항식과 수의 곱셈은 수끼리 곱하여 문자 앞에 쓴다.

한편, 단항식을 수로 나눌 때는 수의 계산에서와 마찬가지로 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다. 예를 들어 $10x\div5$는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$10x\div5=10x\times\frac{1}{5}=10\times x\times\frac{1}{5}=10\times\frac{1}{5}\times x=2x$$

확인하기

(1) $6x\times2=(6\times\square)\times x=\square x$

(2) $12x\div3=\dfrac{12x}{\square}=\square x$ 또는 $12x\div3=12x\times\dfrac{1}{\square}=\left(12\times\dfrac{1}{\square}\right)\times x=\square x$

4 다음을 계산하시오.

(1) $-5y \times 4$ (2) $6x \div \left(-\frac{2}{3}\right)$

일차식과 수의 곱셈, 나눗셈

일차식과 수의 곱셈은 분배법칙을 이용하여 일차식의 각 항에 그 수를 곱하여 계산한다. 또 일차식을 수로 나눌 때는 수의 계산에서와 마찬가지로 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

함께 해 보기 1 다음을 계산하시오.

(1) $3(x+2)$ (2) $(6y-9) \div 3$

분배법칙

$a(b+c)=ab+ac$

$(a+b)c=ac+bc$

$(6y-9) \div 3$

$=\frac{6y-9}{3}$

$=2y-3$

풀이 (1) $3(x+2)=3 \times x+3 \times 2$ ← 분배법칙

$=3x+6$

(2) $(6y-9) \div 3=(6y-9) \times \frac{1}{3}$

$=6y \times \frac{1}{3}+(-9) \times \frac{1}{3}$ ← 분배법칙

$=2y+(-3)$

$=2y-3$

답 (1) $3x+6$ (2) $2y-3$

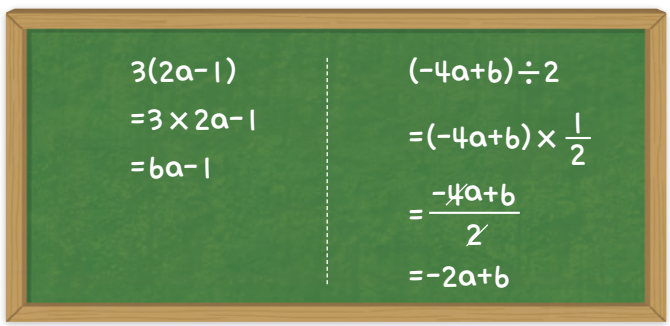
5 다음을 계산하시오.

(1) $\frac{1}{3}(3a-7)$ (2) $(-4x+2) \times 3$

(3) $(10+4b) \div (-2)$ (4) $(-21y+6) \div \frac{3}{2}$

더 생각 나아가기 추론 의사소통

다음 그림은 두 식을 각각 계산한 과정이다. 두 풀이 과정에서 잘못된 부분을 찾아 친구들과 이야기해 보고, 각각 바르게 고쳐 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 290쪽

1

다음 설명을 보고 알맞은 것끼리 서로 연결하시오.

(1) 계수 ●
(2) 상수항 ●
(3) 일차식 ●

● ㉠ 차수가 1인 다항식
● ㉡ 문자 없이 수로만 이루어진 항
● ㉢ 수와 문자의 곱으로 이루어진 항에서 문자에 곱해진 수

2

다음 다항식에서 항을 각각 쓰고, 각 문자의 계수를 구하시오.

(1) $3a-5b$ (2) $\frac{1}{8}x-0.1y+\frac{3}{2}$

3

다음 보기 중에서 일차식을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $3a-2$ ㄴ. $-x^2+x+1$
ㄷ. $1-0.9b$ ㄹ. $\frac{1}{3}y$

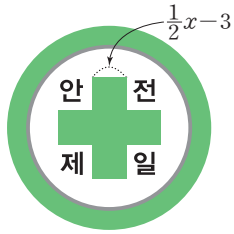
4

다음을 계산하시오.

(1) $(-4y)\times(-3)^2$ (2) $-12b\div\left(-\frac{4}{5}\right)$

5

오른쪽 안전표지판 그림의 ✚는 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}x-3$인 정사각형 5개로 이루어진 도형이다. ✚의 둘레의 길이를 구하시오.



6

실생활 추론

은별이는 학급 행사에 필요한 과자 6봉지를 사려고 한다. 다음을 보고 과자 1봉지의 가격을 x원이라고 할 때, A 마트와 B 마트에서의 과자 6봉지의 구매 가격을 각각 구하고, 더 저렴한 곳을 말하시오.





https://code.jihak.co.kr/qr/3RJStY2EoogH5VNW

자기 평가

일차식과 수의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	
수에 대한 사칙연산이 다항식으로 확장될 수 있음을 알 수 있다.	

03 일차식의 덧셈과 뺄셈

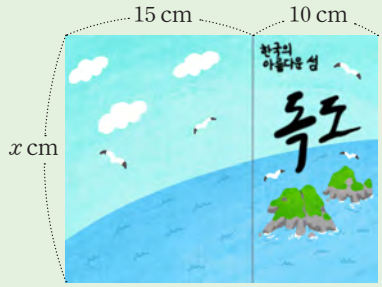
[학습 목표] 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

일차식의 덧셈, 뺄셈은 어떻게 할까?

생각 펼치기

독도 교육

독도 지킴이 활동을 하는 준호는 독도에 관한 다양한 정보가 담긴 독도 소개 책자를 만들었다. 이 책자는 다음과 같이 가로 길이가 10 cm, 세로 길이가 x cm인 직사각형 모양의 앞표지와 가로 길이가 15 cm, 세로 길이가 x cm인 직사각형 모양의 뒤표지로 이루어져 있다. 다음 물음에 답해 보자.



〈뒤표지〉 〈앞표지〉

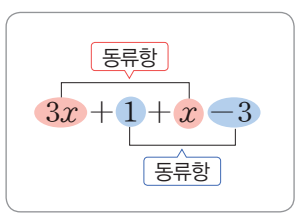
1. 독도 소개 책자의 앞표지와 뒤표지의 넓이를 각각 식으로 나타내 보자.
2. 독도 소개 책자를 평평하게 펼쳤을 때, 펼쳐진 책자의 전체 넓이를 식으로 나타내 보자.

동류항

동류항에서 '동류(洞類)'는 '같은 무리'라는 뜻이다.

생각 펼치기에서 독도 소개 책자의 앞표지 넓이는 $10x$ cm^{2}이고, 뒤표지 넓이는 $15x$ cm^{2}이다. 이때 $10x$와 $15x$는 문자와 차수가 각각 x와 1로 같음을 알 수 있다. 이와 같이 문자와 차수가 각각 같은 항을 **동류항**이라고 한다. 특히, 상수항끼리는 모두 동류항이다.

예를 들어 다항식 $3x+1+x-3$에서 $3x$와 x, 1과 -3은 각각 동류항이다.



1 다음 식에서 동류항을 모두 말하시오.

(1) $8x-5+3x$

(2) $3y-7+y+9$

일차식의 덧셈, 뺄셈

분배법칙
$a\times c+b\times c=(a+b)\times c$

생각 펼치기에서 책자의 넓이의 합은

$$\begin{aligned}10x+15x&=10\times x+15\times x\\&=(10+15)\times x\\&=(10+15)x\\&=25x\end{aligned}$$

와 같이 나타낼 수 있다.

이와 같이 동류항이 있는 일차식의 덧셈과 뺄셈은 동류항끼리 모아서 분배법칙을 이용하여 계산한다.

함께 해 보기 1 다음을 계산하시오.

(1) $5x-3x$ (2) $2x+7+3x-4$

풀이 (1) $\begin{aligned}5x-3x&=5\times x-3\times x\\&=(5-3)\times x\\&=2\times x\\&=2x\end{aligned}$

(2) $\begin{aligned}2x+7+3x-4&=2x+3x+7-4\\&=(2+3)x+(7-4)\\&=5x+3\end{aligned}$

답 (1) $2x$ (2) $5x+3$

2 다음을 계산하시오.

(1) $2x+9x$ (2) $y+5y-8$

(3) $0.6a-0.3+0.2a+0.8$ (4) $-\frac{1}{2}b+7+\frac{1}{4}b-6$

괄호가 있는 일차식의 덧셈은 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다. 또, 일차식의 뺄셈은 수의 뺄셈과 같이 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

함께 해 보기 2 다음을 계산하시오.

(1) $3(2x+1)+2(x-1)$ (2) $2(4x+5)-(2x-3)$

풀이 (1) $3(2x+1)+2(x-1)$
$=6x+3+2x-2$ ← 괄호를 푼다. (분배법칙)
$=6x+2x+3-2$ ← 동류항끼리 모은다. (덧셈의 교환법칙)
$=8x+1$ ← 동류항끼리 계산한다.

(2) $2(4x+5)-(2x-3)$
$=8x+10-2x+3$ ← 괄호를 푼다. (분배법칙)
$=8x-2x+10+3$ ← 동류항끼리 모은다. (덧셈의 교환법칙)
$=6x+13$ ← 동류항끼리 계산한다.

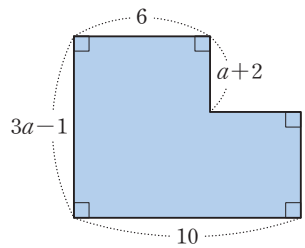
답 (1) $8x+1$ (2) $6x+13$

3 다음을 계산하시오.

(1) $(3x-5)+(-x+1)$ (2) $(y+2)-(3y-1)$

(3) $3(2x-1)-4(x+2)$ (4) $\frac{6y-3}{3}-2(-y+4)$

4 오른쪽 그림과 같은 도형의 넓이를 문자를 사용한 식으로 나타내시오.



더 생각 나아가기 문제 해결 추론

다음 표에서 가로, 세로, 대각선에 있는 세 일차식의 합은 모두 $3x+3$이다. ㉠~㉤에 들어갈 알맞은 일차식을 각각 구해 보자.

㉠	㉡	$-x+4$
$-x+3$	㉢	㉣
㉤	㉥	x

스스로 점검하기

정답과 해설 291쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 다항식에서 문자와 차수가 각각 같은 항을 [ ] (이)라고 한다.

(2) 괄호가 있는 일차식의 덧셈과 뺄셈은 먼저 [ ]을/를 풀고, 동류항끼리 모아서 계산한다.

2

다음 보기 중에서 동류항끼리 짝지어진 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $3x$, $4x$　　ㄴ. y, y^2

ㄷ. $-2a$, $\frac{a}{7}$　　ㄹ. $5b$, 5

3

다음을 계산하시오.

(1) $5x-3+2x+9$

(2) $2(a-4)+5(-2a+1)$

(3) $\frac{1}{2}(4y-6)-3(-y-2)$

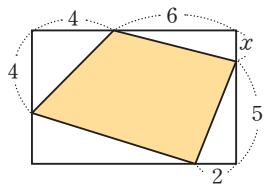
4

다음을 계산하시오.

$$(3a-1)-\left\{\frac{1}{2}(-12a+6)+4\right\}$$

5

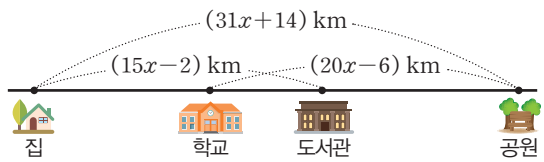
오른쪽 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 문자를 사용한 식으로 나타내시오.



6

실생활　추론

다음 그림과 같이 집, 학교, 도서관, 공원이 직선 도로 위에 있다. 집에서 도서관까지의 거리는 $(15x-2)$ km, 집에서 공원까지의 거리는 $(31x+14)$ km, 학교에서 공원까지의 거리는 $(20x-6)$ km일 때, 학교에서 도서관까지의 거리를 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/bw09GehVrfDprU8N

자기 평가				
	일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.			
	실생활에서 일차식의 필요성을 알 수 있다.			

04 방정식과 그 해

【 학습 목표 】 방정식과 그 해의 뜻을 알고, 등식의 성질을 설명할 수 있다.

방정식과 그 해는 무엇일까?

생각 펼치기

가영이는 30 g짜리 사탕 몇 개와 60 g짜리 사탕 4개를 합하여 모두 360 g만큼 구입하였다. 30 g짜리 사탕의 개수를 x개라고 할 때, 구입한 사탕의 무게를 등호를 사용한 식으로 나타내 보자.



등식

생각 펼치기에서 30 g짜리 사탕 x개의 무게와 60 g짜리 사탕 4개의 무게의 합이 360 g과 같으므로 등호 $=$를 사용한 식으로 나타내면

$$30x+60\times4=360$$

과 같다.

이와 같이 등호 $=$를 사용하여 두 수 또는 두 식이 같음을 나타낸 식을 **등식**이라고 한다.

예를 들어 $2+5=7$, $3x+11=20$은 등식이고, $3>1$은 등식이 아니다.

등식에서 등호의 왼쪽 부분을 좌변, 오른쪽 부분을 우변이라 하고, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 한다.

$3x+11=20$
좌변 우변
양변

1 다음 중 등식을 모두 찾으시오.

(1) $x-1$
(2) $8-5=3$
(3) $y-3<6$
(4) $4a-2=9$

2 다음 문장을 등식으로 나타내시오.

(1) 가로의 길이가 a cm, 세로의 길이가 $3b$ cm인 직사각형의 넓이는 5 cm^2이다.
(2) 어떤 수 x의 2배에 1을 더한 수는 어떤 수 x의 3배와 같다.

방정식

생각 펼치기 에서 구한 등식 $30x+240=360$에서 x의 값에 1, 2, 3, 4를 차례대로 대입하여 등식이 참이 되는지, 즉 좌변과 우변의 값이 같은지 알아보면 다음과 같다.

좌변의 값과 우변의 값이 같으면 참, 같지 않으면 거짓이다.

x	좌변의 값	우변의 값	참, 거짓
1	$30\times1+240=270$	360	거짓
2	$30\times2+240=300$	360	거짓
3	$30\times3+240=330$	360	거짓
4	$30\times4+240=360$	360	**참**

위의 표에서 등식 $30x+240=360$은 x의 값이 4일 때 참이 되고 x의 값이 1, 2, 3일 때 거짓이 됨을 알 수 있다.

이와 같이 x의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식을 x에 대한 **방정식**이라고 한다. 이때 문자 x를 **미지수**라 하고, 방정식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 그 방정식의 **해** 또는 **근**이라고 한다. 또, 방정식의 해를 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

확인하기 방정식 $2x+1=5$는 $x=2$일 때 좌변의 값이 $2\times\square+1=\square$이고, 우변의 값이 5이므로 (참, 거짓)이 된다.
따라서 $x=2$는 방정식 $2x+1=5$의 $\square$ 또는 $\square$이다.

3 다음 중에서 해가 2인 방정식을 모두 찾으시오.

(1) $x-3=2$
(2) $3x=2x+2$
(3) $7-3x=6-2x$
(4) $x-1=\frac{x}{2}$

한편 등식 $x+2x=3x$는 x에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 된다. 이와 같이 미지수 x에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 되는 등식을 x에 대한 **항등식**이라고 한다.

등식의 좌변 또는 우변을 간단히 정리하였을 때, 양변의 식이 같으면 항등식이다.

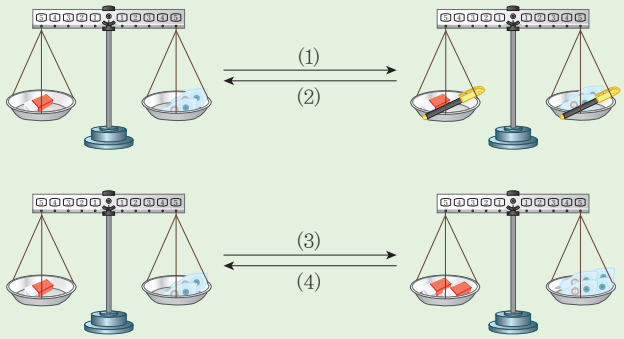
4 다음 중에서 x에 대한 항등식을 모두 찾으시오.

(1) $3x-2=6$
(2) $4+x=5x$
(3) $8x-7x=x$
(4) $2x-2=2(x+1)-4$

등식의 성질을 이용하여 방정식을 어떻게 풀까?

생각 펼치기

다음 그림과 같이 양팔저울의 양쪽 접시 위에 지우개 한 개와 수정테이프 두 개를 올려놓았더니 저울이 평형을 이루었다. 물음에 답해 보자.



1. (1)은 양쪽 접시에 같은 무게의 형광펜을 하나씩 더 올려놓은 것이다. (2), (3), (4)는 각각 어떤 활동을 한 것인지 설명해 보자.

2. (1), (2), (3), (4)와 같이 활동하였을 때, 저울이 모두 평형을 유지하였다. 이를 통해서 알 수 있는 사실을 친구들과 서로 이야기해 보자.

등식의 성질

생각 펼치기의 (1), (2)에서 평형인 양팔저울의 양쪽 접시 위에 같은 무게의 물건을 올려놓거나 내려놓아도 양팔저울은 평형을 유지한다. 또, (3), (4)에서 평형인 양팔저울의 양쪽 접시 위의 물건 무게를 2배로 늘리거나 반으로 줄여도 양팔저울은 평형을 유지한다.

양팔저울이 평형을 이루는 것은 양쪽의 무게가 같다는 것을 뜻하므로 양변이 같음을 나타내는 등식에서도 다음과 같은 성질이 성립한다.

등식의 성질

1. 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $a+c=b+c$

2. 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $a-c=b-c$

3. 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $ac=bc$

4. 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$)

확인하기

(1) $5x-9=1$의 양변에 □을/를 더하면 $5x=10$이다.

(2) $\frac{1}{7}x=-1$의 양변에 7을 곱하면 $x=$□이다.

5 다음의 등식 ㉠이 등식 ㉡이 되기 위해서는 등식의 성질 중에서 어느 것을 이용해야 하는지 말하시오.

(1) $\underset{㉠}{3x+2=7} \rightarrow \underset{㉡}{3x=5}$ (2) $\underset{㉠}{-4x=20} \rightarrow \underset{㉡}{x=-5}$

등식의 성질을 이용한 방정식의 풀이

등식의 성질을 이용하여 방정식의 해를 구할 수 있다.

예를 들어 방정식 $x-4=3$의 양변에 4를 더하면

$$x-4+4=3+4$$
$$x=7$$

이다. 이때 $x=7$을 $x-4=3$에 대입하면 이 방정식은 참이 된다. 따라서 $x=7$은 방정식 $x-4=3$의 해이다.

이와 같이 등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식을

$$x=(\text{수})$$

의 꼴로 바꾸어 해를 구할 수 있다.

함께 해 보기 1 등식의 성질을 이용하여 방정식 $2x+1=7$을 푸시오.

풀이 양변에서 1을 빼면 $2x+1-1=7-1$ ← 등식의 성질 2

양변을 정리하면 $2x=6$

양변을 2로 나누면 $\frac{2x}{2}=\frac{6}{2}$ ← 등식의 성질 4

양변을 정리하면 $x=3$

확인 $x=3$을 주어진 방정식에 대입하면 참이므로 $x=3$은 이 방정식의 해이다.

답 $x=3$

6 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 푸시오.

(1) $3x-4=17$ (2) $\frac{1}{2}x-1=6$

이항



알콰리즈미(Al-Khwarizmi, 780?~850?)는 아라비아의 수학자로, 이항과 소거를 이용하여 방정식을 푸는 방법에 대해 연구하였다.
(출처: 김화영, 『교과서를 만든 수학자들』)

이항(移項)은 '항을 옮긴다.'라는 뜻이다.

등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항을 다른 변으로 옮겨 보자. 방정식 $x-5=1$의 양변에 5를 더하면

$$x-5+5=1+5$$

이고, 좌변을 정리하면

$$x=1+5$$

가 된다.

이것은 $x-5=1$의 좌변에 있는 -5를 $+5$로 부호를 바꾸어 우변으로 옮긴 것과 같다.

이와 같이 등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항의 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것을 **이항**이라고 한다.

$x-5=1$ → 이항 → $x=1+5$

확인하기 방정식 $2x=-x-3$에서 우변의 $-x$를 좌변으로 이항하면 $2x+\square=-3$이 된다.

7 다음 방정식에서 밑줄 친 항을 이항하시오.

(1) $2x+3=-1$ (2) $8x-5=11$

(3) $2x=-3x+15$ (4) $2x-2=x-4$

더 생각 나아가기 추론 의사소통

다음은 노을이와 다온이가 이항에 대하여 학습한 내용을 말한 것이다. 잘못된 부분을 모두 찾아 바르게 고치고, 그 이유를 각각 설명해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 292쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) x의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식을 x에 대한 [ ](이)라 하고, 미지수 x에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 되는 등식을 x에 대한 [ ](이)라고 한다.

(2) 방정식을 참이 되게 하는 미지수의 값을 그 방정식의 □ 또는 □(이)라고 한다.

2

다음 보기 중에서 해가 4인 방정식을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $2x+4=3$　　ㄴ. $-x+7=3$

ㄷ. $x-2=-\frac{1}{2}x$　　ㄹ. $6x-4=3x+2x$

3

다음 보기 중에서 항등식을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $x-1=2x-2$

ㄴ. $-x+5=-(x-2)+3$

ㄷ. $3(x+1)-2x=x+3$

4

다음은 등식의 성질을 이용하여 방정식 $-4x+1=9$를 푸는 과정이다. ㉠, ㉡에서 이용한 등식의 성질을 각각 말하시오.

$-4x+1=9$ ㉠

$-4x=8$ ㉡

$x=-2$

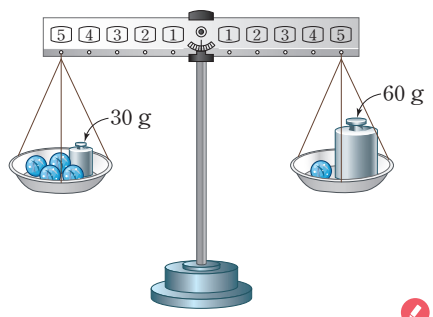
5

다음 방정식에서 밑줄 친 항을 이항하시오.

(1) $x=3\underline{+2x}$　　(2) $11x\underline{-5}=\underline{4x}-2$

6 실생활 추론

다음 그림과 같이 양팔저울의 양쪽 접시 위에 구슬과 추를 올려놓았더니 저울이 평형을 이루었다. 구슬의 무게가 모두 같을 때, 구슬 한 개의 무게는 몇 g인지 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/V1atQWmmkiCiSZoL

자기 평가		
	방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 설명할 수 있다.	
	실생활의 다양한 상황 속에서 방정식의 필요성을 알 수 있다.	

05 일차방정식의 풀이

[학습 목표] 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

일차방정식은 어떻게 풀까?

생각 펼치기

오른쪽 그림은 한 방정식의 우변에 있는 항을 모두 좌변으로 이항하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 각각 써넣어 보고, 다음 물음에 답해 보자.

$$x-4=2-x$$
$$\downarrow$$
$$x-4+(\square)+\square=0$$

1. 좌변으로 이항하는 과정에서 이용한 등식의 성질을 말해 보자.
2. 좌변에서 동류항끼리 계산하여 식을 정리해 보자.

일차방정식

방정식 $x-4=2-x$의 우변에 있는 항을 모두 좌변으로 이항하면

$$x-4-2+x=0$$

이고, 좌변을 정리하면

$$2x-6=0$$

이 된다. 이때 좌변에 있는 $2x-6$은 x에 대한 일차식이다.

이와 같이 방정식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 동류항끼리 정리했을 때

$$(x\text{에 대한 일차식})=0$$

의 꼴이 되는 방정식을 x에 대한 **일차방정식**이라고 한다.

확인하기

(1) 등식 $4x-2=1-3x$는 우변의 항을 모두 좌변으로 이항하여 동류항끼리 정리하면 $7x-3=0$이므로 일차방정식(이다, 이 아니다).

(2) 등식 $x^2-3x+2=0$은 좌변이 x에 대한 일차식이 아니므로 일차방정식(이다, 이 아니다).

1 다음 중 일차방정식을 모두 고르시오.

일차방정식에서 미지수는 보통 x로 나타내지만 다른 문자를 사용할 수도 있다.

(1) $6x+1=3$

(2) $\frac{x}{3}=4+x$

(3) $2x-5=2(x+1)$

(4) $x^2+1=x^2-x+1$

일차방정식의 풀이

일반적으로 일차방정식의 해를 구할 때는 미지수를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한 후 동류항을 정리하여 푼다.

함께 해 보기 1 일차방정식 $3x-7=5x-13$을 푸시오.



디오판토스(Diophantos, 200?~284?)는 고대 그리스의 수학자로, 그의 저서 『산학』에서 일차방정식의 풀이법을 기술하였다.
(출처: 김화영, 『교과서를 만든 수학자들』)

풀이 $5x$와 -7을 각각 이항하면 $3x-5x=-13+7$
양변을 정리하면 $-2x=-6$
양변을 -2로 나누면 $x=3$

확인 $x=3$을 주어진 방정식의 양변에 대입하면
(좌변)$=3\times3-7=2$, (우변)$=5\times3-13=2$이므로 (좌변)=(우변)이다.
따라서 $x=3$은 이 방정식의 해이다.

답 $x=3$

2 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $3x-7=2$ (2) $11-5x=x+15$

괄호가 있는 일차방정식의 풀이

괄호가 있는 일차방정식은 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 풀어 정리한 후 방정식을 푼다.

함께 해 보기 2 일차방정식 $3(x+1)=x-1$을 푸시오.

풀이 괄호를 풀면 $3x+3=x-1$
3과 x를 각각 이항하면 $3x-x=-1-3$
양변을 정리하면 $2x=-4$
양변을 2로 나누면 $x=-2$

확인 $x=-2$를 주어진 방정식의 양변에 대입하면
(좌변)$=-3$, (우변)$=-3$이므로 $x=-2$는 이 방정식의 해이다.

답 $x=-2$

3 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $2(5x-3)=8x-2$ (2) $2(3x-4)=3(x+1)$

계수가 소수 또는 분수인 일차방정식의 풀이

계수에 소수가 있는 일차방정식은 양변에 10, 100, 1000, … 중에서 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 바꾸고, 계수에 분수가 있는 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 바꿔서 풀면 편리하다.

함께 해 보기 3 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $0.1x-0.2=0.3x+1.4$ (2) $\frac{5}{6}x+\frac{1}{3}=x+\frac{1}{2}$

풀이 (1) 양변에 10을 곱하면 $x-2=3x+14$

$3x$와 -2를 각각 이항하면 $x-3x=14+2$

양변을 정리하면 $-2x=16$

양변을 -2로 나누면 $x=-8$

확인 $x=-8$을 주어진 방정식의 양변에 대입하면

(좌변)$=-1$, (우변)$=-1$이므로 $x=-8$은 이 방정식의 해이다.

(2) 양변에 분모의 최소공배수인 6을 곱하면 $5x+2=6x+3$

$6x$와 2를 각각 이항하면 $5x-6x=3-2$

양변을 정리하면 $-x=1$

양변을 -1로 나누면 $x=-1$

확인 $x=-1$을 주어진 방정식의 양변에 대입하면

(좌변)$=-\frac{1}{2}$, (우변)$=-\frac{1}{2}$이므로 $x=-1$은 이 방정식의 해이다.

답 (1) $x=-8$ (2) $x=-1$

4 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $0.7x-1.3=0.2x+1.5$ (2) $\frac{x+6}{2}=\frac{-x-1}{3}$

일반적으로 일차방정식은 다음과 같은 순서로 풀 수 있다.

일차방정식 풀이

❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 바꾼다.

❷ 괄호가 있으면 괄호를 풀고 정리한다.

❸ 일차항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 각각 이항하여 정리한다.

❹ 양변을 x의 계수로 나누어 $x=$(수)의 꼴로 나타낸다.

❺ 구한 해가 주어진 일차방정식의 해가 맞는지 확인한다.

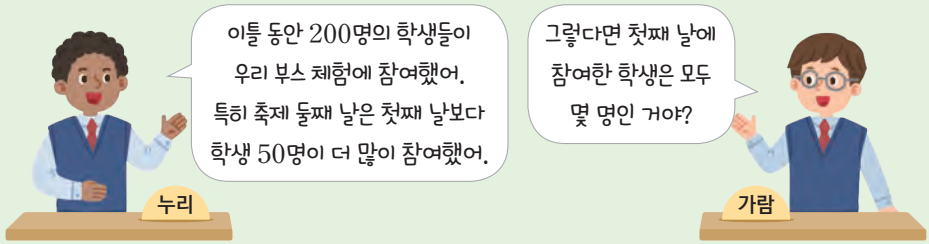
5 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $0.75x+2=\frac{5}{6}x-1$ (2) $\frac{6}{5}(x-1)-1.2=x+0.6$

일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 어떻게 해결할 수 있을까?

생각 펼치기

누리와 친구들은 학교 축제에서 이틀 동안 수학 체험 부스를 운영하였다. 다음 대화에서 구하고자 하는 것을 찾아 미지수 x로 놓고, 누리의 말을 x를 사용한 식으로 나타내 보자.



일차방정식의 활용

생각 펼치기의 문제를 다음 단계에 따라 풀어 보자.

미지수 정하기

❶ 문제의 뜻을 파악하고, 미지수를 정한다.

첫째 날 참여한 학생의 수를 x명이라고 하자.

일차방정식으로 나타내기

❷ 수량 사이의 관계를 일차방정식으로 나타낸다.

첫째 날 참여한 학생의 수: x명

둘째 날 참여한 학생의 수: $(x+50)$명

이틀 동안 참여한 모든 학생의 수: 200명

일차방정식으로 나타내면

$$x+(x+50)=200$$

일차방정식 풀기

❸ 일차방정식을 푼다.

일차방정식을 풀면

$$2x+50=200,\ 2x=150,\ x=75$$

따라서 첫째 날 참여한 학생은 75명이다.

확인하기

❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

첫째 날 참여한 학생이 75명이면 둘째 날 참여한 학생은 125명이므로

참여한 모든 학생 수는

$$75+125=200$$

이다. 따라서 구한 해는 문제의 뜻에 맞는다.

함께 해 보기 4 성민이는 집과 도서관 사이를 같은 길로 왕복하였다. 갈 때는 시속 8 km로 자전거를 타고 올 때는 시속 4 km로 걸어서 총 3시간이 걸렸을 때, 집과 도서관 사이의 거리를 구하시오.

미지수 정하기

풀이 집과 도서관 사이의 거리를 x km라고 하자.

일차방정식으로 나타내기

갈 때 걸린 시간: $\frac{x}{8}$시간

올 때 걸린 시간: $\frac{x}{4}$시간

왕복하는 데 걸린 시간: 3시간

일차방정식으로 나타내면

$$\frac{x}{8}+\frac{x}{4}=3$$

일차방정식 풀기

일차방정식을 풀면

$$x+2x=24,\ 3x=24,\ x=8$$

따라서 집과 도서관 사이의 거리는 8 km이다.

확인하기

갈 때 걸린 시간은 1시간, 올 때 걸린 시간은 2시간이므로

(왕복하는 데 걸린 시간)$=1+2=3$(시간)

이다. 따라서 구한 해는 문제의 뜻에 맞는다.

답 8 km

6 둘레의 길이가 76 cm인 직사각형이 있다. 가로의 길이가 세로의 길이보다 8 cm만큼 더 길다고 할 때, 직사각형의 가로의 길이를 구하시오.

7 올해 어머니의 나이는 45살이고, 소라의 나이는 14살이다. 어머니 나이가 소라 나이의 2배가 되는 때는 몇 년 후인지 구하시오.

더 생각 나아가기 문제 해결 의사소통 연결

다음의 소재로 일차방정식을 활용하여 해결할 수 있는 실생활 문제를 만들어 보고, 친구와 바꾸어 풀어 보자.

빙수, 딸기, 떨이, 과일 가게, 자전거



스스로 점검하기

정답과 해설 292쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

방정식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때, (x에 대한 일차식)$=0$의 꼴이 되는 방정식을 x에 대한 [ ](이)라고 한다.

2

다음 보기 중에서 일차방정식을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $3+x=15$

ㄴ. $2x+4=-2(x-1)+2$

ㄷ. $x^2+6x=x+8$

3

다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $4x-2(x+1)=5$

(2) $0.3x-0.5=-0.1x+1.1$

(3) $x-\frac{1}{3}=\frac{2x-5}{3}$

4

x에 대한 일차방정식 $2x-a=3(a+x)+4$의 해가 $x=4$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

5

연속하는 두 자연수의 합이 69일 때, 두 자연수를 각각 구하시오.

6

실생활 추론



가온이와 고은이는 둘레의 길이가 3000 m인 산책로를 걸으려고 한다. 두 사람이 같은 출발점에서 서로 반대 방향으로 동시에 출발하여 가온이는 분속 80 m, 고은이는 분속 70 m로 걸을 때, 두 사람은 출발한 지 몇 분 후에 처음으로 만나게 되는지 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/g5ftTP3yZDsQ73TS

자기 평가

일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.	
방정식에서 구한 해가 문제 상황에 적합한지 자신의 의견을 논리적으로 설명할 수 있다.	

수학으로 세상보기

다양한 방법으로 문제를 해결하기

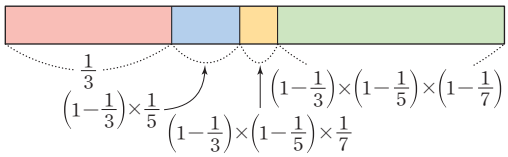
문제 해결 추론 연결

고대 중국의 수학책인 『구장산술』에는 일차방정식과 관련된 다양한 문제가 실려 있다. 다음은 그중에서 제6장에 나오는 세금 문제이다. 처음 쌀의 양을 구하는 다양한 방법에 대해 알아보자.

> 지금 어떤 사람이 쌀을 가지고 세 곳의 관문을 통과하였다. 첫 번째 관문에서는 가지고 있던 쌀의 $\frac{1}{3}$만큼 세금으로 내고, 두 번째 관문에서는 남은 쌀의 $\frac{1}{5}$만큼 세금으로 내고, 세 번째 관문에서는 남은 쌀의 $\frac{1}{7}$만큼 세금으로 냈다. 남은 쌀의 양이 5말이라면, 원래 그가 가지고 있던 쌀은 얼마나 되는가?
>
> (출처: 이은영, 「수학 古典 문제를 활용한 학습 지도 연구」)

1 그림을 그려 풀기

- 첫 번째 관문에서 낸 쌀의 양
- 두 번째 관문에서 낸 쌀의 양
- 세 번째 관문에서 낸 쌀의 양
- 남은 쌀의 양



$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{7}\right)$

$=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}=\frac{16}{35}$

에 해당하는 쌀의 양이 5말이므로 처음 쌀의 양은

$5\times\frac{35}{16}=\frac{175}{16}$(말)이다.

2 거꾸로 풀기

1 세 번째 관문을 통과하기 전 쌀 양의 $\frac{6}{7}$만큼이 남은 쌀의 양 5말이므로 세 번째 관문을 통과하기 전 쌀의 양은 $5\times\frac{7}{6}=\frac{35}{6}$(말)이다.

2 두 번째 관문을 통과하기 전 쌀 양의 $\frac{4}{5}$만큼이 두 번째 관문을 통과하고 남은 쌀의 양 $\frac{35}{6}$말이므로 두 번째 관문을 통과하기 전 쌀의 양은 $\frac{35}{6}\times\frac{5}{4}=\frac{175}{24}$(말)이다.

3 같은 방법으로 첫 번째 관문을 통과하기 전의 쌀의 양은 $\frac{175}{24}\times\frac{3}{2}=\frac{175}{16}$(말)이다.

3 방정식을 세워 풀기

처음에 가지고 있던 쌀의 양을 x말이라고 하면

첫 번째 관문에서 낸 쌀의 양: $\frac{1}{3}x$

두 번째 관문에서 낸 쌀의 양: $\frac{2}{3}x\times\frac{1}{5}$

세 번째 관문에서 낸 쌀의 양: $\frac{2}{3}x\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{7}$

이므로 일차방정식을 세우면

$x-\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}x\times\frac{1}{5}+\frac{2}{3}x\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{7}\right)=5$

이고, 일차방정식을 풀면 $16x=175$, $x=\frac{175}{16}$

이므로 처음 쌀의 양은 $\frac{175}{16}$말이다.

방정식으로 건강을 지키자!



사람이 살아가는 데 있어 기초 대사량과 활동 대사량은 중요한 요소이다. 기초 대사량은 호흡, 심장 박동 등의 생리적 기능을 유지하는 최소한의 에너지이고, 활동 대사량은 일상적인 활동으로 소비되는 에너지이다. 개인의 활동 정도에 따라 결정되는 활동 대사량과 기초 대사량을 더하면 1일 전체 에너지 소비량을 구할 수 있다.

전체 에너지 소비량보다 음식으로 섭취되는 에너지가 많을 경우, 건강에 부정적 영향을 미칠 수 있으므로 적절한 운동을 통해 활동 대사량을 증가시키고 에너지 소비를 늘리는 것이 중요하다.

• 기초 대사량

기초 대사량을 구하는 방법은 다음과 같다. (단, 몸무게의 단위는 kg, 키의 단위는 cm, 나이의 단위는 세로 한다.)

남자: $\{66.47+13.75\times(\text{몸무게})+5\times(\text{키})-6.76\times(\text{나이})\}$ kcal

여자: $\{655.1+9.56\times(\text{몸무게})+1.85\times(\text{키})-4.68\times(\text{나이})\}$ kcal

• 활동 대사량

활동 대사량은 자신의 활동량에 맞는 수치를 기초 대사량에 곱하여 구한다.

① 활동이 적거나 운동을 안 할 경우: $\{(\text{기초 대사량})\times 0.2\}$ kcal

② 가벼운 활동 및 운동(주 1~3회): $\{(\text{기초 대사량})\times 0.375\}$ kcal

③ 보통의 활동 및 운동(주 3~5회): $\{(\text{기초 대사량})\times 0.555\}$ kcal

④ 적극적인 활동 및 운동(주 6~7회): $\{(\text{기초 대사량})\times 0.725\}$ kcal

⑤ 아주 적극적인 활동 및 운동(하루에 2회), 운동 선수: $\{(\text{기초 대사량})\times 0.9\}$ kcal

(출처: 금강일보, 2019. 4. 11.)

다음 표는 체중 1 kg당 1시간 동안 소비하는 에너지량을 운동 종류별로 나타낸 것이다.

운동별 에너지 소비량

운동 종류	체중 1 kg당 에너지 소비량(kcal)	운동 종류	체중 1 kg당 에너지 소비량(kcal)
조깅	9.24	자전거	5.94
줄넘기	8.36	빨리 걷기	5.28
수영	7.7	산책	3.52

(출처: 구로구보건소, 2022)

1 다음은 유리가 건강 일기와 그에 따른 운동 계획표를 작성한 것이다. 유리의 운동 계획표를 참고하여 나의 운동 계획표를 완성해 보자. (단, 1일 에너지 섭취량은 식품 영양 성분 데이터베이스 누리집에서 확인할 수 있다.)

> 오늘 하루 내가 섭취한 음식의 열량을 계산해 보니 약 2290 kcal이었다. 나의 기초 대사량과 활동 대사량을 합한 1일 에너지 소비량보다 더 많은 열량을 섭취해서 방과 후에 운동을 해야겠다.
> 〈운동 목표: 자전거 타기로 150 kcal를 소비하기〉

참고 유리의 운동 계획표

1일 에너지 섭취량	1일 에너지 소비량	운동 목표	운동 시간
현미밥: 396.31 kcal 쇠고기미역국: 52.03 kcal ⋮ 합계: 약 2290 kcal	약 2140 kcal	자전거 타기로 150 kcal 소비하기	나의 몸무게는 45 kg이므로 목표 운동 시간을 x시간이라고 하면 $5.94\times45\times x=150$ $267.3x=150$, $x=0.56\cdots$ 이다. 시간 단위를 분 단위로 바꾸려면 60을 곱해야 하므로 $60x=33.67\cdots$ 따라서 목표 운동 시간은 약 34분이다.

(출처: 식품의약품안전처, 2020)

나의 운동 계획표

1일 에너지 섭취량	1일 에너지 소비량	운동 목표	목표 운동 시간

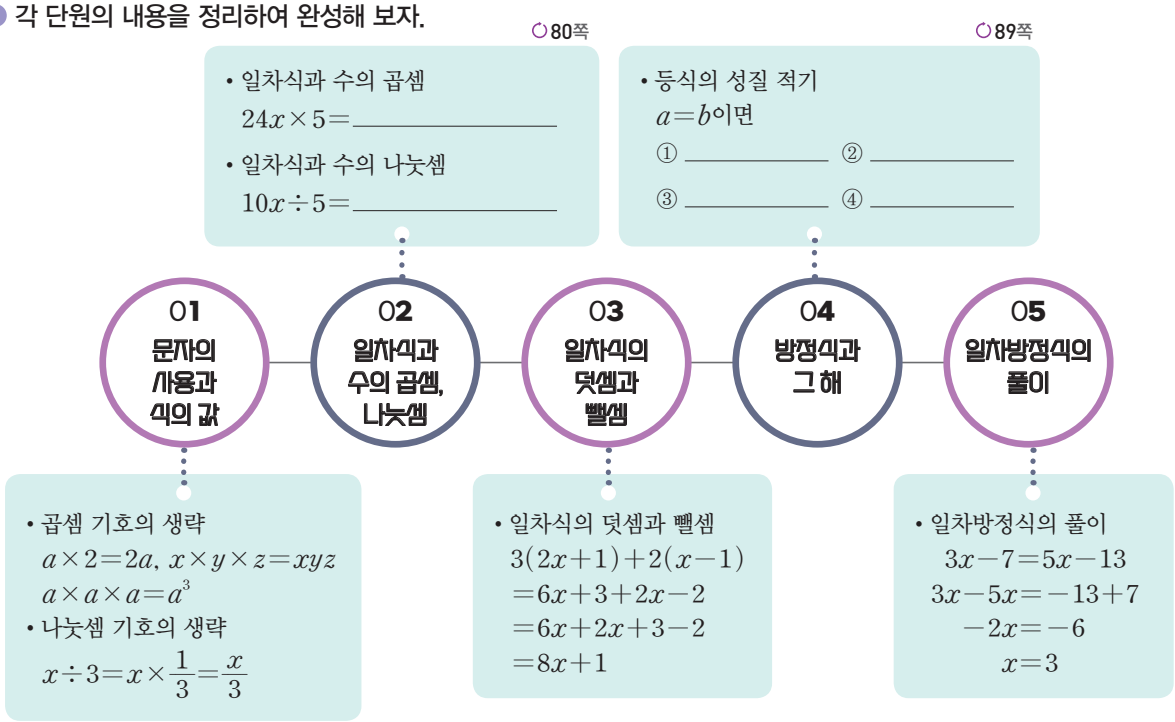
| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	일차방정식을 이용하여 목표 에너지 소비를 위한 운동 시간을 구할 수 있다.		
	일차방정식의 유용성을 인식하고 건강한 생활을 위한 운동 계획을 세우는 데 이를 활용할 수 있다.		
태도	나의 운동 계획표 세우기 활동에 적극적으로 참여하였다.		

스스로 마무리하기

생각 완성하기

● 각 단원의 내용을 정리하여 완성해 보자.



●○○

1 한 권에 1000원 하는 공책 a권과 한 자루에 700원 하는 볼펜 b자루를 사고, 8000원을 냈을 때의 거스름돈을 식으로 나타내시오.

●○○

2 $x=-1$일 때, 다음 식의 값 중 나머지 넷과 다른 하나는?

① $2x+1$ ② $3x-2$ ③ $-(-x)$

④ $-x^2$ ⑤ $-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

●●○

3 다음 중에서 계산 결과가 옳지 않은 것은?

① $(-3) \times a \times (-4) = 12a$

② $(-15x) \div \left(-\frac{5}{3}\right) = 9x$

③ $(4x-2) \div 2 = 2x-1$

④ $(3y+6) \div \frac{1}{3} = 9y+18$

⑤ $-2(y-7) = -2y-7$

●●○

4 다음 중 동류항끼리 짝지어진 것은?

① $5x$, $5y$ ② -5, $5a$

③ $3a$, b ④ $3a$, $2ab$

⑤ $-2m$, $5m$

5 ●○○ 다음 중 주어진 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

$$2x^3+3x^2-x+5$$

① 항은 모두 4개이다.

② 상수항은 5이다.

③ 일차식이 아니다.

④ x의 계수는 -1이다.

⑤ 차수가 가장 큰 항은 $3x^2$이다.

6 ●○○ 다음 보기 중에서 일차식을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $x(x+3)$　　ㄴ. $\frac{x}{2}-9$

ㄷ. x^2+5x-x^2　　ㄹ. $0\times x+5$

7 ●●○ 다음 일차방정식 중 해가 $x=-3$인 것은?

① $2x-1=7$　　② $-2x+1=5$

③ $-2x-1=7$　　④ $2x+1=5$

⑤ $-2x+1=7$

8 ●●○ 비례식 $(x-3):8=\frac{x+5}{4}:6$을 만족시키는 x의 값을 구하시오.

9 ●●○ 어떤 상품을 원가에 10 %의 이익을 붙여 정가를 정하였다. 정가에서 700원 할인한 금액이 4800원일 때, 이 상품의 원가는?

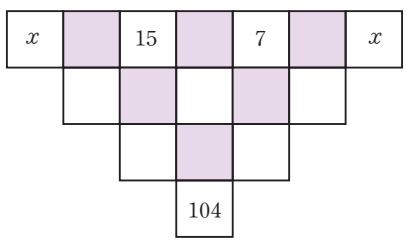
① 5000원　　② 5100원

③ 5200원　　④ 5300원

⑤ 5500원

10 ●●○ 십의 자리의 숫자가 3인 두 자리 자연수가 있다. 이 수의 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 서로 바꾸어 놓은 수는 처음 수보다 27만큼 크다. 이때 처음 수를 구하시오.

11 ●●○ 다음 그림에서 □ 안의 수는 바로 위 양옆의 □ 안의 수의 합이다. 이때 x의 값을 구하시오.



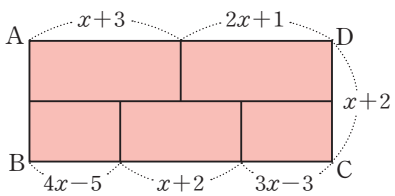
스스로 마무리하기

서술형 문제

12 ●●○ 다음 x에 대한 두 일차방정식의 해가 같을 때, 상수 a의 값을 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

$$0.25x+\frac{7}{4}=\frac{1}{6}x+2$$
$$\frac{3-2x}{3}+1=\frac{x+3a}{4}$$

13 ●●○ 다음 그림과 같이 5개의 직사각형으로 이루어진 직사각형 ABCD의 넓이를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.



사고력 문제

14 ●●● 동아리실을 혼자 청소하는 데 유경이는 12분, 정하는 18분이 걸린다. 유경이가 먼저 도착해서 청소를 시작하고, 2분 뒤에 정하가 도착하여 둘이 함께 청소를 마무리하였다. 둘이 함께 청소한 시간을 구하시오.

15 ●●● 강당의 긴 의자 1개에 학생들이 8명씩 앉으면 9명이 앉지 못하고, 9명씩 앉으면 의자에 여유가 생겨 3개의 의자에는 8명씩 앉게 된다고 한다. 이때 학생 수를 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/IBenontt3KS4dtLA

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검하여 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

수학에서 문자의 사용을 이해하고 수학적 표현의 편리함을 알게 되었다.	
실생활이나 사회 및 자연 현상과 관련된 문제를 해결할 때 방정식을 적용하고 도전적으로 문제를 해결할 수 있다.	
문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였다.	
잘 이해하지 못한 내용은 친구나 선생님의 도움을 받아 확실하게 알도록 노력하였다.	

+꿈을 비춰 주는 수학 등대

미래를 착용하다, 웨어러블 전문가+



웨어러블(Wearable)이란 '착용 가능한'이라는 의미로, 주로 의류, 액세서리 또는 몸에 붙이는 형태의 전자 기기나 기술을 지칭한다. 이러한 장비나 기술은 사용자의 몸에 부착하거나 사용자가 직접 착용하여 일상적인 활동 중에 데이터를 수집, 처리, 전송한다. 주로 휴대용 기기, 센서, 디스플레이, 블루투스와 같은 무선 통신 기술을 활용하여 작동하며, 스마트워치, 스마트 밴드, 스마트 글라스, 생체 센서 등이 이에 해당한다. 웨어러블은 몸이 불편한 환자의 재활을 도울 수도 있고, 앞으로 패션과 레저 분야에도 큰 영향을 주게 될 것이다.

웨어러블 전문가는 무슨 일을 하나요?



웨어러블 전문가

몸에 착용하는 웨어러블 장비와 정보 통신 기술을 접목하여 제품을 개발하는 일을 합니다.

웨어러블 전문가가 되기 위해서는 어떤 준비를 해야 하나요?



웨어러블 전문가

센서, 소프트웨어 등에 대한 이해가 필요하며, 유행과 기능을 함께 고려하는 디자인 감각도 필요합니다.

웨어러블에는 어떤 수학이 적용되고 있나요?



웨어러블 전문가

웨어러블 제품은 제품 유형에 따라 위치 데이터나 신체 활동 데이터 등을 수집합니다. 이러한 데이터는 일차방정식의 형태로 표현되기도 하며, 데이터를 처리하는 과정에서 등식의 성질을 이용한 일차방정식의 풀이가 활용됩니다.

(출처: 박구연, 『수학으로 보는 4차 산업과 미래 직업』)

Ⅳ

좌표평면과 그래프



01 순서쌍과 좌표

02 그래프

03 정비례

04 반비례

| 배운 내용 |

초3~4

- 규칙
- 동치 관계
- 꺾은선그래프

초5~6

- 대응 관계
- 비와 비율
- 비례식과 비례배분

| 이어질 내용 |

중2

- 일차함수와 그 그래프
- 일차함수와 일차방정식의 관계

중3

- 이차함수와 그 그래프





지구의 대기를 연구하는 과학자들은 과거부터 현재까지 축적한 자료를 그래프로 나타내어 분석함으로써 대기의 상태 변화를 이해하고 예측한다. 이와 같이 사회 현상 및 자연 현상과 관련한 변수를 시간에 따라 그래프로 나타내면 그 현상에 대한 변화를 쉽게 파악할 수 있다.

이 단원에서는 다양한 상황을 그래프로 나타내고 주어진 그래프를 해석하는 것을 배운다.

이것만은 알고 가기

| 정답과 해설 293쪽 |

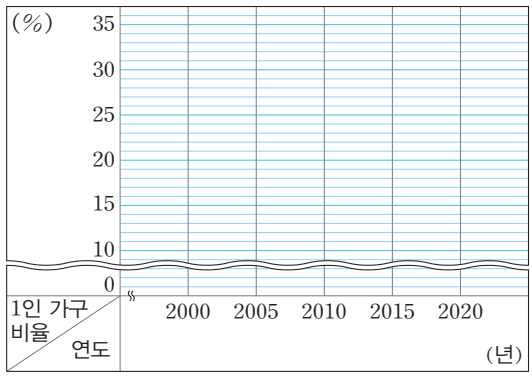
초 3~4 꺾은선그래프

잘함 보통 모름

1 다음 표는 우리나라 1인 가구의 비율을 5년 간격으로 조사하여 나타낸 것이다. 이 표를 꺾은선그래프로 나타내시오.

1인 가구 비율

연도(년)	비율(%)
2000	16
2005	20
2010	24
2015	27
2020	32



(출처: 국가통계포털, 2023)

• 꺾은선그래프는 수량을 점으로 표시하고, 그 점들을 선분으로 이어 그린다.

초 5~6 대응 관계

잘함 보통 모름

2 다음 표는 □와 △ 사이의 대응 관계를 나타낸 것이다. 표를 완성하고 □와 △ 사이의 대응 관계를 식으로 나타내시오.

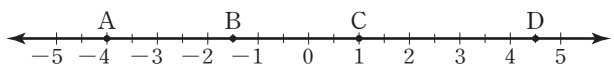
□	1	2	3	4	5	6
△	4	8	12			24

• 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 간단히 나타낼 때는 각 양을 ○, □, △, ☆ 등과 같은 기호로 표현할 수 있다.

중 1 수직선

잘함 보통 모름

3 다음 수직선 위의 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 구하시오.



• 모든 유리수는 수직선 위의 점에 대응시킬 수 있다.

중 1 문자를 사용한 식

잘함 보통 모름

4 다음을 문자를 사용한 식으로 나타내시오.

(1) 한 장에 13000원 하는 영화표 x장의 값

(2) 가로의 길이가 x cm, 세로의 길이가 y cm인 직사각형의 넓이

• 문자를 사용하면 수량이나 수량 사이의 관계를 간단한 식으로 나타낼 수 있다.

01 순서쌍과 좌표

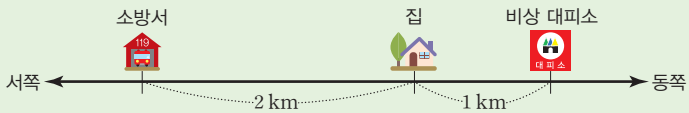
[학습 목표] 순서쌍과 좌표를 이해하고, 그 편리함을 인식할 수 있다.

수직선 위의 점의 위치는 어떻게 나타낼까?

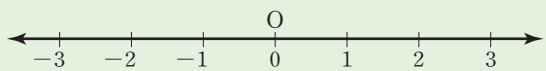
생각 펼치기

안전·건강 교육

다음은 한울이네 집에서 직선 도로를 따라 비상 대피소와 소방서까지의 거리를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답해 보자.



1. 한울이네 집을 점 O라 하고, 비상 대피소와 소방서를 각각 점 A, B라고 하자. 이때 점 O의 위치를 수직선 위의 수 0에 대응시킬 때, 두 점 A, B의 위치를 다음 수직선 위에 각각 나타내 보자.



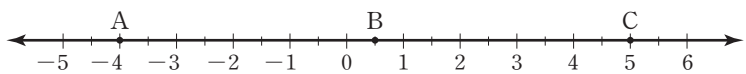
2. 수직선 위의 두 점 A, B에 대응하는 수를 각각 말해 보자.

수직선과 좌표

생각 펼치기에서 수직선 위의 두 점 A, B에 대응하는 수는 각각 1, -2이다. 이와 같이 수직선 위의 한 점에 대응하는 수를 그 점의 **좌표**라 하고, 점 P의 좌표가 수 a일 때, 이것을 기호 $\mathrm{P}(a)$로 나타낸다.

위 그림의 수직선에서 세 점 O, A, B의 좌표를 각각 기호로 나타내면 $\mathrm{O}(0)$, $\mathrm{A}(1)$, $\mathrm{B}(-2)$이다.

1 다음 수직선을 보고, 물음에 답하시오.



(1) 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 기호로 나타내시오.

(2) 세 점 $\mathrm{P}(-2)$, $\mathrm{Q}\left(\frac{3}{2}\right)$, $\mathrm{R}(3.5)$를 수직선 위에 각각 나타내시오.

평면 위의 점의 위치는 어떻게 나타낼까?

생각 펼치기

오른쪽 그림은 어느 교실의 자리 배치도이다. 하영이 자리가 3열 2번째 줄에 위치한다고 할 때, 재효 자리의 위치를 말해 보자.



순서쌍과 좌표평면

생각 펼치기에서 자리의 위치를 괄호를 사용하여

(열의 수, 줄의 수)

와 같이 나타내면 하영이 자리의 위치는 (3, 2)로 나타낼 수 있다.

이와 같이 두 수 a, b의 순서를 정하여 쌍으로 나타낸 (a, b)를 **순서쌍**이라고 한다.

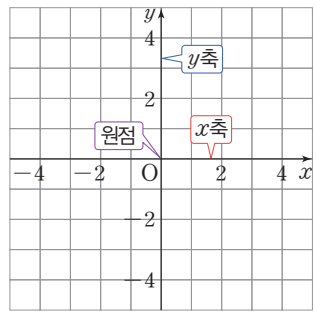
순서쌍은 두 수의 순서를 생각한 것이므로 (3, 2), (2, 3)은 서로 다르다.



데카르트(Descartes, R., 1596~1650)는 프랑스의 수학자로 점의 위치를 두 수의 순서쌍으로 나타내는 좌표평면을 처음으로 고안하였다.
(출처: 고상숙 외 1인 『청소년을 위한 서양수학사』)

이제 순서쌍을 이용하여 평면 위에 있는 점의 위치를 나타내는 방법을 알아보자.

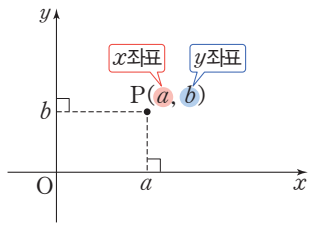
오른쪽 그림과 같이 두 수직선이 점 O에서 서로 수직으로 만날 때, 가로의 수직선을 ***x*축**이라 하고, 세로의 수직선을 ***y*축**이라고 하며, x축과 y축을 통틀어 **좌표축**이라고 한다. 또, x축과 y축이 만나는 점 O를 **원점**이라고 한다.



이와 같이 좌표축이 정해져 있는 평면을 **좌표평면**이라고 한다.

좌표평면 위의 원점 O의 좌표는 (0, 0)이다.

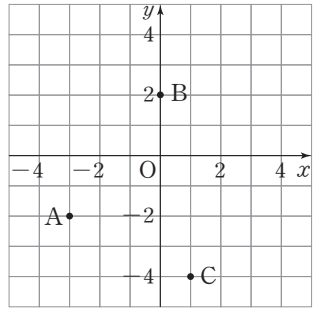
좌표평면 위의 한 점 P에서 x축, y축에 각각 내린 수선과 x축, y축이 만나는 점에 대응하는 수를 각각 a, b라고 할 때, 순서쌍 (a, b)를 점 P의 좌표라 하고, 이것을 기호 $P(a, b)$로 나타낸다. 이때 a를 점 P의 ***x*좌표**, b를 점 P의 ***y*좌표**라고 한다.



2 오른쪽 좌표평면을 보고, 다음 물음에 답하시오.

(1) 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 기호로 나타내시오.

(2) 세 점 $P(2, -3)$, $Q(-3, 1)$, $R(3, 0)$을 오른쪽 좌표평면 위에 각각 나타내시오.

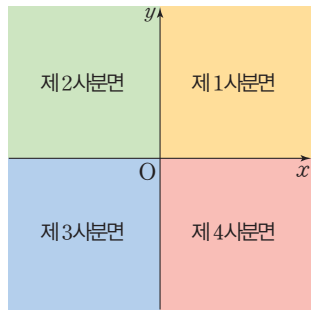


수학 호기심

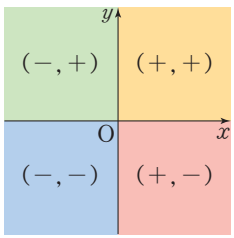
x축, y축 위의 점의 좌표는 각각 어떤 특징이 있을까?

사분면

좌표평면은 좌표축에 의하여 오른쪽 그림과 같이 네 부분으로 나누어진다. 이때 이들 네 부분을 각각 **제1사분면**, **제2사분면**, **제3사분면**, **제4사분면**이라고 한다. 단, 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.



각 사분면 위에 있는 점의 x좌표와 y좌표의 부호는 다음과 같다.



	제1사분면	제2사분면	제3사분면	제4사분면
x좌표의 부호	+	−	−	+
y좌표의 부호	+	+	−	−

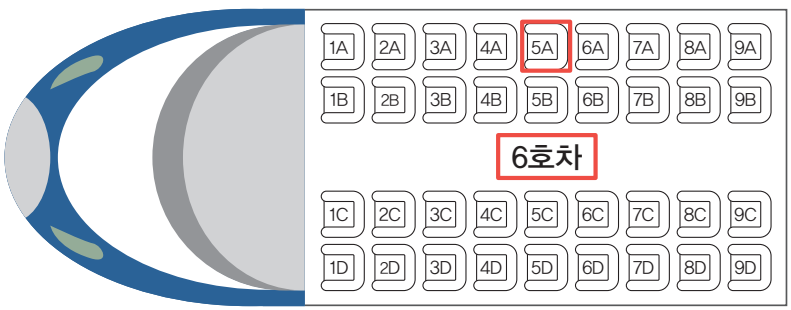
3 다음 점은 제몇 사분면 위에 있는지 말하시오.

(1) $A(2, -3)$ (2) $B(-4, 2)$

(3) $C(-3, -2)$ (4) $D(-5, 0)$

더 생각 나아가기 연결

다음은 고속 열차의 좌석표와 좌석 번호를 나타낸 그림이다. 이와 같이 우리 생활에서 좌표처럼 위치를 숫자나 문자로 나타내어 편리하게 사용하는 다른 예를 찾아보자.





스스로 점검하기

정답과 해설 294쪽

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

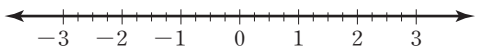
(1) 두 수 a, b의 순서를 정하여 쌍으로 나타낸 (a, b)를 순서쌍이라고 한다. (　　)

(2) 좌표축이 정해져 있는 평면을 좌표평면이라고 한다. (　　)

(3) 두 수직선이 점 O에서 서로 수직으로 만날 때, 가로의 수직선을 x좌표, 세로의 수직선을 y좌표라고 한다. (　　)

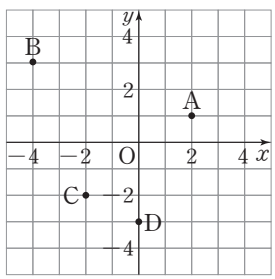
2

세 점 $\mathrm{P}(-2)$, $\mathrm{Q}(2.5)$, $\mathrm{R}\left(-\frac{3}{4}\right)$을 다음 수직선 위에 각각 나타내시오.



3

오른쪽 좌표평면 위의 네 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 기호로 나타내시오.



4

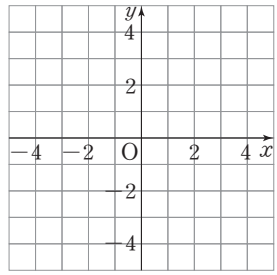
다음 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내시오.

(1) $\mathrm{A}(3, 2)$

(2) $\mathrm{B}(-4, 1)$

(3) $\mathrm{C}(4, -2)$

(4) $\mathrm{D}(-3, -4)$



5

추론

좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(a, b)$가 제4사분면에 속하는 점일 때, 다음 점은 제몇 사분면에 속하는지 구하시오.

(1) $\mathrm{A}(b, a)$　　(2) $\mathrm{B}(a-b, ab)$

6

실생활　연결

다음 그림은 휴대 전화의 지도 화면을 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 광장에 있는 어떤 사람이 중앙시장에 가려고 한다. 광장을 점 O, 중앙시장을 점 A로 나타낼 때, 점 A의 좌표를 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/mC9tQ5TxNLWVT7H7

자기 평가		
	순서쌍과 좌표를 이해할 수 있다.	
	순서쌍과 좌표의 유용성과 편리함을 알 수 있다.	

02 그래프

【 학습 목표 】 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.

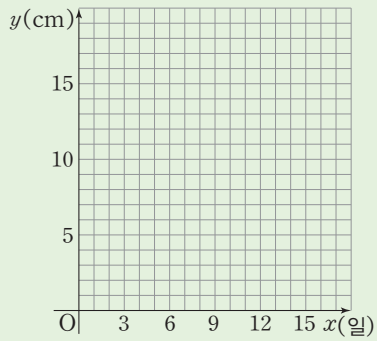
다양한 상황을 그래프로 어떻게 나타낼까?

생각 펼치기



다음 표는 강낭콩의 성장을 관찰하며 시간에 따라 변하는 강낭콩 줄기의 길이를 재어 기록한 것이다. 관찰을 시작하고 나서 x일이 지난 후 강낭콩 줄기의 길이를 y cm라고 할 때, 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내 보자.

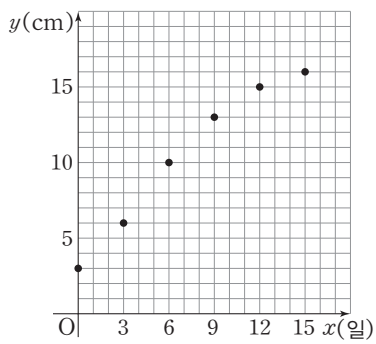
x(일)	0	3	6	9	12	15
y(cm)	3	6	10	13	15	16



그래프

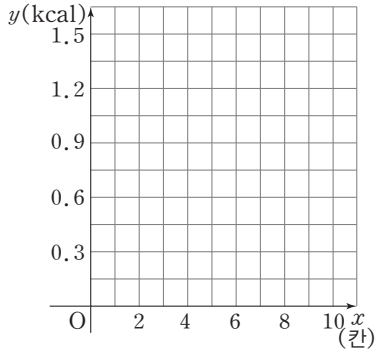
생각 펼치기에서 x의 값이 0, 3, 6, 9, 12, 15로 변함에 따라 y의 값은 3, 6, 10, 13, 15, 16으로 변한다. 이때 x, y와 같이 변하는 값을 나타내는 문자를 **변수**라고 한다.

위에서 두 변수 x, y의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



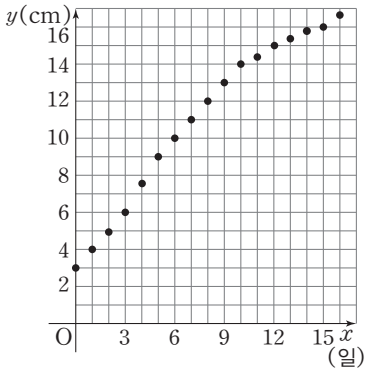
이와 같이 서로 관계가 있는 두 변수 x, y의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 모두 나타낸 것을 **그래프**라고 한다. 그래프는 점, 직선, 곡선 등으로 표현하며, 주어진 자료나 상황을 그래프로 나타내면 그 변화 상태를 한눈에 쉽게 파악할 수 있다.

1 우리 몸은 계단 1칸을 오를 때마다 0.15 kcal를 소모한다고 한다. 오른 계단 수 x칸에 따른 칼로리 소모량을 y kcal라고 할 때, 두 변수 x와 y 사이의 관계를 오른쪽 좌표평면 위에 그래프로 나타내시오.

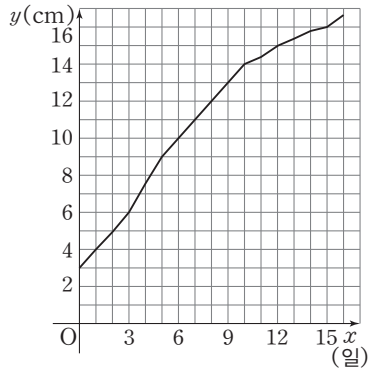


생각 펼치기에서는 강낭콩을 3일 간격으로 관찰하여 그 성장 과정을 그래프로 그렸다. 만약 1일 간격으로 관찰하여 그 그래프를 그렸다면, 좌표평면 위에 나타난 그래프의 점들의 간격은 아래 〈그림 1〉과 같이 더 좁아진다.

이와 같이 관찰 시간의 간격을 계속 좁혀 나가면 그래프의 점들의 간격이 점점 좁아지게 된다. 강낭콩의 성장 그래프를 연속된 시간에 따라 나타내면 그래프는 아래 〈그림 2〉와 같이 점이 아니라 선으로 그려진다.



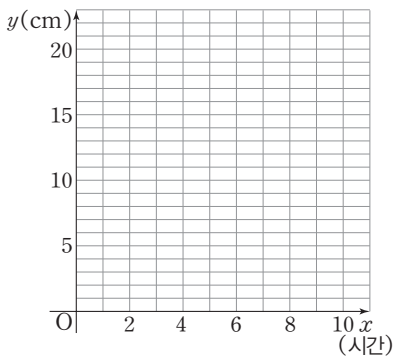
〈그림 1〉



〈그림 2〉



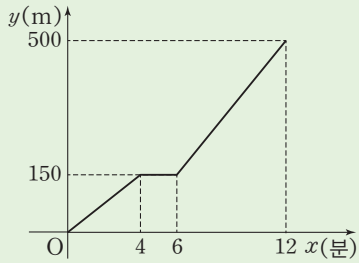
2 길이가 20 cm인 원기둥 모양의 향초를 피우면 향초의 길이가 1시간마다 2 cm씩 일정하게 줄어든다고 한다. 향초를 피운 지 x시간 후 향초의 길이를 y cm라고 할 때, 두 변수 x와 y 사이의 관계를 오른쪽 좌표평면 위에 그래프로 나타내시오.



그래프를 어떻게 해석할까?

생각 펼치기

오른쪽 그래프는 라온이가 집에서 출발하여 걸어서 학교에 도착할 때까지 시간에 따른 이동 거리를 나타낸 것이다. 다음 물음에 답해 보자.



1. 주어진 그래프에서 x축과 y축이 나타내는 것을 말해 보자.

2. 집에서 출발한 후 학교에 도착할 때까지 걸린 시간과 이동 거리는 얼마인지 각각 구해 보자.

3. 집에서 출발한 후 학교에 가는 도중 몇 분 동안 멈춰 서 있었는지 구해 보자.

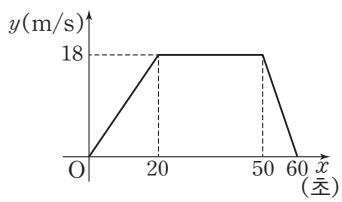
그래프의 해석

생각 펼치기에서 라온이의 시간에 따른 이동 거리를 나타낸 그래프는 라온이가 집에서 출발하여 학교까지 가는 상황을 쉽게 이해할 수 있게 해 준다.

이와 같이 여러 가지 변화와 상황을 나타내는 그래프가 주어질 때, 그 그래프를 바르게 해석하면 증가와 감소, 일정하게 반복되는 변화 등 여러 가지 현상이나 상황에 대한 변화를 쉽게 파악할 수 있다.

함께 해 보기 1

오른쪽 그래프는 어느 자동차가 도로 주행을 시작한 지 x초 후의 속력 y m/s의 변화를 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하시오.



(1) 자동차가 가장 빨리 달릴 때의 속력을 구하시오.

(2) 자동차가 일정한 속력으로 달린 시간을 구하시오.

(3) 자동차가 달리기 시작해서 멈출 때까지 걸린 시간을 구하시오.

풀이 (1) 그래프에서 자동차가 가장 빨리 달릴 때의 속력은 18 m/s이다.

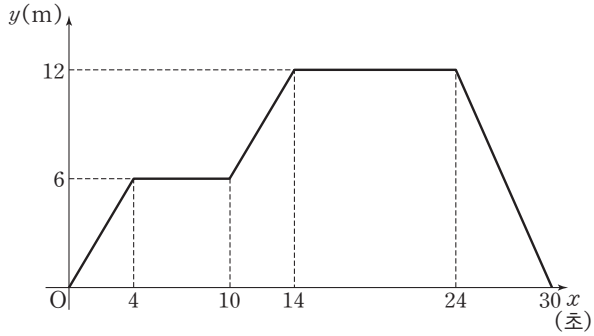
(2) 그래프에서 자동차가 일정한 속력으로 달린 시간은 20초에서 50초까지이므로 30초이다.

(3) 자동차가 달리기 시작해서 60초 후에 속력이 0 m/s가 되었으므로 달리기 시작해서 멈출 때까지 걸린 시간은 60초이다.

답 (1) 18 m/s (2) 30초 (3) 60초



3 다음 그래프는 서연이가 무인 항공기를 조종한 시간에 따른 무인 항공기의 높이 변화를 나타낸 것이다. x초 후의 높이를 y m라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



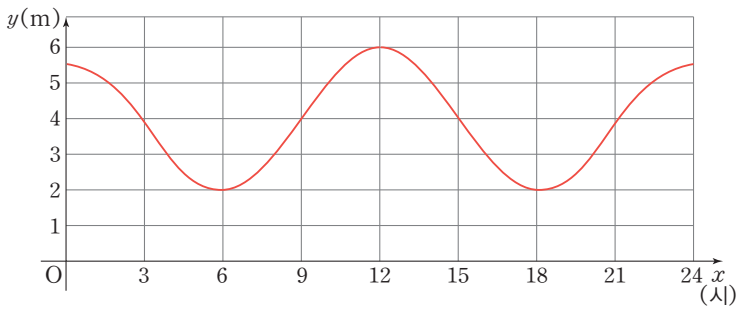
(1) 무인 항공기가 공중에서 일정한 높이를 유지하고 떠 있었던 전체 시간을 구하시오.

(2) 무인 항공기가 날기 시작하여 최대 높이에 처음 도달할 때까지 걸린 시간과 그때의 높이를 각각 구하시오.

(3) 무인 항공기가 최대 높이에서 하강을 시작한 후 바닥에 떨어질 때까지 걸린 시간을 구하시오.

함께 해 보기 2 다음 그래프는 서해안의 어느 항구에서 하루 동안 시간에 따른 해수면의 높이 변화를 나타낸 것이다. x시의 해수면의 높이를 y m라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

일정하게 반복되는 현상이나 상황을 그래프로 나타내면 같은 모양이 반복되며, 이것을 주기적 변화라고 한다.



(1) 해수면의 높이가 가장 높을 때의 시각과 그 높이를 각각 구하시오.

(2) 해수면의 높이가 3 m인 때는 하루 동안 총 몇 번 있었는지 구하시오.

(3) 6시부터 18시 사이에 해수면의 높이가 4 m 이상인 때는 몇 시부터 몇 시까지인지 구하시오.

풀이 (1) 해수면의 높이가 가장 높을 때의 시각은 12시이고, 그 때의 높이는 6 m이다.

(2) 해수면의 높이가 3 m인 때는 하루 동안 총 4번 있었다.

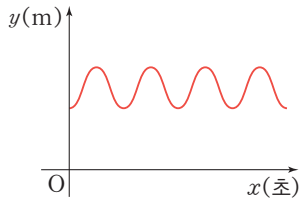
(3) 6시부터 18시 사이에 해수면의 높이가 4 m 이상인 때는 9시부터 15시까지이다.

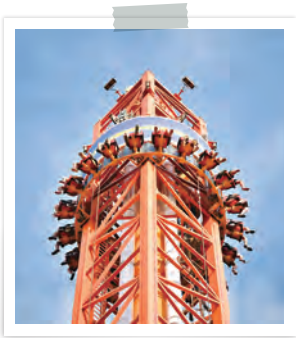
답 (1) 12시, 6 m (2) 4번 (3) 9시부터 15시까지

4 인영이는 지난 주말에 놀이동산에서 놀이기구를 탔던 경험을 그래프와 글로 나타내려고 한다. 다음 물음에 답하시오.



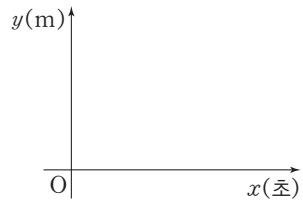
(1) 오른쪽 그래프는 회전목마를 탔던 경험을 시간과 높이 사이의 관계를 이용하여 나타낸 것이다. 이 상황을 글로 표현하시오.





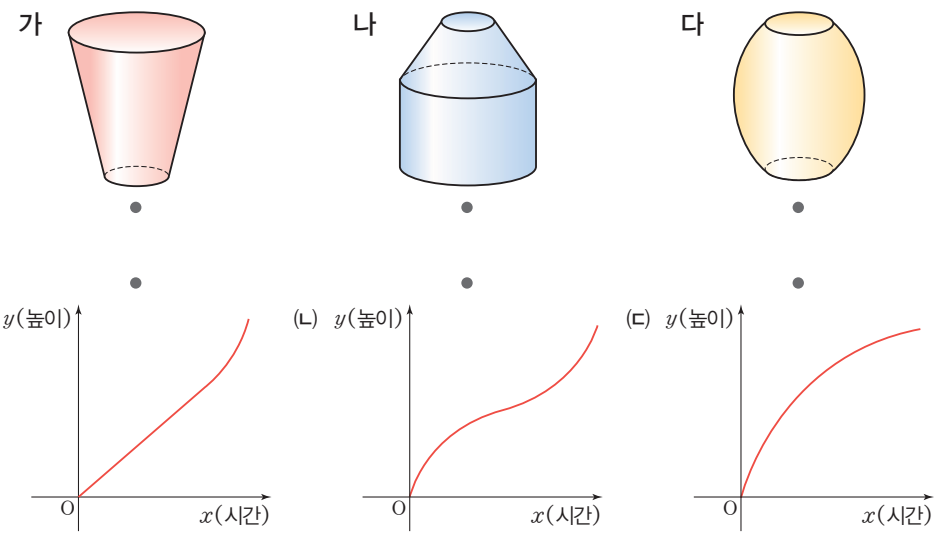
(2) 다음은 인영이가 한 놀이기구를 탄 경험을 작성한 글이다. 이 상황을 오른쪽 좌표평면 위에 그래프로 나타내시오.

> 놀이기구가 위로 천천히 올라가다가 맨 꼭대기에 도착해서 잠시 멈추더니 갑자기 아래로 떨어졌다.



생각 더하기 추론 의사소통

다음 그림과 같은 용기에 물이 가득 찰 때까지 매초 일정한 양의 물을 채운다. 이때 각각의 용기와 그 용기에 물을 채우는 시간에 따른 물의 높이 변화를 나타내는 그래프로 알맞은 것을 서로 연결해 보자. 또 그 이유를 설명해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 294쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

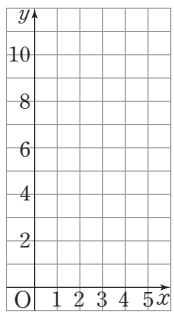
(1) 변하는 값을 나타내는 문자를 [ ](이)라고 한다.

(2) 서로 관계가 있는 두 변수 x, y의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 모두 나타낸 것을 [ ](이)라고 한다.

2

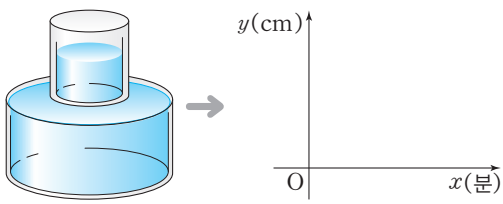
다음 표는 두 변수 x, y와 순서쌍 (x, y)를 나타낸 것이다. 표를 완성하고, 두 변수 x, y 사이의 관계를 그래프로 나타내시오.

x	y	(x, y)
1	3	
2	5	
3	7	
4	9	
5	11	



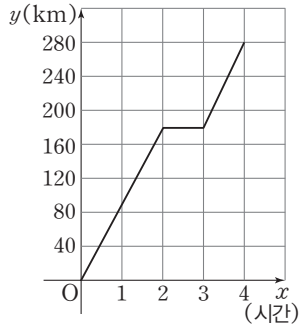
3

다음 그림과 같은 모양의 빈 물병에 물이 가득 찰 때까지 매분 일정한 양의 물을 채운다고 할 때, 시간에 따른 물의 높이 변화를 나타내는 그래프를 그리시오.



4

오른쪽 그래프는 지원이네 가족이 자동차로 집에서 출발하여 할머니 댁에 도착할 때까지 걸린 시간에 따른 이동 거리를 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하시오.



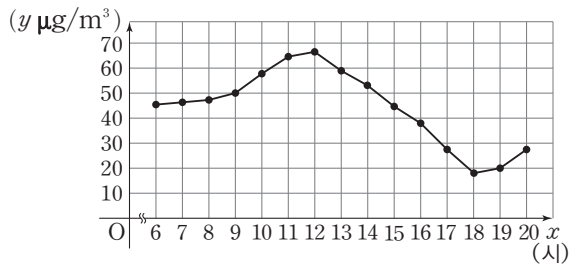
(1) 지원이네 가족이 집에서 출발 후 할머니 댁에 도착할 때까지 전체 걸린 시간과 전체 이동 거리를 각각 구하시오.

(2) 지원이네 가족이 중간에 휴게소에 들러 휴식을 취한 시간을 구하시오.

5

실생활 문제 해결

다음 그래프는 어느 지역 측정소에서 공기의 질을 측정하여 미세먼지의 농도 변화를 나타낸 것이다. 공기의 질을 측정한 시각인 x시의 미세먼지 농도를 $y\ \mu g/m^3$라고 할 때, 물음에 답하시오.



(1) 미세먼지 농도가 가장 높은 시각을 구하시오.

(2) 미세먼지가 감소한 시간은 몇 시간인지 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/D9mZeNPzM6DBfQMm

자기 평가

다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.	
다양한 상황을 그래프로 표현하면서 그 유용성을 알 수 있다.	

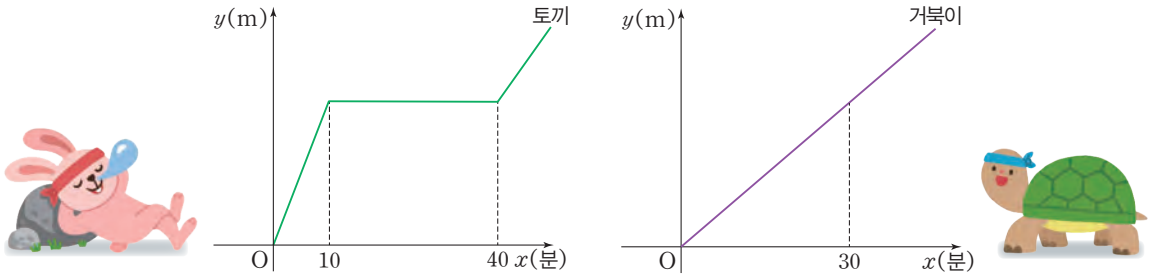
수학으로 세상보기

한 좌표평면 위의 두 그래프 비교하기

의사소통 연결

| 정답과 해설 295쪽 |

이솝 우화에 나오는 토끼와 거북이의 달리기 경주 이야기를 각색하여 시간에 따른 이동 거리를 각각 2개의 그래프로 나타내면 다음과 같다.



토끼의 그래프에서는 토끼가 중간에 30분간 쉬었다가 이동한 반면, 거북이의 그래프에서는 거북이가 쉬지 않고 계속 달린 것을 확인할 수 있다.

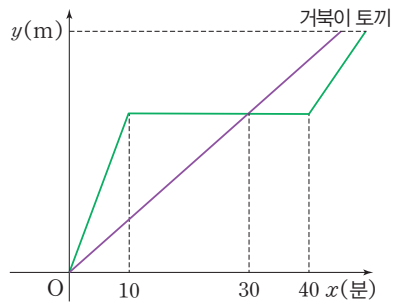
이때 한 좌표평면 위에 토끼와 거북이의 그래프를 동시에 나타내면 토끼와 거북이의 달리기 경주 상황을 훨씬 더 쉽게 비교할 수 있다.

다음에서 한 좌표평면 위의 두 그래프를 비교해 보자.

1 오른쪽 그래프는 토끼와 거북이의 그래프를 한 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 물음에 답해 보자.

(1) 달리기 경주를 시작한 지 몇 분 만에 거북이가 토끼를 추월했는지 말해 보자.

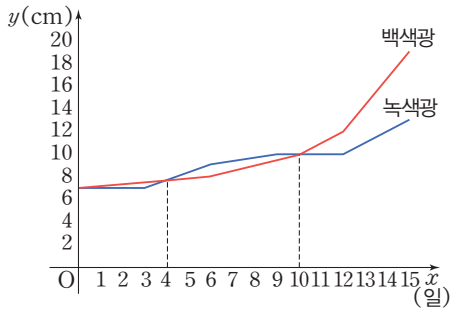
(2) 두 그래프를 비교하여 알 수 있는 사실을 친구들과 이야기해 보자.



2 오른쪽 그래프는 각각 다른 색깔의 조명에서 자라는 두 브로콜리의 성장 과정을 나타낸 것이다. 이 그래프를 보고 □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 적절한 것을 선택해 보자.

(1) 브로콜리의 키를 측정하기 시작한 후 두 식물의 키가 같은 때는 □번 있었다.

(2) 측정을 시작한 지 □일 후부터는 (백색광, 녹색광)에서 자란 브로콜리가 (백색광, 녹색광)에서 자란 브로콜리보다 점점 더 빨리 자랐다.



(출처: 한국기계가공학회, 2014)

03 정비례

[학습 목표] 정비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.

정비례란 무엇일까?

생각 펼치기

시속 1.5 km로 걸을 수 있는 로봇이 있다. 이 로봇이 이동한 시간을 x시간, 이동한 거리를 y km라고 할 때, 다음 물음에 답해 보자.



1. 표를 완성해 보자.

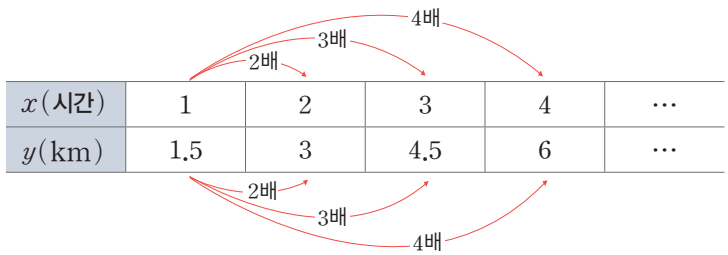
x(시간)	1	2	3	4
y(km)	1.5			

2. 1에서 완성한 표를 이용하여 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내 보자.

정비례

두 변수 x, y에 대하여 y가 x에 정비례할 때 x와 y 사이에 정비례 관계가 있다고 말한다.

생각 펼치기에서와 같이 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 2배, 3배, 4배, … 가 될 때, y의 값도 2배, 3배, 4배, … 가 되는 관계가 있으면 y는 x에 **정비례**한다고 한다.



y가 x에 정비례할 때, x에 대한 y의 비율 $\frac{y}{x}(x\neq0)$의 값은 일정하다.

또한, x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=1.5x$이다.

일반적으로 y가 x에 정비례할 때, $y=ax$(단, $a\neq0$)인 관계식이 성립한다. 또, x와 y 사이에 $y=ax$(단, $a\neq0$)인 관계식이 성립하면 y는 x에 정비례한다.

1 y가 x에 정비례할 때, 다음 표를 완성하시오.

x	1	2	3	4	5
y	7	14			

함께 해 보기 1 빈 욕조에 매분 15 L씩 물을 채운다고 한다. x분 후에 욕조에 담긴 물의 양을 y L라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) 표를 완성하시오.

x(분)	1	2	3	4	5	…
y(L)						…

(2) x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내시오.

(3) 용량이 300 L인 욕조에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 구하시오.

풀이 (1) 빈 욕조에 물이 매분 15 L씩 채워지므로 표를 완성하면 다음과 같다.

x(분)	1	2	3	4	5	…
y(L)	15	30	45	60	75	…

(2) y의 값은 x의 값의 15배이므로 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=15x$이다.

(3) x와 y 사이의 관계식 $y=15x$에 $y=300$을 대입하면 $300=15x$이므로 $x=20$이다.

따라서 욕조에 물을 가득 채우는 데 20분이 걸린다.

답 (1) 풀이 참조 (2) $y=15x$ (3) 20분

2 가온이는 매일 자전거 도로를 따라 분속 300 m의 일정한 속력으로 자전거를 탄다. 가온이가 x분 동안 자전거를 타고 달린 거리를 y m라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) 표를 완성하시오.

x(분)	1	2	3	4	5	…
y(m)						…

(2) x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내시오.

(3) 가온이가 길이가 4.5 km인 자전거 도로를 완주하는 데 걸리는 시간을 구하시오.

3 정비례 관계가 성립하는 실생활 예를 찾고, 친구에게 설명하시오.

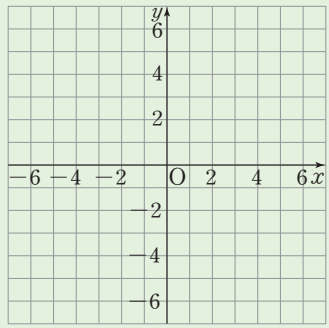
정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프를 어떻게 나타낼까?

생각 펼치기

정비례 관계 $y=2x$의 그래프를 다음 단계에 따라 나타내 보자.

1. 다음 표를 완성하고, 순서쌍 (x, y)를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내 보자.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



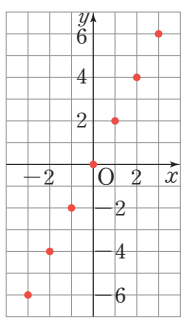
2. 다음 표를 완성하고, 순서쌍 (x, y)를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내 보자.

x	-2.5	-1.5	-0.5	0.5	1.5	2.5
y						

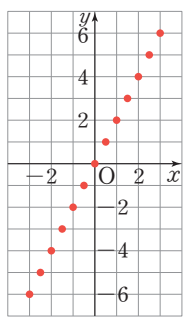
3. x의 값의 범위를 수 전체로 할 때, x의 값의 간격을 점점 줄이면 $y=2x$의 그래프가 어떤 모양이 될지 추측해 보자.

정비례 관계의 그래프

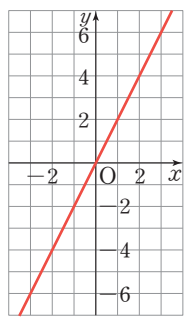
생각 펼치기에서 x의 값이 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3일 때, 정비례 관계 $y=2x$의 그래프는 아래 〈그림 1〉과 같다. 또, x의 값의 간격을 점점 작게 하면 그래프는 〈그림 2〉와 같이 점의 간격도 점점 작아진다. x의 값의 범위를 수 전체로 확대하면 그래프는 〈그림 3〉과 같이 원점을 지나는 직선이 된다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

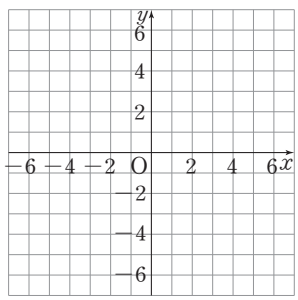


〈그림 3〉

4 x의 값이 다음과 같을 때, 정비례 관계 $y=-2x$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내시오.

(1) -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

(2) 수 전체

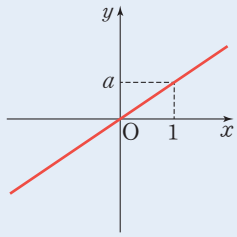


일반적으로 정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프

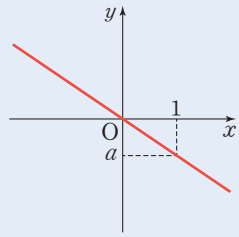
정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.

1. $a>0$일 때



제1사분면과 제3사분면을 지난다.

2. $a<0$일 때



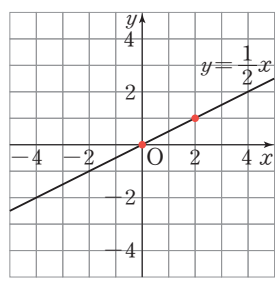
제2사분면과 제4사분면을 지난다.

정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$)에서 x의 값이 주어지지 않을 때에는 x의 값이 수 전체일 때로 생각한다.

정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 원점 O와 그래프가 지나는 또 다른 한 점을 찾아 직선으로 이으면 쉽게 그릴 수 있다.

함께 해 보기 2 정비례 관계 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프를 그리시오.

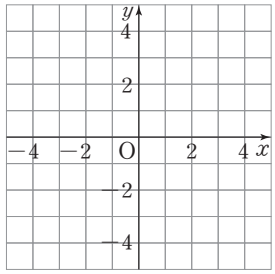
풀이 정비례 관계 $y=\frac{1}{2}x$에서 $x=2$일 때, $y=1$이므로 이 그래프는 점 $(2, 1)$을 지난다. 따라서 정비례 관계 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점과 점 $(2, 1)$을 지나는 직선이다.



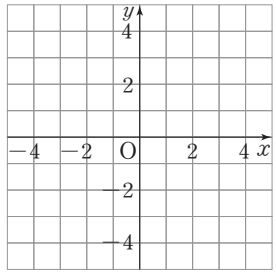
답 풀이 참조

5 다음 정비례 관계의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=\frac{1}{3}x$

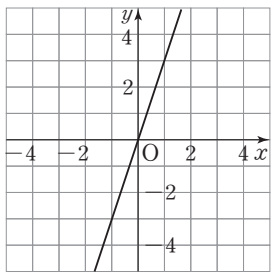


(2) $y=-x$

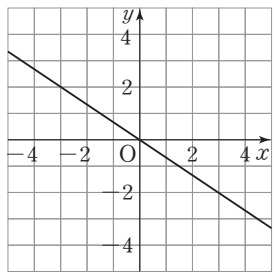


6 정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프가 다음과 같을 때, a의 값을 구하시오.

(1)



(2)



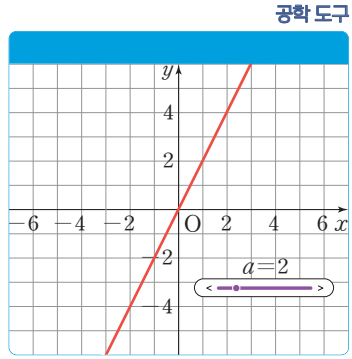
더 생각 나아가기 정보처리

공학 도구

알지오매스를 이용하여 정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프를 다음 단계에 따라 그려 보고, a의 값에 따라 그래프가 어떻게 변하는지 말해 보자.

❶ $f(x)$를 눌러 함수를 입력하는 창에 $y=ax$를 입력하자.
❷ 슬라이더를 움직여 a의 값을 변화시켜 보자.

https://code.jihak.co.kr/qr/hDwQaWvFTAVbWKT4



스스로 점검하기

정답과 해설 296쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 2배, 3배, 4배, … 가 될 때, y의 값도 2배, 3배, 4배, … 가 되는 관계가 있으면 y는 x에 [ ] 한다고 한다.

(2) y가 x에 정비례할 때, x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 [ ] 이다.

(3) 정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$)의 그래프는 원점을 지나는 [ ] 이다.

2

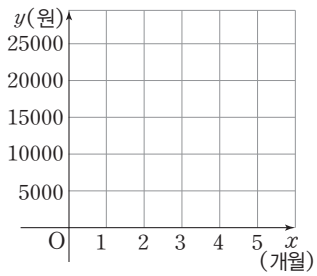
채영이는 불우 이웃 돕기 성금을 마련하고자 올해 1월부터 매월 5000원씩 저금하고 있다. 채영이가 저금을 시작한 지 x개월 후 모인 금액을 y원이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 표를 완성하시오.

x(개월)	1	2	3	4	5	…
y(원)						…

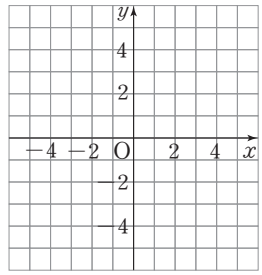
(2) x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내시오.

(3) x와 y 사이의 관계를 다음 좌표평면 위에 그래프로 나타내시오.



3

다음 정비례 관계의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리고, 그 그래프가 제몇 사분면을 지나는지 말하시오.



(1) $y=\frac{3}{2}x$

(2) $y=-\frac{1}{4}x$

4

실생활 추론

30년 된 상수리나무 한 그루가 1년 동안 흡수하는 이산화 탄소의 양은 14 kg이라고 한다. 30년 된 상수리나무 x그루가 1년 동안 흡수하는 이산화 탄소의 양을 y kg이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 표를 완성하시오.

x(그루)	1	2	3	4	5	…
y(kg)						…

(2) x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내시오.

(3) 1년 동안 이산화 탄소 50400 kg을 흡수하려면 30년 된 상수리나무가 몇 그루 필요한지 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/wlcYAvaQ0J5UoDy4

자기 평가

정비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.	
정비례 관계를 나타내는 표, 식, 그래프 표현의 유용성을 알 수 있다.	

수학으로 세상보기

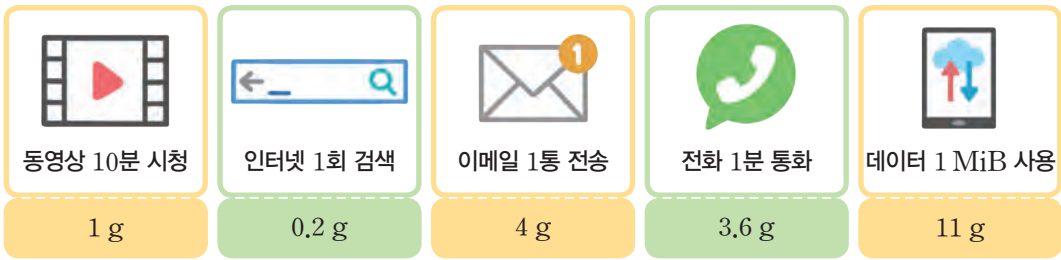
디지털 탄소 발자국 줄이기

환경·지속 가능 발전 교육

의사소통 연결

정답과 해설 296쪽

디지털 탄소 발자국이란, 컴퓨터, 휴대 전화, 태블릿 피시 등과 같은 디지털 기기 사용으로 발생하는 디지털 탄소 발자국을 말한다. 다음 그림은 다양한 디지털 기기를 사용할 때 발생하는 디지털 탄소 발자국을 보여 준다. 수민이는 평소 자신이 휴대 전화를 사용하며 발생하는 디지털 탄소 발자국이 얼마나 되는지 궁금하여 조사해 보기로 하였다. 물음에 답해 보자.



1 하루에 휴대 전화로 사용하는 데이터 용량을 x MiB, 사용하는 데이터 용량에 따라 발생하는 디지털 탄소 발자국을 y g이라고 할 때, 두 변수 x와 y 사이의 관계를 다음과 같이 다양한 방법으로 나타내 보자.

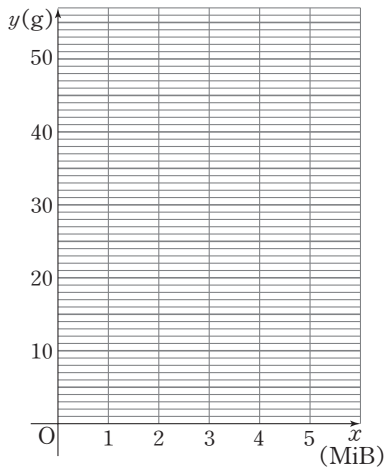
(1) 표로 나타내기

x(MiB)	1	2	3	4	5
y(g)					

(2) 관계식으로 나타내기

_____

(3) 관계식을 그래프로 나타내기



2 수민이의 하루 데이터 사용량을 1000 MiB라고 할 때, 1년 간 데이터 사용량으로 발생하는 디지털 탄소 발자국을 구해 보자.

3 자신의 평소 휴대 전화 사용 습관을 조사하여 하루 동안의 동영상 시청과 통화 시간에 따른 디지털 탄소 발자국을 각각 계산해 보자. 또, 디지털 탄소 발자국을 줄일 수 있는 실천 계획을 세워 보고, 친구들과 이야기해 보자.

04 반비례

[학습 목표] 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.

반비례란 무엇일까?

생각 펼치기

두 발로 걷는 로봇의 성능 대회에서 어느 로봇이 120 m 거리를 초속 x m로 이동하면 y초가 걸린다고 할 때, 다음 물음에 답해 보자.



1. 표를 완성해 보자.

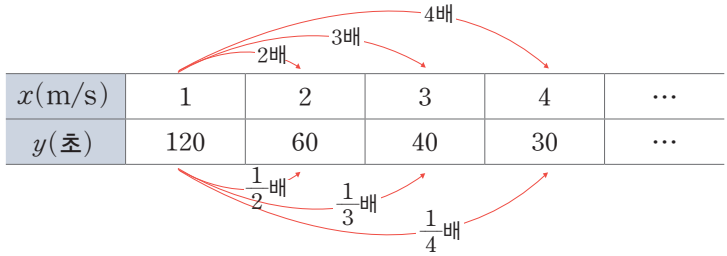
x(m/s)	1	2	3	4
y(초)	120			

2. 1에서 완성한 표를 이용하여 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내 보자.

반비례

두 변수 x, y에 대하여 y가 x에 반비례할 때, x와 y 사이에 반비례 관계가 있다고 말한다.

생각 펼치기와 같이 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 2배, 3배, 4배, … 가 될 때, y의 값이 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, … 가 되는 관계가 있으면 y는 x에 **반비례**한다고 한다.



y가 x에 반비례할 때, x와 y의 곱 xy의 값은 일정하다.

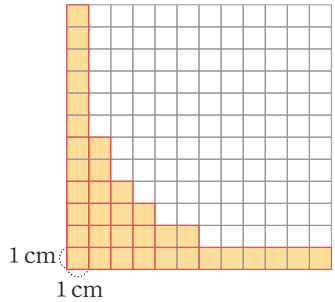
또한, x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=\frac{120}{x}$이다.

일반적으로 y가 x에 반비례하면 $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)인 관계식이 성립한다. 또, x와 y 사이에 $y=\frac{a}{x}$ (단, $a\neq0$)인 관계식이 성립하면 y는 x에 반비례한다.

1 y가 x에 반비례할 때, 다음 표를 완성하시오.

x	1	2	3	4	5
y	60	30			12

함께 해 보기 1 넓이가 12 cm^2인 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) 표를 완성하시오.

x(cm)	1	2	3	4	6	12
y(cm)						

(2) x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내시오.

(3) 세로의 길이가 0.5 cm인 직사각형의 가로의 길이를 구하시오.

풀이 (1) 표를 완성하면 다음과 같다.

x(cm)	1	2	3	4	6	12
y(cm)	12	6	4	3	2	1

(2) xy의 값이 12로 일정하므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{12}{x}$와 같이 나타낼 수 있다.

(3) x와 y 사이의 관계식 $y=\frac{12}{x}$에 $y=0.5$를 대입하면 $0.5=\frac{12}{x}$이므로 $x=24$이다. 따라서 가로의 길이는 24 cm이다.

답 (1) 풀이 참조 (2) $y=\frac{12}{x}$ (3) 24 cm

2 무게가 1800 g인 떡케이크를 x조각으로 똑같이 자를 때, 한 조각의 무게가 y g이라고 한다. 다음 물음에 답하시오.



(1) 표를 완성하시오.

x(조각)	5	10	15	20	…
y(g)					…

(2) x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내시오.

(3) 떡케이크를 24조각으로 자를 때, 한 조각의 무게를 구하시오.

3 반비례 관계가 성립하는 실생활 예를 찾고, 친구에게 설명하시오.

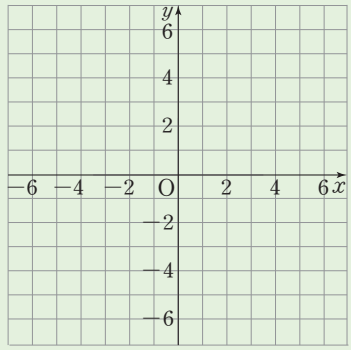
반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ (단, $a\neq0$)의 그래프를 어떻게 나타낼까?

생각 펼치기

반비례 관계 $y=\frac{6}{x}$의 그래프를 다음 단계에 따라 나타내 보자.

1. 다음 표를 완성하고, 순서쌍 (x, y)를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내 보자.

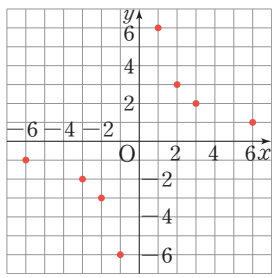
x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y								



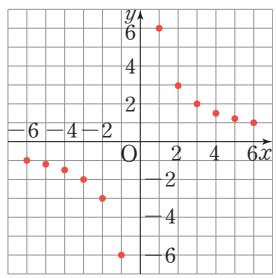
2. x의 값의 범위를 0이 아닌 수 전체로 할 때, x의 값의 간격을 점점 줄이면 $y=\frac{6}{x}$의 그래프가 어떤 모양이 될지 추측해 보자.

반비례 관계의 그래프

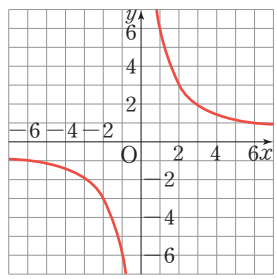
생각 펼치기에서 x의 값이 -6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6일 때, 반비례 관계 $y=\frac{6}{x}$의 그래프는 아래 〈그림 1〉과 같다. 또, x의 값의 간격을 점점 작게 하면 그래프는 〈그림 2〉와 같이 점의 간격도 작아진다. x의 값의 범위를 0이 아닌 수 전체로 확대하면 그래프는 〈그림 3〉과 같이 두 좌표축에 점점 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한쌍의 매끄러운 곡선이 된다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

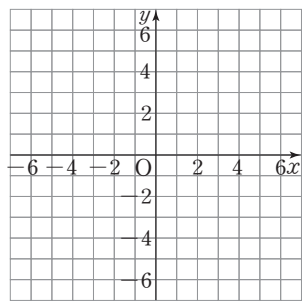


〈그림 3〉

4 **x의 값이 다음과 같을 때, 반비례 관계 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내시오.**

(1) -6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6

(2) 0이 아닌 수 전체

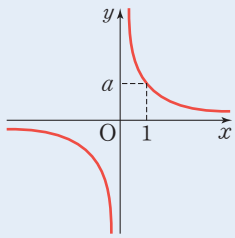


일반적으로 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)의 그래프

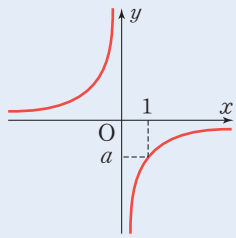
반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)의 그래프는 한 쌍의 곡선이다.

1. $a>0$일 때



제1사분면과 제3사분면을 지난다.

2. $a<0$일 때



제2사분면과 제4사분면을 지난다.

수학 호기심

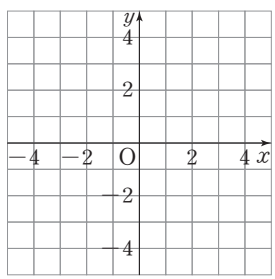
반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)의 그래프를 그릴 때, 왜 $x=0$인 경우를 제외할까?

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)에서 x의 값이 주어지지 않을 때에는 x의 값이 0이 아닌 수 전체일 때로 생각한다.

5 다음 식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=\frac{4}{x}$

(2) $y=-\frac{4}{x}$



더 생각 나아가기 정보처리

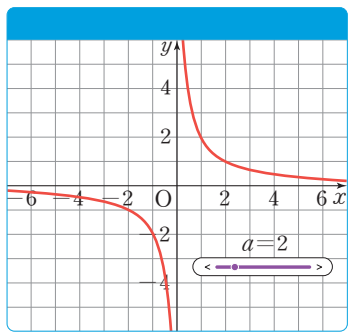
공학 도구

알지오매스를 이용하여 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)의 그래프를 다음 단계에 따라 그려 보고, a의 값에 따라 그래프가 어떻게 변하는지 말해 보자.

❶ $f(x)$를 눌러 함수를 입력하는 창에 $y=\frac{a}{x}$를 입력하자.

❷ 슬라이더를 움직여 a의 값을 변화시켜 보자.

https://code.jihak.co.kr/qr/qb4Ne1ZXpHRaatdX



스스로 점검하기

정답과 해설 297쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 2배, 3배, 4배, … 가 될 때, y의 값이 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, … 가 되는 관계가 있으면 y는 x에 [ ] 한다고 한다.

(2) y가 x에 반비례할 때, x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 [ ] 이다.

(3) $a>0$일 때, 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 제 [ ] 사분면과 제 [ ] 사분면을 지난다.

2

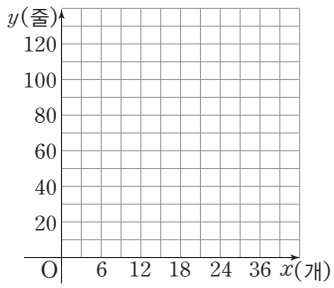
어느 지역의 문화 예술 축제에서 음악 공연을 위해 의자 720개를 한 줄에 x개씩 y줄로 배열하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 표를 완성하시오.

x(개)	6	12	18	24	36	…
y(줄)						…

(2) x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내시오.

(3) x와 y 사이의 관계를 다음 좌표평면 위에 그래프로 나타내시오.

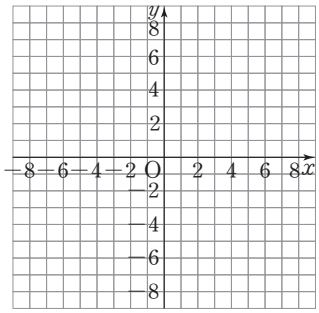


3

다음 반비례 관계의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내고, 제몇 사분면을 지나는지 구하시오.

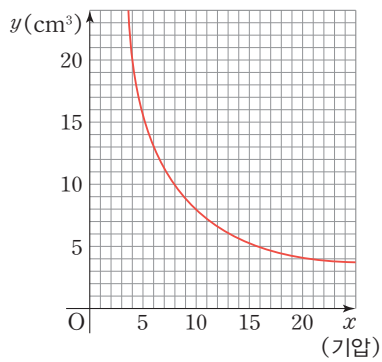
(1) $y=\frac{3}{x}$

(2) $y=-\frac{8}{x}$



4 창의·융합 연결

일정한 온도에서 기체의 부피는 기체의 압력에 반비례한다. 다음 그래프는 일정한 온도에서 어떤 기체의 압력 x기압에 따른 부피 y cm³의 변화를 나타낸 것이다. 일정한 온도에서 압력이 2기압일 때, 이 기체의 부피를 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/mGgD6Mf66qlx5ZUk

자기 평가

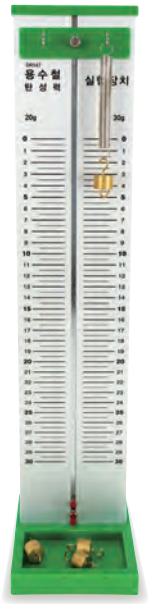
반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.		
반비례 관계를 나타내는 표, 식, 그래프 표현의 유용성을 알 수 있다.		

용수철을 이용하여 주변 물체의 무게 측정하기

용수철은 한계 이상으로 늘어나지 않으면 다시 줄어드는 성질을 지니고 있다. 영국의 물리학자인 훅(Robert Hooke, 1635~1703)은 용수철이 한계를 넘어서지 않는 범위 내에서는 용수철이 늘어나는 길이와 용수철을 당기는 힘의 크기 사이에 일정한 관계가 존재함을 발견하였다.

용수철이 늘어나는 길이와 용수철을 당기는 힘의 크기 사이에 어떤 관계가 있는지 활동을 통해 확인해 보자.

1 다음 단계에 따라 용수철이 늘어난 길이를 각각 측정하고 그 결과를 표로 나타냈다. 물음에 답해 보자. (단, 질량이 100 g인 추가 용수철을 당기는 힘을 1 N으로 생각한다.)

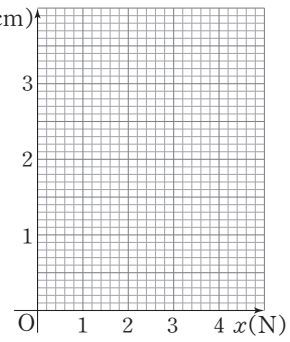


❶ 용수철 실험 장치, 용수철, 100 g 추 4개, 자를 준비한다.
❷ 용수철 실험 장치에 용수철을 매달아 용수철의 처음 길이를 표시한다.
❸ 질량이 100 g인 추를 1개, 2개, 3개, 4개 매달아 추 전체의 무게와 용수철이 늘어난 길이를 각각 측정한다.

100 g 추의 개수(개)	1	2	3	4
x(N)	1	2	3	4
y(cm)	0.8	1.6	2.4	3.2

(1) 추가 용수철을 당기는 힘을 x N, 용수철이 늘어난 길이를 y cm라고 할 때, x와 y 사이에는 어떤 관계가 있는지 말해 보자.

(2) 위의 표를 이용하여 x와 y 사이의 관계를 오른쪽 좌표평면 위에 그래프로 나타내 보자.



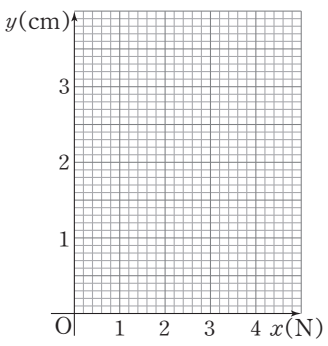
(3) (2)에서 좌표평면 위에 나타낸 4개의 점을 직선으로 이어 그래프를 그리고, 이 그래프에 대한 x와 y 사이의 관계식을 구해 보자.

(4) (3)을 이용하여 용수철이 늘어나는 길이와 용수철을 당기는 힘의 크기 사이에 어떤 관계가 있는지 문장으로 나타내 보자.

2 다음 물음에 답해 보자.

(1) 용수철을 준비하여 질량이 100 g인 추를 1개, 2개, 3개, 4개 매달았을 때 용수철이 늘어난 길이를 각각 측정해 보자. 그리고 추가 용수철을 당기는 힘을 x N, 용수철이 늘어난 길이를 y cm라고 할 때, 이를 표와 그래프로 나타내 보자.

100 g 추의 개수(개)				
x(N)				
y(cm)				



(2) (1)에서 좌표평면 위에 나타낸 4개의 점을 직선으로 연결하고, 이 그래프에 대한 x와 y 사이의 관계식을 구해 보자.

(3) 어떤 물체를 골라 용수철에 매달아 용수철이 늘어난 길이를 측정하고, (2)에서 구한 관계식을 이용하여 물체의 무게를 구해 보자.

| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	여러 현상과 관련된 정비례 관계를 이해한다.		
	추의 무게에 따른 용수철이 늘어난 길이 변화를 표, 그래프, 식으로 나타낼 수 있다.		
태도	추의 무게에 따라 용수철이 늘어난 길이를 측정하는 실험에 적극적으로 참여한다.		
	정비례 관계를 적용하여 효과적으로 문제를 해결할 수 있다.		

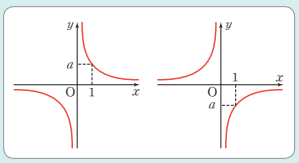
스스로 마무리하기

생각 완성하기

각 단원의 내용을 정리하여 완성해 보자.

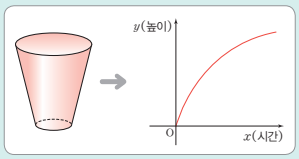
130쪽

• 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프



_____일 때 $a<0$일 때

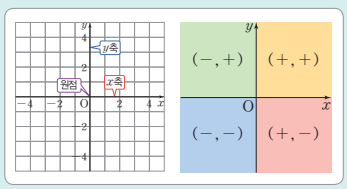
• 그래프



01 순서쌍과 좌표 — **02 그래프** — **03 정비례** — **04 반비례**

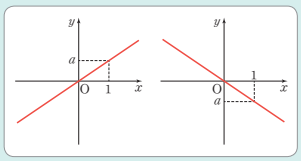
111쪽

• 좌표평면



123쪽

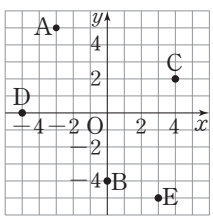
• 정비례 관계 $y=ax$의 그래프



$a<0$일 때 _____일 때

●○○

1 다음 중에서 좌표평면 위의 각 점의 좌표를 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?



① A(−3, 5) ② B(−4, 0) ③ C(4, 2)
④ D(−5, 0) ⑤ E(3, −5)

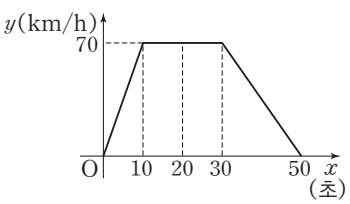
●○○

2 다음 중 제3사분면 위에 있는 점인 것은?

① A(3, 8) ② B(0, −3) ③ C(−2, 7)
④ D(5, −2) ⑤ E(−4, −5)

●○○

3 오른쪽 그래프는 어떤 자동차의 시간에 따른 속력 변화를 나타낸 것이다. 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오.

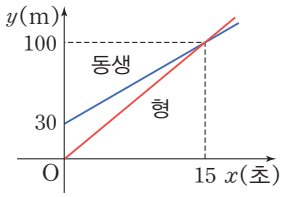


보기

ㄱ. 자동차의 최대 속력은 시속 70 km이다.
ㄴ. 자동차는 출발한 지 20초 후에 정지해 있었다.
ㄷ. 출발한 지 30초 후부터 자동차의 속력은 계속 감소하였다.

4 ●○○

오른쪽 그래프는 형과 동생의 달리기 시합에서 시간에 따른 출발점으로부터의 거리를 나타낸 것이다. 출발한 지 x초 후의 출발점으로부터의 거리가 y m이고, 동생이 형보다 30 m 앞에서 동시에 출발한다고 할 때, 형이 동생을 추월하는 시간은 출발한 지 몇 초 후인지 구하시오.



5 ●●○

다음 중 정비례 관계 $y=-5x$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 제2사분면을 지난다.

② 원점을 지나는 직선이다.

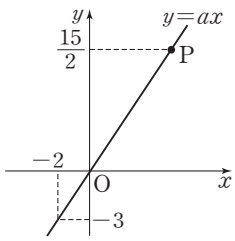
③ 점 $\mathrm{A}(-1,\ -5)$를 지난다.

④ 점 $\mathrm{B}(-2,\ 10)$을 지난다.

⑤ 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

6 ●●○

오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $(-2,\ -3)$과 점 P를 지날 때, 점 P의 x좌표는? (단, $a\neq 0$)



① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4

④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

7 ●●○

일정한 속력으로 1분 동안 러닝머신 위를 달리면 5 kcal의 열량을 소모할 수 있다고 한다. 이 일정한 속력으로 러닝머신 위를 달려 150 kcal의 열량을 소모했다고 할 때, 러닝머신 위를 달린 시간을 구하시오.

8 ●●○

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $(-2,\ -18)$을 지날 때, 다음 중 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있는 점은? (단, a는 상수)

① $\left(-\frac{1}{3},\ 27\right)$ ② $\left(-\frac{1}{2},\ -18\right)$

③ $\left(\frac{1}{6},\ \frac{1}{3}\right)$ ④ $\left(3,\ \frac{1}{3}\right)$

⑤ $\left(6,\ \frac{1}{6}\right)$

9 ●●○

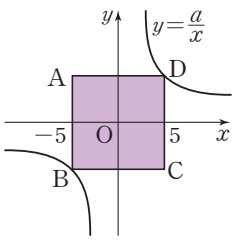
우빈이는 360쪽짜리 소설책을 하루에 x쪽씩 읽어 y일 만에 모두 읽었다. x와 y 사이의 관계를 나타내는 식을 구하고, 이를 이용하여 우빈이가 하루에 45쪽씩 읽는다면 이 소설책을 모두 읽는 데 며칠이 걸리는 지 구하시오.

스스로 마무리하기

서술형 문제

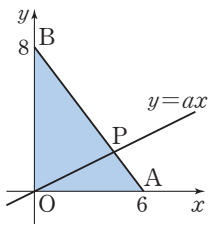
10 ●●○ 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 두 점 $(-2, 6)$, $(1, b)$를 지날 때, ab의 값을 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

11 ●●○ 오른쪽 그림과 같이 두 점 B, D가 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있다. 직사각형 ABCD의 넓이가 96일 때, 상수 a의 값을 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, 직사각형 ABCD의 모든 변은 각각 좌표축과 평행하다.)

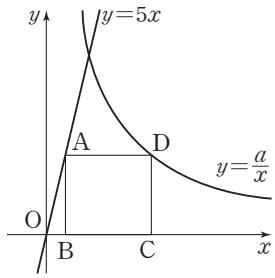


사고력 문제

12 ●●● 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(6, 0)$, $B(0, 8)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB가 있다. 정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 변 AB가 만나는 점을 P라 하고, 삼각형 OAP와 삼각형 OPB의 넓이의 비가 1 : 3일 때, 상수 a의 값을 구하시오.



13 ●●● 선분 BC가 x축 위에 있는 정사각형 ABCD에서 점 A는 정비례 관계 $y=5x$의 그래프 위에 있고, 점 D는 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있다. 점 B의 x좌표가 1일 때, 상수 a의 값을 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/bUXuB5aLst5RyzCW

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검하여 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

그래프 단원에서 배운 내용으로 실생활이나 여러 가지 분야와 현상을 나타낼 수 있다.	
기호, 표, 그래프 등 수학적 표현을 이해하고 정확하게 사용하여 표현할 수 있다.	
문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였다.	
잘 이해하지 못한 내용은 친구나 선생님의 도움을 받아 확실하게 알도록 노력하였다.	

+꿈을 비춰 주는 수학 등대

미래를 예측하는 산업 수학의 힘



한 국가에서 전염병이 유행하면 의료진뿐만 아니라 수학자들의 노력 또한 필요하다. 전염병의 확산 경로와 미래의 확진 규모를 예측하거나 전염병에 감염된 중증 환자를 위해 병상을 확보하고 적절한 보건 정책을 수립하는 등 다양한 수학적 분석이 이루어지기 때문이다. 이렇게 수학적 이론과 분석 방법을 활용하여 사회의 문제를 해결하는 연구 분야를 산업 수학이라고 한다.

산업 수학은 산업계와 수학계를 이어주는 역할로 4차 산업 혁명 시대의 급격한 변화에 대응하는 데 큰 도움이 되고 있으며 그 중요성은 앞으로도 계속 커질 것으로 예상된다.

산업 수학이란 무엇인가요?



산업 수학 연구원

다양한 수학적 이론을 바탕으로 우리 사회와 산업체에서 발생하는 문제 상황을 효율적으로 해결하는 연구 분야를 말합니다.

산업에서 수학은 어떻게 활용되나요?



산업 수학 연구원

수학으로 현상에서 패턴을 찾아 문제를 해결할 수 있습니다. 정비례나 반비례도 데이터를 그래프 위에 나타내어서 발견할 수 있는 일종의 패턴입니다. 산업계에서는 이러한 수학을 바탕으로 미래를 예측하고 문제를 해결합니다.

산업 수학은 우리 실생활에서 어떤 문제를 해결했나요?



산업 수학 연구원

일정 기간의 확진자 수에 대한 데이터를 분석하고 수학적 이론을 기반으로 그 패턴을 찾아 확진자 수를 예측하였습니다. 이와 같이 산업 수학은 의료 분야의 문제를 해결하기도 합니다.

(출처: 산업수학혁신센터, 2016)

V

기본 도형



01 점, 선, 면

02 각

03 점, 직선, 평면의 위치 관계

04 평행선의 성질

05 삼각형의 작도

06 삼각형의 합동

| 배운 내용 |

초3~4

- 도형의 기초
- 여러 가지 삼각형
- 여러 가지 사각형
- 각도

초5~6

- 합동과 대칭

| 이어질 내용 |

중1

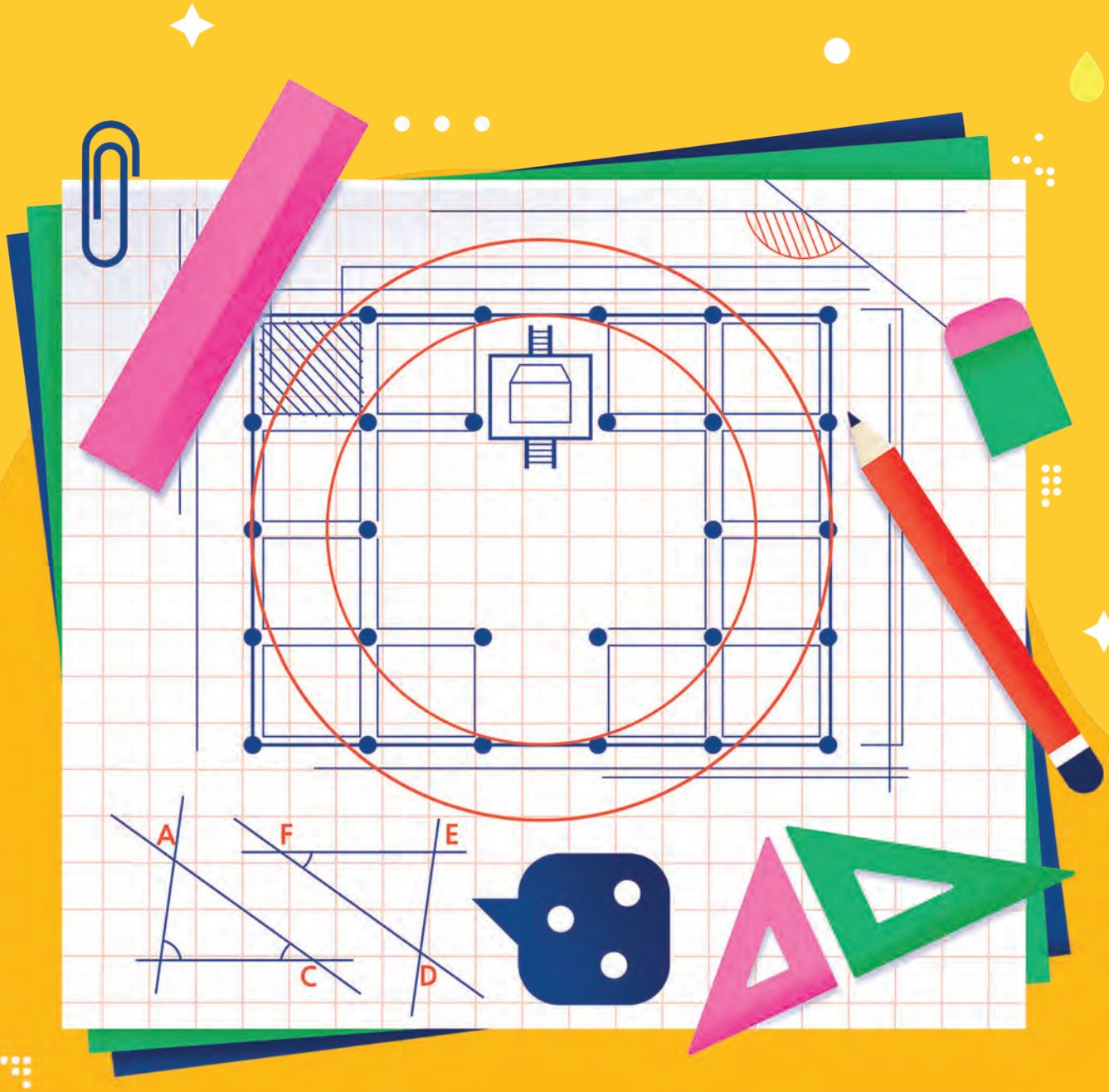
- 평면도형의 성질
- 입체도형의 성질

중2

- 삼각형과 사각형의 성질
- 도형의 닮음
- 피타고라스 정리

중3

- 삼각비



생활용품에서부터 미술 작품과 영상물까지 다양한 곳에서 우리는 점, 선, 면을 발견할 수 있다. 또한 점, 선, 면을 가상 공간에 표현하는 기술이 발달하면서 현실감 있는 영상물을 제작할 수 있게 되었다.

이 단원에서는 기본 도형과 그 성질 그리고 삼각형의 작도와 합동을 배운다.

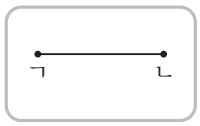
이것만은 알고 가기

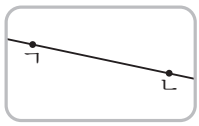
| 정답과 해설 299쪽 |

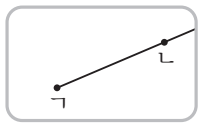
초 3~4 선의 종류

잘함 보통 모름

1 다음 도형의 이름을 말하시오.

(1) 

(2) 

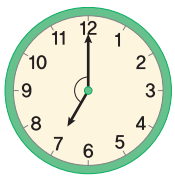
(3) 

- 두 점을 곧게 이은 선을 선분이라고 한다.
- 한 점에서 시작하여 한쪽으로만 끝없이 늘인 곧은 선을 반직선이라고 한다.
- 선분을 양쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선을 직선이라고 한다.

초 3~4 각도

잘함 보통 모름

2 다음 시계의 긴바늘과 짧은바늘이 이루는 작은 쪽의 각을 예각, 직각, 둔각으로 구분하시오.

(1) 

(2) 

(3) 

- 각도가 0°보다 크고 90°보다 작은 각을 예각이라고 한다.
- 각도가 90°인 각을 직각이라고 한다.
- 각도가 90°보다 크고 180°보다 작은 각을 둔각이라고 한다.

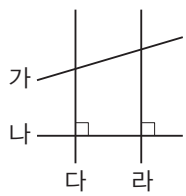
초 3~4 수직과 평행

잘함 보통 모름

3 오른쪽 그림을 보고 다음 물음에 답하시오.

(1) 서로 수직인 직선을 말하시오.

(2) 서로 평행한 직선을 말하시오.



- 서로 수직인 두 직선이 만나서 이루는 각은 직각이다.
- 서로 평행한 두 직선은 만나지 않는다.

초 5~6 합동과 대칭

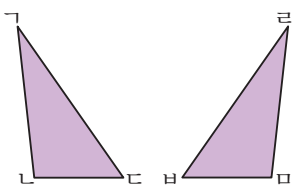
잘함 보통 모름

4 오른쪽 두 삼각형이 서로 합동일 때, 다음을 구하시오.

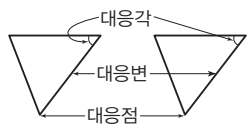
(1) 점 ㄱ의 대응점

(2) 변 ㄹㅂ의 대응변

(3) 각 ㄱㄴㄷ의 대응각



- 두 도형이 합동일 때



01 점, 선, 면

[학습 목표] 점, 선, 면을 이해한다.

도형을 이루는 기본 요소는 무엇일까?

생각 펼치기

우리 주위의 생활 환경부터 예술에 이르기까지 다양한 분야에서는 점, 선, 면으로 볼 수 있는 것들이 많이 있다. 다음 그림을 보고 물음에 답해 보자.



볼펜을 세워 움직인 모습



라이트 아트

조명 장치를 이용해 빛이나 그림자로 작품을 만들어 내는 예술 분야를 라이트 아트라고 한다.

1. 왼쪽 그림에서 볼펜을 세워 움직이면 어떤 모양이 나타나는지 말해 보자.
2. 오른쪽 그림에서 라이트 아트는 어떤 모양이 나타나는지 말해 보자.

도형의 기본 요소

생각 펼치기와 같이 점이 연속적으로 움직인 자리는 선이 되고, 선이 연속적으로 움직인 자리는 면이 된다. 즉, 선은 무수히 많은 점으로 이루어져 있고, 면은 무수히 많은 선으로 이루어져 있다.

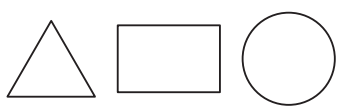
선에는 직선과 곡선이 있고, 면에는 평면과 곡면이 있다.



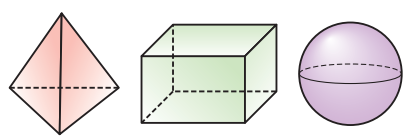


힐베르트(Hilbert, D., 1862~1943)는 독일의 수학자로, 그의 저서 『기하학의 기초』를 통해 유클리드 기하학의 공리계를 보완하는 내용을 제시하였는데, 그중 '점', '직선', '평면'이 있다.
(출처: 양성덕 외 1인, 「힐베르트의 저서 '기하학의 기초'에 관하여」)

삼각형, 사각형, 원과 같이 한 평면 위에 놓인 도형을 평면도형이라 하고, 삼각뿔, 직육면체, 구와 같이 한 평면 위에 놓이지 않은 도형은 입체도형이라고 한다. 평면도형과 입체도형은 모두 점, 선, 면으로 이루어져 있다. 따라서 점, 선, 면은 도형을 이루는 기본 요소라고 할 수 있다.



평면도형



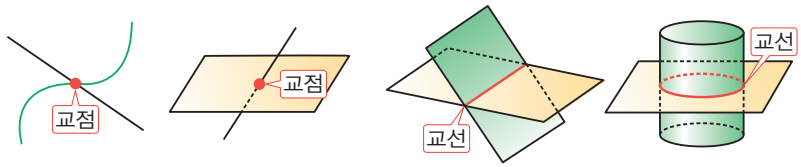
입체도형

교점, 교선

교점, 교선에서 교(交)는 '만나다'라는 뜻이다.

교선은 직선인 경우와 곡선인 경우가 있다.

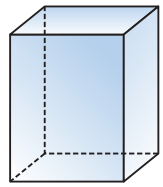
점과 선은 두 도형이 만날 때에도 생긴다. 다음 그림과 같이 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점을 **교점**, 면과 면이 만나서 생기는 선을 **교선**이라고 한다.



1 **오른쪽 직육면체에서 다음을 구하시오.**

(1) 교점의 개수

(2) 교선의 개수

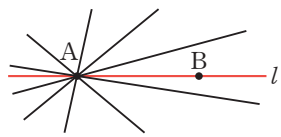


직선, 반직선, 선분은 어떻게 표현할까?

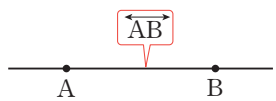
직선, 반직선, 선분

보통 점은 A, B, C, … 와 같이 나타내고, 직선은 l, m, n, … 과 같이 나타낸다.

오른쪽 그림과 같이 한 점 A를 지나는 직선은 무수히 많지만, 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선은 오직 하나뿐이다.

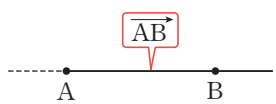


이것을 직선 AB라 하고, 기호 $\overleftrightarrow{AB}$로 나타낸다.



$\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{BA}$는 서로 같은 직선이다.

직선 AB 위의 점 A에서 시작하여 점 B쪽으로 뻗은 부분을 반직선 AB라 하고, 기호 $\overrightarrow{AB}$로 나타낸다.

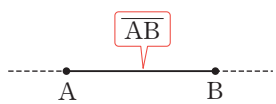


수학 호기심

(1) $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 서로 같은 반직선일까?

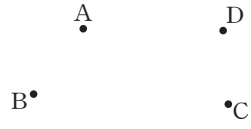
(2) $\overline{AB}$와 $\overline{BA}$는 서로 같은 선분일까?

직선 AB 위의 점 A에서 점 B까지의 부분을 선분 AB라 하고, 기호 $\overline{AB}$로 나타낸다.

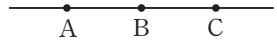


2 **오른쪽 그림과 같이 네 점 A, B, C, D가 있을 때, 다음 도형을 그리고 기호로 나타내시오.**

(1) 직선 AB (2) 반직선 BC (3) 선분 BD

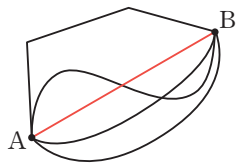


3 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 세 점 A, B, C가 있을 때, 다음 직선, 반직선, 선분 중 서로 같은 것끼리 짝지으시오.



$\overleftrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overline{AC}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overline{CB}$

두 점 사이의 거리



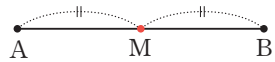
두 점 A, B를 양 끝 점으로 하는 무수히 많은 선 중에서 길이가 가장 짧은 것은 선분 AB이고, 선분 AB의 길이를 **두 점 A, B 사이의 거리**라고 한다.

이때 $\overline{AB}$는 도형으로서 선분을 나타내기도 하고, 그 길이를 나타내기도 한다.

예를 들어 선분 AB의 길이가 5 cm일 때, 이것을 기호 $\overline{AB}=5$ cm로 나타낸다. 또, 선분 AB와 CD의 길이가 같을 때, 이것을 기호 $\overline{AB}=\overline{CD}$로 나타낸다.

오른쪽 그림과 같이 선분 AB 위의 점 M에 대하여

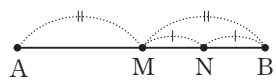
$$\overline{AM}=\overline{MB}$$



일 때, 점 M을 선분 AB의 **중점**이라고 한다.

이때 점 M은 선분 AB를 이등분하므로 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$이다.

4 오른쪽 그림에서 점 M은 선분 AB의 중점이고, 점 N은 선분 MB의 중점일 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



(1) $\overline{AB}=$□$\overline{MB}$

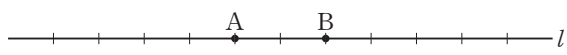
(2) $\overline{MB}=$□$\overline{NB}$

(3) $\overline{AB}=16$ cm일 때, $\overline{MB}=$□ cm, $\overline{NB}=$□ cm

더 생각 나아가기 추론 의사소통

다음 조건을 모두 만족시키는 서로 다른 점 C, D를 직선 l 위에 각각 나타내고, 자신의 답과 친구의 답을 비교해 보자.

(가) 점 C는 선분 AB의 중점이다.
(나) $3\overline{AB}=2\overline{CD}$



스스로 점검하기

정답과 해설 299쪽

1

다음 용어와 기호를 보고 알맞은 것끼리 서로 연결하시오.

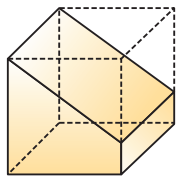
(1) 반직선 AB • • ㉠ $\overrightarrow{AB}$

(2) 직선 AB • • ㉡ $\overline{AB}$

(3) 선분 AB • • ㉢ $\overleftrightarrow{AB}$

2

오른쪽 그림은 정육면체를 잘라서 만든 입체도형이다. 다음을 구하시오.



(1) 교점의 개수

(2) 교선의 개수

3

오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 서로 다른 네 점 A, B, C, D가 있을 때, 다음 도형과 같은 것을 모두 찾으시오.

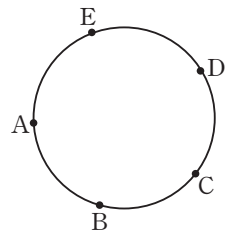


$\overleftrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overline{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overline{BD}$, $\overrightarrow{DB}$

(1) $\overleftrightarrow{CD}$ (2) $\overrightarrow{AC}$ (3) $\overline{CB}$

4

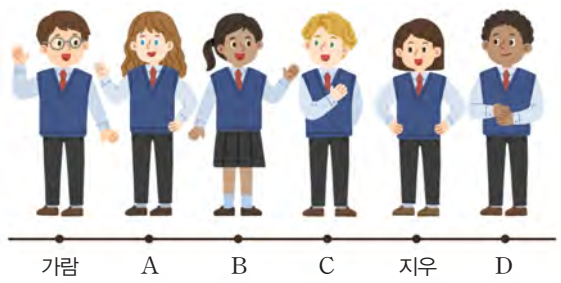
오른쪽 그림과 같이 원 위에 있는 5개의 점 A, B, C, D, E 중에서 두 점을 지나는 반직선을 그을 때, 서로 다른 반직선은 모두 몇 개인지 구하시오.



5

실생활 추론

가람, 노을, 누리, 세라, 이안, 지우가 한 줄로 같은 거리만큼 떨어져 서 있고, 가람이와 지우의 위치가 아래 그림과 같다.



다음 조건을 모두 만족시키는 누리의 위치를 찾으시오.

㈎ 지우는 이안이와 누리의 중점에 있다.

㈏ 세라와 누리 사이의 거리는 세라와 노을이 사이 거리의 3배이다.

https://code.jihak.co.kr/qr/Q9lRVlch3HNKt14S

자기 평가

점, 선, 면을 이해한다.	
주변의 사물 속에서 점, 선, 면을 발견하고 수학에 대한 흥미를 갖는다.	

02 각

[학습 목표] 각을 이해한다.

각은 기호로 어떻게 나타낼까?

생각 펼치기

환경·지속 가능발전 교육

오른쪽은 추운 지방의 가옥 그림이다. 눈이 많이 내리는 지역의 특성에 따라 가옥들은 지붕이 뾰족한 모양이고, 지붕 아래 공간을 활용하는 형태로 발달하였다. 그림과 같이 점 O, A, B를 표시할 때, 다음 물음에 답해 보자.



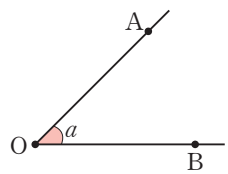
1. 그림 위에 반직선 OA와 반직선 OB를 각각 그려 보자.
2. 두 반직선 OA, OB가 이루는 도형을 말해 보자.

각의 기호

오른쪽 그림과 같이 한 점 O에서 시작하는 두 반직선 OA와 OB로 이루어진 도형을 각 AOB라 하고, 이것을 기호

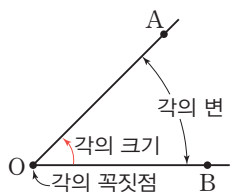
∠AOB 또는 **∠BOA**

로 나타낸다.



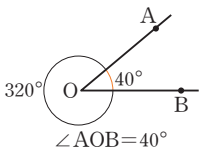
이때 ∠AOB를 간단히 ∠O 또는 ∠a와 같이 나타내기도 한다.

∠AOB에서 점 O를 각의 꼭짓점, 두 반직선 OA, OB를 각의 변이라 하고 꼭짓점 O를 중심으로 변 OB가 변 OA까지 회전한 양을 ∠AOB의 크기라고 한다.



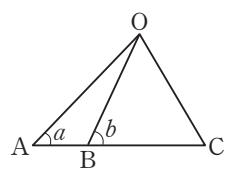
예를 들어 ∠AOB의 크기가 45°인 것을 기호 ∠AOB=45°로 나타낸다.

∠AOB의 크기는 보통 작은 쪽을 말한다.



또, ∠a와 ∠b의 크기가 같을 때, ∠a=∠b와 같이 나타낸다.

1 **오른쪽 그림에서 ∠a, ∠b를 점 O, A, B, C를 사용하여 각각 나타내시오.**



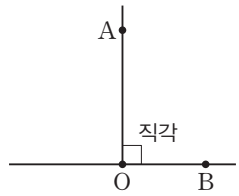
평각

오른쪽 그림과 같이 $\angle AOB$의 두 변 OA, OB가 한 직선을 이룰 때, $\angle AOB$를 **평각**이라고 한다. 이때 평각의 크기는 180°이다.



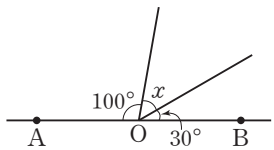
크기가 0°보다 크고 90°보다 작은 각은 예각이고, 크기가 90°보다 크고 180°보다 작은 각은 둔각이다.

또, 각의 크기가 평각의 크기의 절반인 각, 즉 각의 크기가 90°인 각은 직각이다. 도형에서 직각을 나타낼 때는 오른쪽 그림과 같이 표시한다.

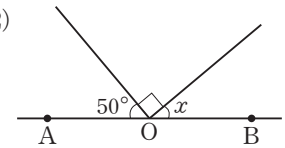


2 다음 그림에서 $\angle AOB$가 평각일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



(2)



맞꼭지각은 무엇일까?

생각 펼치기

공학 도구

선택을 누른 뒤, 문자를 바꾸거나 점, 선 등의 모양과 색을 변경하고 움직일 수 있다.

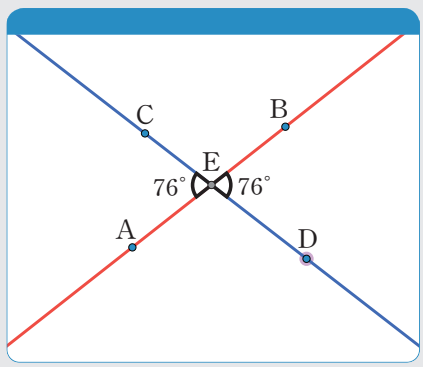
https://code.jihak.co.kr/qr/xKJhLpyRAr0mMD1S

알지오매스를 이용하여 다음 단계에 따라 각을 그려 보고, 물음에 답해 보자.

❶ 직선을 눌러 두 직선 AB, CD를 그리자.

❷ 교점을 눌러 두 직선 AB, CD의 교점 E를 찾자.

❸ 각도를 눌러 $\angle CEA$, $\angle DEB$의 크기를 각각 측정하자.

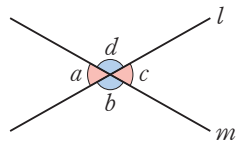


1. $\angle CEA$, $\angle DEB$의 크기를 서로 비교해 보자.

2. 선택을 눌러 점 D를 끌어 움직인 뒤, $\angle CEA$, $\angle DEB$의 크기를 서로 비교해 보자.

맞꼭지각

오른쪽 그림과 같이 서로 다른 두 직선 l과 m이 한 점에서 만날 때 생기는 네 각 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$를 두 직선의 **교각**이라고 한다.



이때 $\angle a$와 $\angle c$, $\angle b$와 $\angle d$와 같이 서로 마주 보는 교각을 **맞꼭지각**이라고 한다.

생각 펼치기에서 확인해 본 몇 개의 맞꼭지각의 크기는 서로 같았다. 모든 각의 크기에 대해서도 맞꼭지각의 크기가 서로 같은지 확인해 보자.



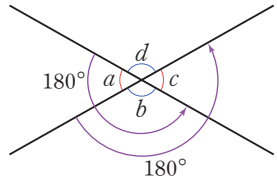
탈레스(Thales, B.C. 624?~B.C. 546?)는 고대 그리스의 논증 수학의 아버지라고 불리는 수학자로, 맞꼭지각의 크기가 서로 같음을 설명하였다.
(출처: 계영희 외 8인, 『행복한 교과서, 수학자를 만나다』)

오른쪽 그림에서

$$\angle a = 180^\circ - \angle b,\ \angle c = 180^\circ - \angle b$$

이므로 $\angle a = \angle c$이다.

같은 방법으로 $\angle b = \angle d$임을 알 수 있다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

맞꼭지각의 성질

맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

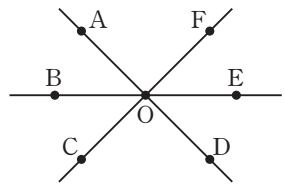
확인하기

오른쪽 그림과 같이 세 직선이 한 점 O에서 만날 때,

(1) $\angle AOB$의 맞꼭지각은 ☐이다.

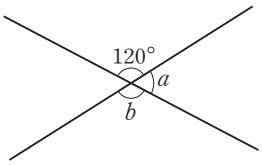
(2) $\angle COD$의 맞꼭지각은 ☐이다.

(3) $\angle BOF$의 맞꼭지각은 ☐이다.

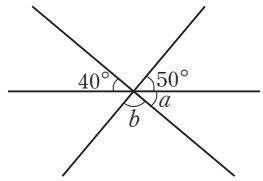


3 다음 그림에서 $\angle a$, $\angle b$의 크기를 각각 구하시오.

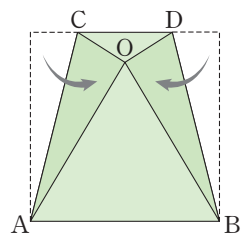
(1)



(2)



4 오른쪽 그림은 삼각형 OAB가 정삼각형이 되도록 정사각형 모양의 색종이를 접은 것이다. 물음에 답하시오.



(1) $\angle AOC$와 $\angle BOD$의 크기를 각각 구하시오.

(2) $\angle AOB$와 $\angle COD$의 크기를 각각 구하시오.

(3) $\angle AOC$와 $\angle BOD$는 맞꼭지각인지 판단하고, 그 이유를 설명하시오.

직교는 무엇일까?

직교

두 선분 AB와 CD가 만나고, 두 직선 AB와 CD가 직교할 때, 두 선분 AB와 CD도 직교한다고 하고, 이것을 기호

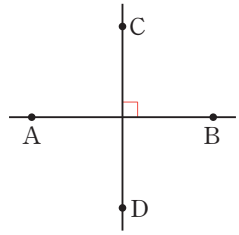
$\overline{AB} \perp \overline{CD}$

로 나타낸다.

두 직선 AB와 CD의 교각이 직각일 때, 이 두 직선은 **직교**한다고 하고, 이것을 기호

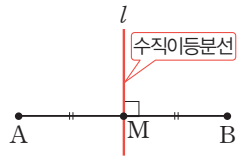
$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$

로 나타낸다. 이때 두 직선은 서로 수직이고, 한 직선은 다른 직선의 수선이다.



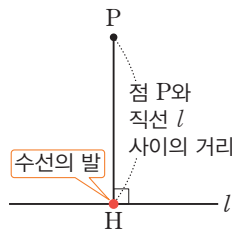
직선 l이 선분 AB의 중점 M을 지나고 선분 AB에 수직일 때, 직선 l을 선분 AB의 **수직이등분선**이라고 한다.

이때 $\overline{AM}=\overline{BM}$, $l \perp \overline{AB}$이다.



오른쪽 그림과 같이 직선 l 위에 있지 않은 점 P에서 직선 l에 수선을 그어서 생기는 교점을 H라고 할 때, 점 H를 점 P에서 직선 l에 내린 **수선의 발**이라고 한다.

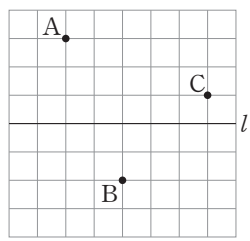
이때 선분 PH는 점 P와 직선 l 위에 있는 점을 잇는 선분 중 길이가 가장 짧은 선분이다. 이 선분 PH의 길이를 점 P와 직선 l 사이의 거리라고 한다.



5 **오른쪽 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이에 직선 l과 세 점 A, B, C를 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.**

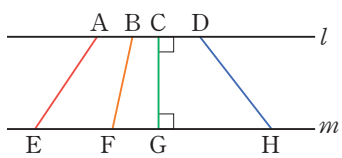
(1) 세 점 A, B, C를 각각 지나고 직선 l에 수직인 수선을 그리고, 각각의 수선의 발을 P, Q, R라고 할 때, 이를 모눈종이에 각각 나타내시오.

(2) 세 점 A, B, C와 직선 l 사이의 거리를 각각 구하시오.



더 생각 나아가기 추론 의사소통

다음 그림에서 두 직선 l, m이 서로 평행할 때, 어떤 선분을 두 직선 사이의 거리로 정할 수 있을지 친구들과 이야기해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 300쪽

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

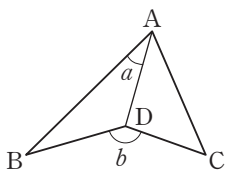
(1) $\angle AOB$의 두 변 OA, OB가 한 직선을 이룰 때, 이 각을 평각이라고 한다. ( )

(2) 두 직선 AB와 CD의 교각이 직각일 때, 이 두 직선은 직교한다고 하며, 이것을 기호 $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$로 나타낸다. ( )

(3) 선분 AB의 중점을 지나고 선분 AB에 수직인 직선을 선분 AB의 수직이등분선이라고 한다. ( )

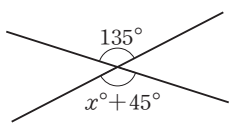
2

오른쪽 그림에서 $\angle a$, $\angle b$를 점 A, B, C, D를 사용하여 각각 나타내시오.



3

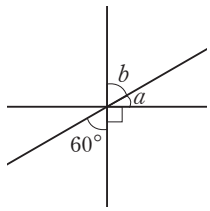
오른쪽 그림과 같이 두 직선이 한 점에서 만날 때, x의 값을 구하시오.



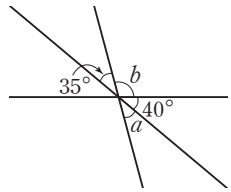
4

다음 그림과 같이 세 직선이 한 점에서 만날 때, $\angle a$, $\angle b$의 크기를 각각 구하시오.

(1)

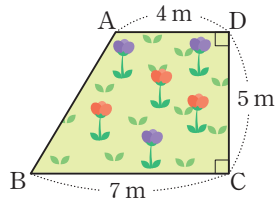


(2)



5

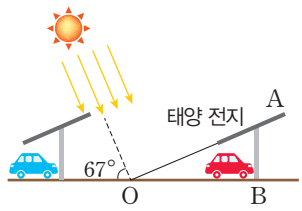
오른쪽 그림과 같이 사다리꼴 모양의 화단이 있다. 점 A와 변 CD 사이의 거리를 x m, 점 C와 변 AD 사이의 거리를 y m라고 할 때, $x+y$의 값을 구하시오.



6

실생활 추론

다음 그림과 같이 학교 주차장에 그늘을 만들고 전기를 생산하기 위해 태양 전지판을 설치하려고 한다. 태양 전지판이 햇빛과 직각을 이루면 전기 생산 효율이 가장 높다고 할 때, $\angle AOB$의 크기를 구하시오. (단, 햇빛은 모두 평행한 것으로 한다.)



https://code.jihak.co.kr/qr/brNGqAtMWZRYUkgw

자기 평가		
	각을 이해하고 그 성질을 설명할 수 있다.	
	실생활의 여러 상황과 각의 성질을 연결할 수 있다.	

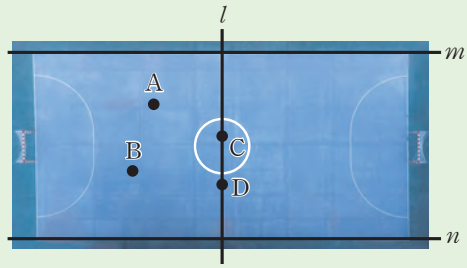
03 점, 직선, 평면의 위치 관계

[학습 목표] 실생활 상황과 연결하여 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있다.

평면에서 점과 직선, 직선과 직선 사이에는 어떤 위치 관계가 있을까?

생각 펼치기

오른쪽 그림과 같이 풋살 경기장에는 하프 라인 l, 터치라인 m, n 등의 직선이 있다. 선수들의 위치를 네 점 A, B, C, D로 표시할 때, 다음 물음에 답해 보자.



1. 직선 l 위에 있는 점과 직선 l 위에 있지 않은 점을 각각 찾아보자.
2. 직선 m과 만나는 직선과 만나지 않는 직선을 각각 찾아보자.

점과 직선의 위치 관계

생각 펼치기와 같이 점과 직선의 위치 관계는 다음과 같이 두 가지 경우가 있다.

점과 직선의 위치 관계

1. 점이 직선 위에 있다.

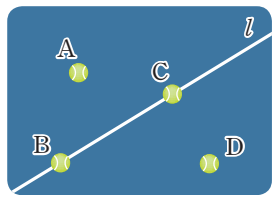


2. 점이 직선 위에 있지 않다.



점이 직선 위에 있다는 것은 직선이 점을 지난다는 것과 같은 뜻이다.
또, 점이 직선 위에 있지 않다는 것은 직선이 그 점을 지나지 않는다는 뜻이다.

1 오른쪽 그림에서 테니스 코트 라인을 직선 l, 코트 위에 떨어져 있는 공들을 점 A, B, C, D라고 할 때, 각 점과 직선의 위치 관계를 말하시오.



평면에서 두 직선의 위치 관계

한 평면 위의 두 직선 l, m이 서로 만나지 않을 때, 두 직선 l, m은 서로 평행하다고 하고, 이것을 기호

$$l \parallel m$$

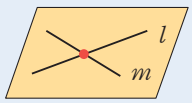
으로 나타낸다. 이때 서로 평행한 두 직선을 평행선이라고 한다.

한 평면 위에 있는 두 직선의 위치 관계는 다음과 같이 세 가지 경우가 있다.

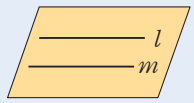
두 선분을 연장한 직선이 서로 평행할 때, 두 선분이 서로 평행하다고 한다.

한 평면 위에 있는 두 직선의 위치 관계

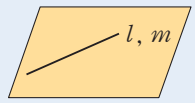
1. 한 점에서 만난다.



2. 평행하다.



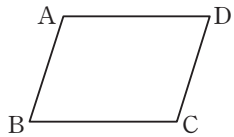
3. 일치한다.



2 **오른쪽 평행사변형 ABCD를 보고, 다음 물음에 답하시오.**

(1) 변 BC와 한 점에서 만나는 변을 모두 찾으시오.

(2) 변 AD와 평행한 변을 찾아 그 관계를 기호로 나타내시오.



3 **한 평면 위에 있는 서로 다른 두 직선이 두 점에서 만날 수 있는지 판단하고, 판단한 이유를 말하시오.**

공간에서 직선과 직선 사이에는 어떤 위치 관계가 있을까?

생각 펼치기

오른쪽 그림은 쇼핑 카트에 네 직선 l, m, n, p를 표시한 것이다. 다음 물음에 답해 보자.

1. 직선 l과 평행한 직선을 말해 보자.

2. 직선 l과 만나는 직선을 말해 보자.

3. 서로 만나지도 않고 평행하지도 않은 두 직선을 모두 말해 보자.



공간에서 두 직선의 위치 관계

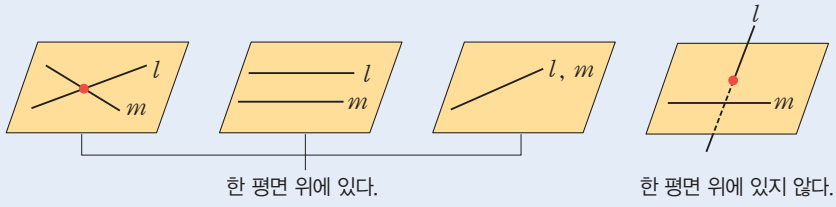
생각 펼치기와 같이 공간에서는 두 직선이 서로 만나지도 않고 평행하지도 않은 경우가 있다. 이와 같은 두 직선을 서로 **꼬인 위치**에 있다고 한다. 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있지 않다.

공간에서 두 직선의 위치 관계는 다음과 같이 네 가지 경우가 있다.

두 선분을 연장한 직선이 서로 꼬인 위치에 있을 때, 두 선분이 꼬인 위치에 있다고 한다.

공간에서 두 직선의 위치 관계

1. 한 점에서 만난다. **2.** 평행하다. **3.** 일치한다. **4.** 꼬인 위치에 있다.

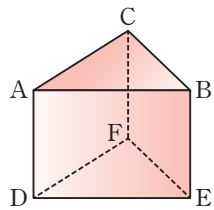


4 오른쪽 삼각기둥을 보고 다음을 구하시오.

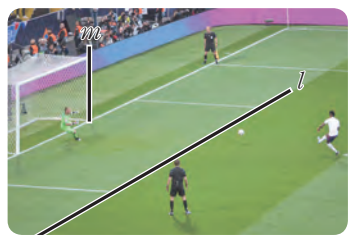
(1) 모서리 AB와 한 점에서 만나는 모서리

(2) 모서리 AB와 평행한 모서리

(3) 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리



5 오른쪽 그림과 같이 축구 경기장의 골 에어리어를 지나는 직선 l과 골대 기둥을 지나는 직선 m을 표시하면 두 직선은 서로 꼬인 위치에 있다. 이와 같이 공간에서 두 직선의 위치 관계로 설명할 수 있는 경우를 교실에서 찾으시오.



공간에서 직선과 평면 사이에는 어떤 위치 관계가 있을까?

생각 펼치기

오른쪽 그림과 같이 벽면을 평면 P, 선반의 모서리를 지나는 직선을 각각 l, m, 선반의 지지대를 지나는 직선을 n으로 표시할 때, 다음 물음에 답해 보자.

1. 평면 P와 한 점에서 만나는 직선을 말해 보자.

2. 평면 P와 만나지 않는 직선을 말해 보자.

3. 평면 P에 포함되는 직선을 말해 보자.



공간에서 직선과 평면의 위치 관계

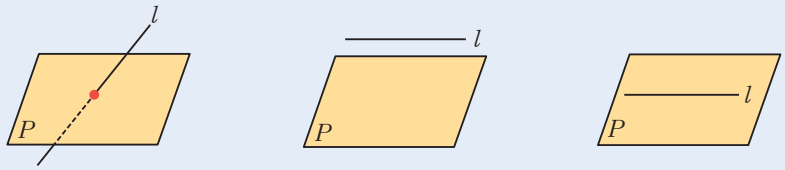
생각 펼치기와 같이 공간에서 직선과 평면은 만날 때와 만나지 않을 때가 있다.

직선 l과 평면 P가 만나지 않을 때, 직선 l과 평면 P는 서로 평행하다고 하고, 이것을 기호 $l \parallel P$로 나타낸다.

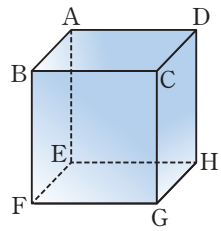
공간에서 직선과 평면의 위치 관계는 다음과 같이 세 가지 경우가 있다.

공간에서 직선과 평면의 위치 관계

1. 한 점에서 만난다. **2.** 평행하다. **3.** 직선이 평면에 포함된다.



6 **오른쪽 직육면체를 보고 모서리와 면의 위치 관계를 알맞은 것끼리 서로 연결하시오.**

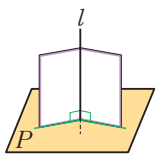


(1) 모서리 AB와 면 EFGH는 • • ㉠ 포함된다.

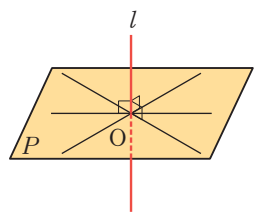
(2) 모서리 CG와 면 EFGH는 • • ㉡ 한 점에서 만난다.

(3) 모서리 FG는 면 EFGH에 • • ㉢ 평행하다.

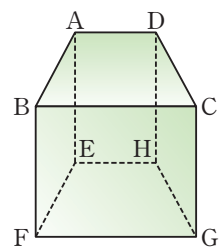
직선 l과 평면 P의 교점을 지나고 평면 P 위에 있는 두 직선이 각각 직선 l에 수직이면 직선 l과 평면 P는 서로 수직임이 알려져 있다.



오른쪽 그림과 같이 직선 l이 평면 P와 한 점 O에서 만나고 점 O를 지나는 평면 P 위의 모든 직선과 수직일 때, 직선 l과 평면 P는 서로 수직이다 또는 직교한다고 하고, 이것을 기호 $l \perp P$로 나타낸다. 이때 직선 l을 평면 P의 수선이라 하고, 점 O를 수선의 발이라고 한다.



7 **오른쪽 그림과 같은 밑면이 사다리꼴인 사각기둥을 보고 다음을 구하시오.**



(1) 모서리 AB를 포함하는 면

(2) 모서리 BC와 평행한 면

(3) 모서리 CG와 한 점에서 만나는 면

(4) 꼭짓점 D에서 면 EFGH에 내린 수선의 발

공간에서 평면과 평면 사이에는 어떤 위치 관계가 있을까?

공간에서 두 평면의 위치 관계

공간에서 두 평면 P, Q가 만나지 않을 때, 두 평면 P, Q는 서로 평행하다고 하고, 이것을 기호 $P /\!/ Q$로 나타낸다.

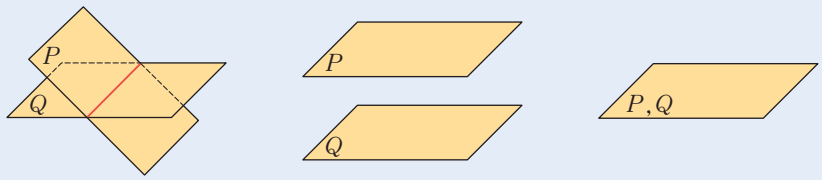
공간에서 두 평면의 위치 관계는 다음과 같이 세 가지 경우가 있다.

수학 호기심

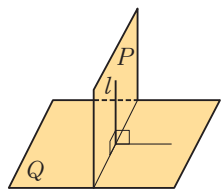
한 직선에 평행한 두 평면은 서로 평행할까?

공간에서 두 평면의 위치 관계

1. 한 직선에서 만난다. **2.** 평행하다. **3.** 일치한다.



오른쪽 그림과 같이 평면 P가 평면 Q와 수직인 직선 l을 포함할 때, 평면 P와 평면 Q는 서로 수직이다 또는 직교한다고 하고, 이것을 기호 $P \perp Q$로 나타낸다.

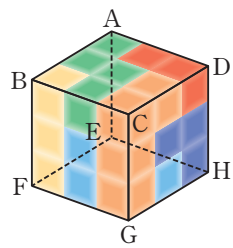


8 오른쪽 그림은 정육면체 모양인 소마큐브의 모서리를 따라 선을 표시한 것이다. 그림을 보고 다음을 구하시오.

(1) 면 ABCD와 면 BFGC가 만나는 모서리

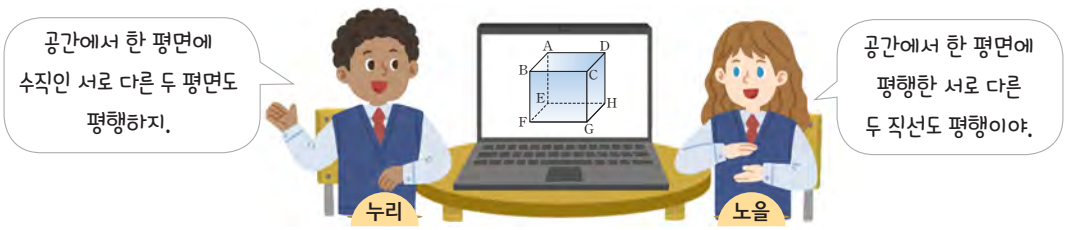
(2) 면 ABCD와 서로 평행한 면

(3) 면 ABCD와 서로 수직인 면



더 생각 나아가기 문제 해결 추론 의사소통

다음 두 학생이 나눈 대화에서 잘못된 부분을 찾고, 주어진 정육면체를 이용하여 그 이유를 설명해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 301쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 한 평면 위에 있는 두 직선은 '한 점에서 만난다.', '[ ]', '일치한다.'의 경우가 있다.

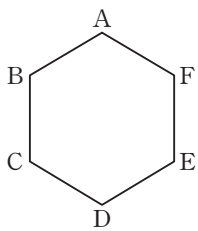
(2) 공간에서 두 직선은 '한 점에서 만난다.', '평행하다.', '일치한다.', '[ ]'의 경우가 있다.

(3) 공간에서 직선과 평면은 '한 점에서 만난다.', '평행하다.', '[ ]'의 경우가 있다.

(4) 공간에서 두 평면은 '[ ]', '평행하다.', '일치한다.'의 경우가 있다.

2

오른쪽 정육각형에서 각 변을 연장한 직선을 그을 때, 다음을 구하시오.

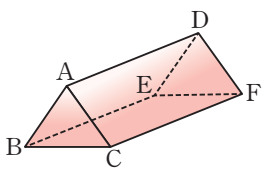


(1) 직선 AB와 한 점에서 만나는 직선

(2) 직선 CD와 평행한 직선

3

오른쪽 삼각기둥을 보고 다음을 구하시오.



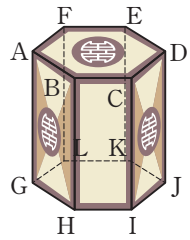
(1) 모서리 AC 위에 있지 않은 점

(2) 모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리

(3) 면 ABC와 평행한 모서리

4

오른쪽은 밑면이 정육각형인 육각기둥 모양의 한지 공예품 그림이다. 그림을 보고 다음을 구하시오.



(1) 면 ABCDEF와 한 점에서 만나는 모서리

(2) 면 AGHB와 한 모서리에서 만나는 면

(3) 면 AGHB와 수직인 면

(4) 면 EKJD와 평행한 면

5 실생활 추론

오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 문에 대하여 다음 물음에 답하시오. (단, 문의 두께는 생각하지 않는다.)



(1) 문이 열렸을 때, 선분 AB와 평행한 선분

(2) 문이 열렸을 때, 선분 AB와 선분 CE의 위치 관계

(3) 문이 닫혔을 때, 선분 AB와 선분 CE의 위치 관계

https://code.jihak.co.kr/qr/5xoRooHmwPf6Vblg

자기 평가

점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있다.	
주변의 건축물, 문화유산, 예술 작품 등에서 점, 직선, 평면의 위치 관계를 찾아보고, 수학에 대한 관심을 갖는다.	

수학으로 세상보기

직선과 평면으로 그린 예술 세계

추론 연결

| 정답과 해설 301쪽 |

19세기에 추상 예술이 발전하면서 예술가들은 '자연은 끊임없이 변화하지만, 근본적으로는 절대적인 규칙에 따라 움직이고 있다.'라고 생각하였다. 그래서 그 규칙을 따라 자연을 단순화하여 어떤 대상을 직선, 삼각형, 사각형, 원으로 나타내고 그 공간을 다시 색으로 채우면서 세계를 표현하였다.

그 예로 러시아 출신의 화가 칸딘스키(Kandinsky, W., 1866~1944)는 삼각형, 사각형, 원으로 대상을 추상화하는 동시에 색채를 자유로이 활용하면서 음의 높낮이나 악기의 음색을 표현하고자 하였다.

또한 네덜란드의 화가 몬드리안(Mondrian, P. C., 1872~1944)은 더욱더 심화된 추상화를 시도하였다. 그는 수직으로 만나거나 수평인 여러 직선과 선분 그리고 직선이 나누는 크고 작은 영역에 색을 입혀 예술 세계를 표현하였다. 수직과 수평의 선으로 만든 공간에 삼원색을 입히며 자신의 세상을 넓혀 나갔다.



칸딘스키, 「검정과 보라색」



몬드리안, 「콩코르드 광장」

(출처: 한겨레, 2018. 5. 17.)

만약 몬드리안의 작품에서 만나는 선이 수직이 아니라면 어떤 예술 작품이 만들어질까? 나도 예술가가 되어 추상화를 그려 보자.

1 다음 평면 위에 서로 다른 3개의 직선을 교점이 0개, 1개, 2개, 3개일 때로 나누어서 그려 보고, 평면을 가장 많은 부분으로 나누는 방법을 찾아보자.



(예시)

2 활동 1에서 평면을 나눈 방법 중 하나를 골라 색을 칠하여 나만의 추상화를 완성해 보자.

04 평행선의 성질

[학습 목표] 평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

동위각과 엇각은 무엇일까?

생각 펼치기

오른쪽 그림은 가온이네 동네를 간단히 나타낸 것이다. 다음 물음에 답해 보자.

1. 두 사거리를 기준으로 학교와 은행이 같은 위치에 있다고 할 때, 경찰서와 같은 위치에 있는 건물을 말해 보자.
2. 두 사거리를 기준으로 동물 병원과 미술관이 엇갈린 위치에 있다고 할 때, 경찰서와 엇갈린 위치에 있는 건물을 말해 보자.



동위각과 엇각

생각 펼치기에서 볼 수 있듯이 한 평면에서 서로 다른 두 직선 l, m이 다른 한 직선 n과 만날 때 모두 8개의 교각이 생긴다.

오른쪽 그림과 같이 같은 위치에 있는 각

$\angle a$와 $\angle e$, $\angle b$와 $\angle f$,

$\angle c$와 $\angle g$, $\angle d$와 $\angle h$

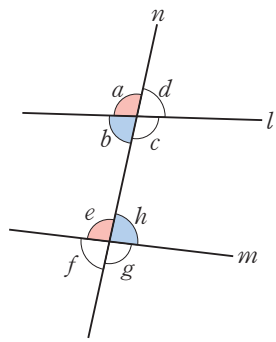
를 각각 서로 **동위각**이라고 한다.

동위각에서 '동위(同位)'는 같은 위치에 있다는 뜻이다.

또, 엇갈린 위치에 있는 각

$\angle b$와 $\angle h$, $\angle c$와 $\angle e$

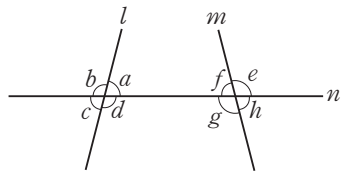
를 각각 서로 **엇각**이라고 한다.



1 오른쪽 그림에서 다음을 구하시오.

(1) $\angle a$의 동위각 (2) $\angle h$의 동위각

(3) $\angle d$의 엇각 (4) $\angle g$의 엇각



평행선에서 동위각과 엇각에는 어떤 성질이 있을까?

생각 펼치기

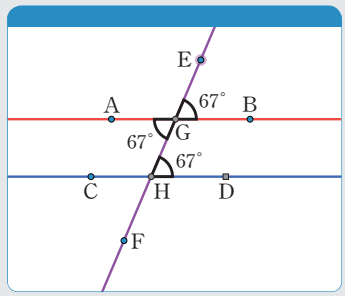
공학 도구

알지오매스를 이용하여 다음 단계에 따라 각을 그려 보고, 물음에 답해 보자.

❶ 직선을 눌러 직선 AB를 그리고, 평행선을 눌러 이에 평행한 선을 그린 뒤, 대상 위의 점을 눌러 직선 CD를 잡자.

❷ 직선을 눌러 두 직선 AB, CD와 만나는 직선 EF를 그리고 교점을 눌러 교점 G, H를 잡자.

❸ 각도를 눌러 ∠BGE, ∠DHG, ∠AGH의 크기를 각각 측정하자.

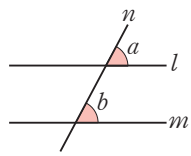


https://code.jihak.co.kr/qr/tYetxxTEHu3vncVv

1. ∠BGE, ∠DHG, ∠AGH의 크기를 서로 비교해 보자.
2. 선택을 눌러 점 E를 끌어 직선 EF를 움직인 뒤, ∠BGE, ∠DHG, ∠AGH의 크기를 서로 비교해 보자.

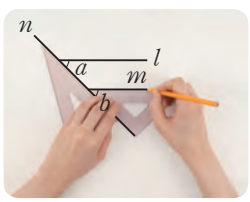
평행선과 동위각

생각 펼치기에서 확인할 수 있듯이 서로 평행한 두 직선 l, m과 다른 한 직선 n이 만날 때 생기는 동위각인 $\angle a$, $\angle b$의 크기는 서로 같다. 즉, $l \parallel m$이면 $\angle a = \angle b$이다.



또, 한 직선 n에 대하여 동위각인 $\angle a$, $\angle b$의 크기가 서로 같도록 두 직선 l, m을 그으면 두 직선 l, m은 서로 평행하다. 즉, $\angle a = \angle b$이면 $l \parallel m$이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.



삼각자 두 개를 사용하여 그은 두 직선 l, m은 동위각의 크기가 같도록 그었으므로 서로 평행하다.

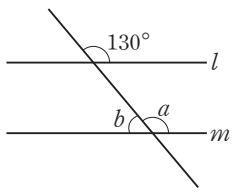
평행선과 동위각

한 평면 위에 있는 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때

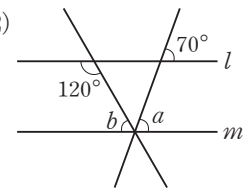
1. 두 직선이 서로 평행하면 동위각의 크기는 서로 같다.
2. 동위각의 크기가 서로 같으면 그 두 직선은 서로 평행하다.

2 다음 그림에서 $l \parallel m$일 때, $\angle a$, $\angle b$의 크기를 각각 구하시오.

(1)

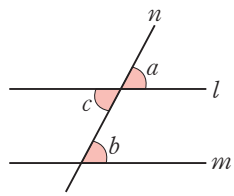


(2)



평행선과 엇각

오른쪽 그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l, m과 다른 한 직선 n이 만날 때, 동위각의 크기는 서로 같으므로 $\angle a=\angle b$이다. 또, 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 $\angle a=\angle c$이다. 따라서 엇각 $\angle b$와 $\angle c$의 크기는 서로 같다.



즉, $l /\!/ m$이면 $\angle b=\angle c$이다.

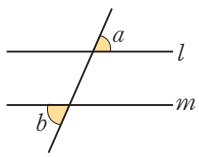
또, 한 직선 n에 대하여 엇각 $\angle b$와 $\angle c$의 크기가 서로 같도록 두 직선 l, m을 그으면 동위각인 $\angle b$와 $\angle a$의 크기가 서로 같으므로 두 직선 l, m은 서로 평행하다.

즉, $\angle b=\angle c$이면 $l /\!/ m$이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

수학 호기심

두 각 $\angle a$, $\angle b$의 크기가 서로 같은 다음 그림의 경우에도 $l /\!/ m$일까?



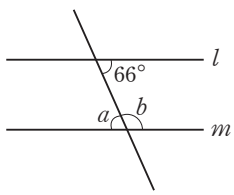
평행선과 엇각

한 평면 위에 있는 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때

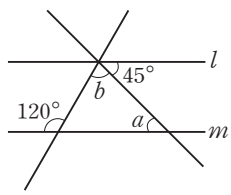
1. 두 직선이 서로 평행하면 엇각의 크기는 서로 같다.
2. 엇각의 크기가 서로 같으면 그 두 직선은 서로 평행하다.

3 다음 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle a$, $\angle b$의 크기를 각각 구하시오.

(1)

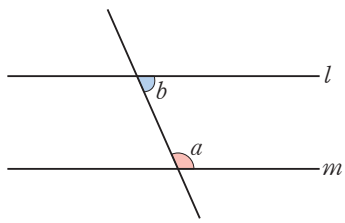


(2)



더 생각 나아가기 문제 해결 추론 의사소통

다음 그림에서 $\angle a+\angle b=180^\circ$이면 두 직선 l, m이 서로 평행한지 말하고, 그 이유를 설명해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 301쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 같은 위치에 있는 두 각을 서로 [ ](이)라고 한다.

(2) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇갈린 위치에 있는 두 각을 각각 서로 [ ](이)라고 한다.

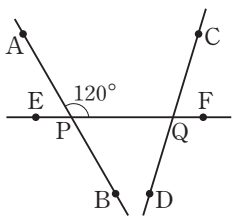
(3) 서로 [ ]한 두 직선과 다른 한 직선이 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 서로 같다.

2

오른쪽 그림에서 다음 각의 크기를 구하시오.

(1) $\angle DQF$의 동위각

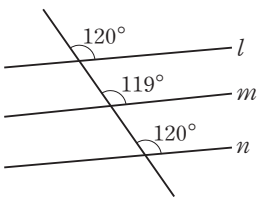
(2) $\angle PQD$의 엇각



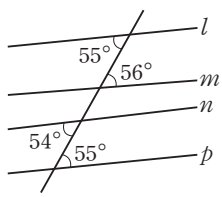
3

다음 그림에서 평행한 두 직선을 골라 기호로 나타내시오.

(1)

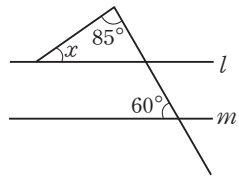


(2)



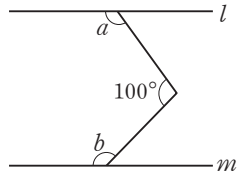
4

오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



5

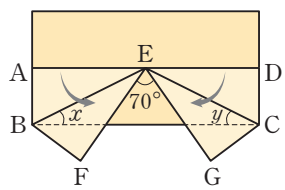
오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle a+\angle b$의 크기를 구하시오.



6

실생활 추론

고은이는 부모님께 드릴 선물에 달 리본을 만들기 위해 정사각형 색종이를 오른쪽 그림처럼 $\overline{AD}$에 맞추어 접은 뒤 $\overline{BE}$와 $\overline{CE}$를 따라 접은 것이다. $\angle FEG=70^\circ$일 때, $\angle x+\angle y$의 값을 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/a9tavG105TEPRMJy

자기 평가		
	평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해하고 이를 설명할 수 있다.	
	구체적인 사물을 이용하여 평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 살펴보고 흥미를 갖는다.	

05 삼각형의 작도

[학습 목표] 삼각형을 작도하고, 그 과정을 설명할 수 있다.

작도는 무엇이고, 간단한 도형은 어떻게 작도할까?

생각 펼치기

안전·건강 교육

어린이, 노인, 장애인 등의 교통 약자 보호를 위해 교통 약자가 사용하는 시설의 출입문을 기준으로 반경 300 m 이내의 도로는 보호 구역으로 지정할 수 있다. 다음은 노인복지관의 위치를 나타낸 지도이다. 물음에 답해 보자. [준비물: 컴퍼스]

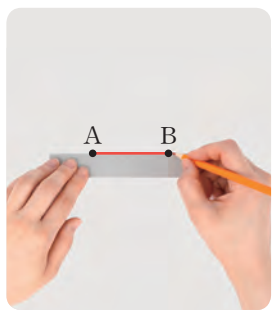


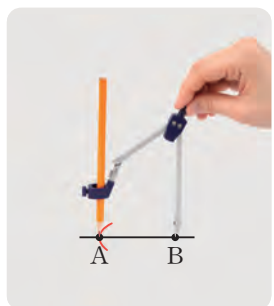
1. 컴퍼스를 사용하여 노인 보호 구역으로 지정할 수 있는 도로를 모두 표시해 보자.
2. A 지점에 초등학교가 신설된다고 한다. 컴퍼스를 사용하여 노인 보호 구역이면서 어린이 보호 구역으로 지정할 수 있는 도로를 모두 표시해 보자.

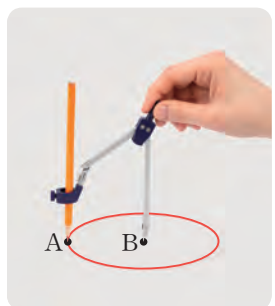
작도

눈금 없는 자를 사용한다는 것은 눈금을 사용하지 않음을 의미한다.

눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것을 **작도**라고 한다. 이때 눈금 없는 자는 두 점을 연결하는 선분을 그리거나 선분을 연장하는 데 사용하고, 컴퍼스는 원을 그리거나 주어진 선분의 길이를 옮기는 데 사용한다.





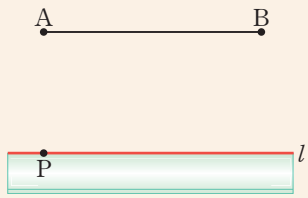


길이가 같은 선분의 작도

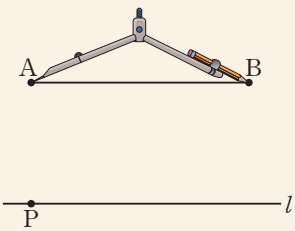
주어진 선분과 길이가 같은 선분을 작도해 보자.

오른쪽 그림의 선분 AB와 길이가 같은 선분 PQ는 다음과 같이 작도할 수 있다.

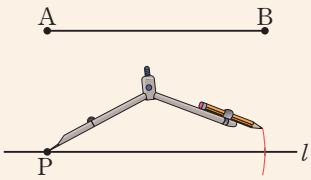




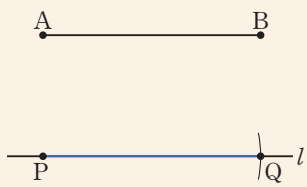
❶ 눈금 없는 자를 사용하여 직선 l을 긋고, 그 위에 한 점 P를 잡는다.



❷ 컴퍼스를 사용하여 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.



❸ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그린다.



❹ ❸에서 그린 원과 직선 l의 교점을 Q라고 하면 선분 AB와 길이가 같은 선분 PQ가 작도된다.

1 다음 그림의 선분 AB를 점 B의 방향으로 연장하여 $\overline{AC}=3\overline{AB}$인 선분 AC를 작도하시오.



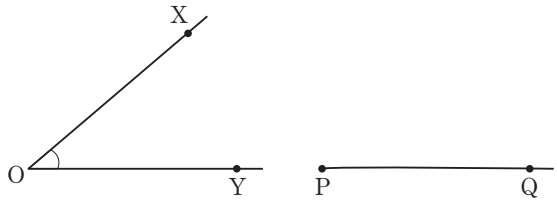
크기가 같은 각의 작도

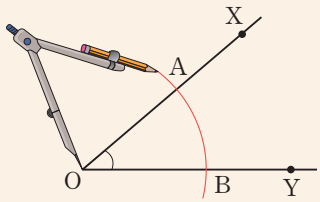


방첼(Wantzel, P., 1814~1848)은 프랑스의 수학자로, 수학자들이 오랫동안 고민해 왔던 3대 작도 문제 중 '임의의 각을 삼등분할 수 있을까?'에 대해 눈금 없는 자와 컴퍼스만으로는 작도가 불가능함을 밝혔다.
(출처: 고상숙 외 1인, 『청소년을 위한 서양수학사』)

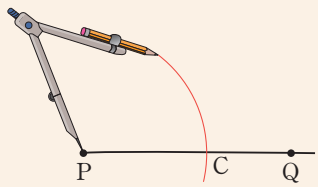
주어진 각과 크기가 같은 각을 작도해 보자.

오른쪽 그림의 $\angle XOY$와 크기가 같고 반직선 PQ를 한 변으로 하는 각은 다음과 같이 작도할 수 있다.

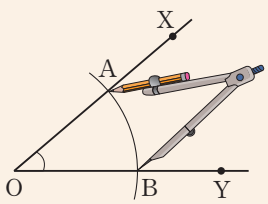




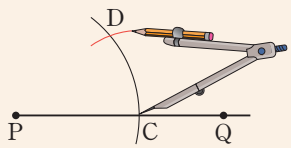
❶ 주어진 $\angle XOY$에서 점 O를 중심으로 하는 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와의 교점을 각각 A, B라고 한다.



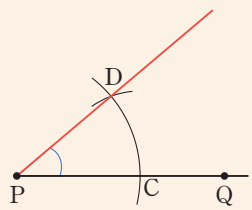
❷ 주어진 반직선 PQ에서 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OB}$인 원을 그려 $\overrightarrow{PQ}$와의 교점을 C라고 한다.



❸ 컴퍼스를 사용하여 ❶에서 그린 그림의 $\overline{AB}$를 잰다.

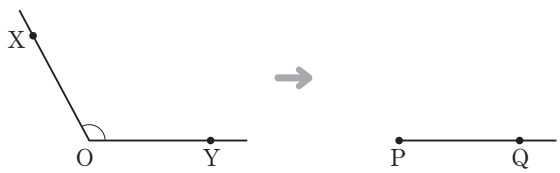


❹ ❷에서 그린 그림 위에 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 만들어진 교점을 D라고 한다.



❺ 점 P와 점 D를 지나는 $\overrightarrow{PD}$를 그으면 $\angle XOY$와 크기가 같은 $\angle DPQ$가 작도된다.

2 다음 그림의 $\angle XOY$와 크기가 같고, 반직선 PQ를 한 변으로 하는 $\angle DPQ$를 작도하시오.



삼각형은 어떻게 작도할까?

생각 펼치기

오른쪽 그림은 평화와 화해의 궁전 건축물에 삼각형 ABC를 표시한 것이다. 다음 물음에 답해 보자.

1. ∠A와 마주 보는 변을 찾아 그림 위에 표시하고, 기호를 사용하여 나타내 보자.

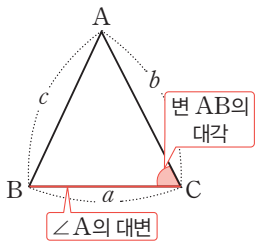
2. 변 AB와 마주 보는 각을 찾아 그림 위에 표시하고, 기호를 사용하여 나타내 보자.



대변과 대각

삼각형 ABC의 세 변과 세 각을 삼각형의 6요소라고 한다.

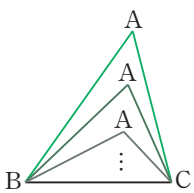
세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC를 기호 **△ABC**로 나타낸다.



생각 펼치기와 같이 △ABC에서 ∠A와 마주 보는 변 BC를 ∠A의 **대변**, 변 AB와 마주 보는 ∠C를 변 AB의 **대각**이라고 한다.

또, △ABC에서 ∠A, ∠B, ∠C의 대변의 길이를 각각 a, b, c로 나타낸다.

확인하기 △ABC에서 ∠C의 대변은 ☐이고, 변 AC의 대각은 ☐이다.



△ABC에서 세 변의 길이 사이의 관계를 알아보자.

두 점 B, C를 잇는 선 중에서 가장 짧은 것은 선분 BC이므로 △ABC에서 $\overline{BC}<\overline{AB}+\overline{AC}$이다. 이와 같은 방법으로 $\overline{AC}<\overline{AB}+\overline{BC}$이고 $\overline{AB}<\overline{AC}+\overline{BC}$이다. 즉, 삼각형에서 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작다.

3 **가을이와 겨레는 오른쪽 그림과 같이 숫자를 넘길 수 있는 숫자판을 이용하여 게임을 하고 있다. 다음 대화를 읽고, 괄호 안에서 알맞은 것을 각각 고르시오.**

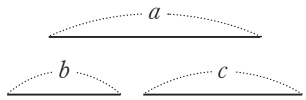


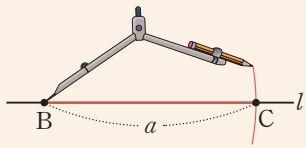
가을: 다음 삼각형의 세 변의 길이로 삼각형이 될 수 있을까?
겨레: 3 cm, 5 cm, 7 cm는 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 (있어, 없어).
가을: 7 cm를 다음 장으로 넘긴 3 cm, 5 cm, 8 cm는 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 (있어, 없어).

삼각형에는 세 변과 세 각이 있지만 이들 중 특정한 세 가지만 알아도 삼각형을 작도할 수 있다. 삼각형을 작도하는 방법을 알아보자.

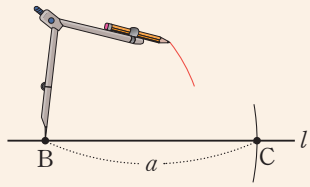
세 변의 길이가 주어질 때의 삼각형의 작도

먼저 오른쪽 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 $\triangle ABC$를 작도해 보자.

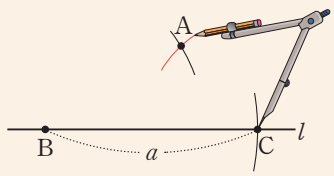




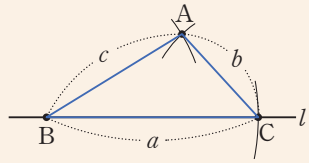
❶ 한 직선 l을 긋고, 직선 l 위에 길이가 a인 선분 BC를 작도한다.



❷ 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 c인 원을 그린다.



❸ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 b인 원을 그리고, ❷에서 그린 원과의 교점을 A라고 한다.



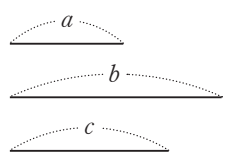
❹ 두 점 A와 B, 두 점 A와 C를 각각 이으면 $\triangle ABC$가 작도된다.

수학 호기심

세 각의 크기가 주어져도 삼각형이 하나로 정해질까?

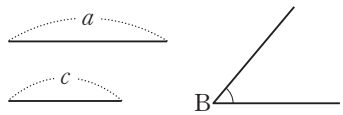
위와 같이 삼각형의 세 변의 길이가 주어지면 삼각형은 모양과 크기가 한 가지로 정해진다.

4 **오른쪽 그림과 같이 길이가 각각 a, b, c인 선분을 세 변으로 하는 삼각형을 작도하고, 친구가 작도한 삼각형과 비교하시오.**

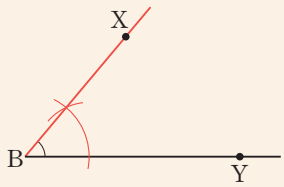


두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 때의 삼각형의 작도

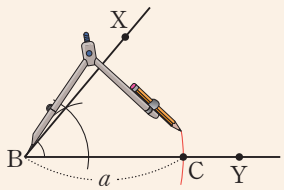
다음으로 오른쪽 그림과 같이 두 변의 길이가 a, c이고 $\angle B$를 두 변의 끼인각으로 하는 $\triangle ABC$를 작도해 보자.



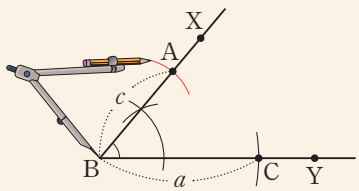
❶, ❷의 순서를 바꾸어서 작도해도 된다.



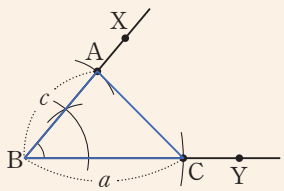
❶ 주어진 $\angle B$와 크기가 같은 $\angle XBY$를 작도한다.



❷ 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 a인 원을 그려 $\overrightarrow{BY}$와의 교점을 C라고 한다.



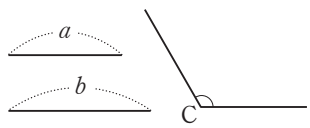
❸ 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 c인 원을 그려 $\overrightarrow{BX}$와의 교점을 A라고 한다.



❹ 두 점 C와 A를 이으면 $\triangle ABC$가 작도된다.

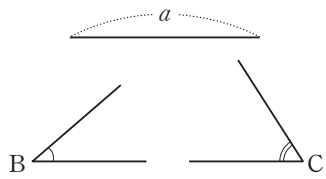
위와 같이 삼각형의 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어지면 삼각형은 모양과 크기가 한 가지로 정해진다.

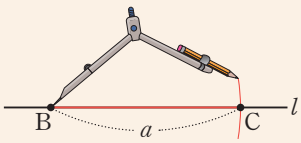
5 **오른쪽 그림과 같이 길이가 각각 a, b인 선분을 두 변으로 하고 $\angle C$를 그 끼인각으로 하는 삼각형을 작도하고, 그 과정을 설명하시오.**



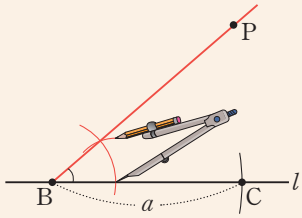
한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때의 삼각형의 작도

마지막으로 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 a이고 $\angle B$와 $\angle C$를 그 양 끝 각으로 하는 $\triangle ABC$를 작도해 보자.



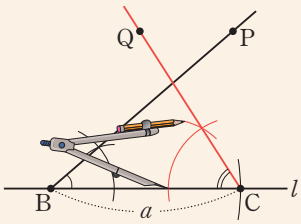


❶ 한 직선 l을 긋고, 직선 l 위에 길이가 a인 선분 BC를 작도한다.

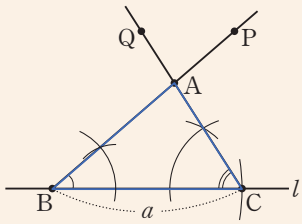


❷ $\angle B$와 크기가 같은 $\angle PBC$를 작도한다.

❶, ❷의 순서를 바꾸어서 작도해도 된다.



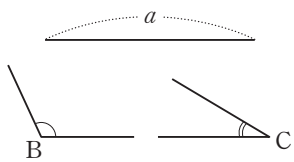
❸ $\angle C$와 크기가 같은 $\angle QCB$를 작도한다.



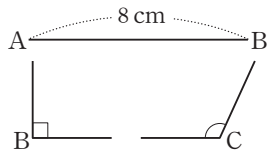
❹ $\overrightarrow{BP}$와 $\overrightarrow{CQ}$의 교점을 A라고 하면 $\triangle ABC$가 작도된다.

위와 같이 삼각형의 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어지면 삼각형은 모양과 크기가 한 가지로 정해진다.

6 **오른쪽 그림과 같이 길이가 a인 선분을 한 변으로 하고 $\angle B$와 $\angle C$를 그 양 끝 각으로 하는 삼각형을 작도하고, 친구에게 그 과정을 설명하시오.**



7 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때, △ABC를 작도할 수 있는지 말하고, 그 이유를 설명하시오.



이상에서 삼각형의 세 변의 길이와 세 각의 크기가 다음과 같이 주어질 때, 삼각형의 모양과 크기는 하나로 정해짐을 알 수 있다.

1. 세 변의 길이가 주어질 때
2. 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 때
3. 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때

8 다음 보기 중에서 △ABC가 하나로 정해지는 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $\overline{AB}=5$ cm, $\overline{BC}=8$ cm, $\angle A=50^\circ$
ㄴ. $\overline{AB}=3$ cm, $\overline{BC}=6$ cm, $\overline{CA}=8$ cm
ㄷ. $\overline{CA}=8$ cm, $\angle A=45^\circ$, $\angle B=75^\circ$

더 생각 나아가기 추론 의사소통 연결

민주 시민 교육

A 지역의 법원에서 운영하는 모의재판 프로그램에 참여한 서이는 오른쪽 그림과 같은 정의를 상징하는 저울이 그려진 기념품을 보고, 저울 로고를 따라 그리려고 한다. 로고의 삼각형 중 하나를 선택하여 모양과 크기가 같은 삼각형을 작도하고, 그 과정을 설명해 보자. [준비물: 눈금 없는 자, 컴퍼스]



스스로 점검하기

정답과 해설 302쪽

1

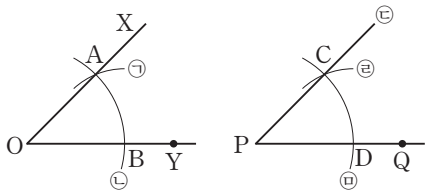
다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것을 [ ](이)라고 한다.

(2) 삼각형의 한 꼭짓점과 마주 보는 변을 [ ](이)라 하고, 한 변과 마주 보는 각을 [ ](이)라고 한다.

2

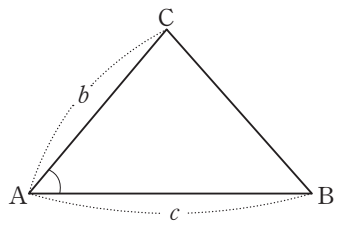
다음 그림은 $\angle XOY$와 크기가 같고 반직선 PQ를 한 변으로 하는 각을 작도하는 과정을 나타낸 것이다. 작도 순서에 따라 □ 안에 알맞은 기호를 각각 써넣으시오.



㉡ → □ → □ → □ → ㉢

3

다음 $\triangle ABC$에서 길이가 b, c인 두 선분을 두 변으로 하고, 그 끼인각의 크기가 $\angle A$의 크기의 2배인 $\triangle DEF$를 작도하시오.



4

실생활 추론

태연이는 학교의 미술 전시회를 홍보하는 포스터에 한 변의 길이가 12 cm이고 두 각의 크기가 25°, 60°인 삼각형을 그려 디자인하려고 한다. 이때 태연이가 그릴 수 있는 서로 다른 삼각형의 개수를 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/svpXEQal910QsYWu

자기 평가

삼각형을 작도하고 그 과정을 설명할 수 있다.	
삼각형을 작도하면서 수학에 흥미를 느끼며 그 필요성을 알 수 있다.	

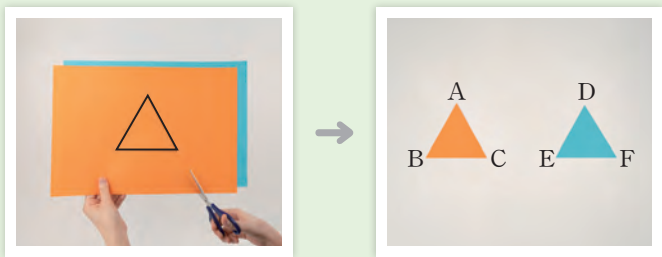
06 삼각형의 합동

[학습 목표] 삼각형의 합동 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다.

두 삼각형이 합동인 것을 기호로 어떻게 나타낼까?

생각 펼치기

학교 축제장에 필요한 장식품을 만들기 위해 서우는 두 장의 종이를 겹쳐 고정한 후 삼각형을 그리고 이를 잘랐다. 두 삼각형을 각각 △ABC, △DEF라고 할 때, 다음 물음에 답해 보자. [준비물: 색종이, 가위]



1. △ABC와 △DEF가 서로 합동이라고 할 수 있는지 친구들과 이야기해 보자.
2. △ABC와 △DEF를 포개었을 때, 서로 겹쳐지는 꼭짓점, 변, 각을 각각 찾아보자.

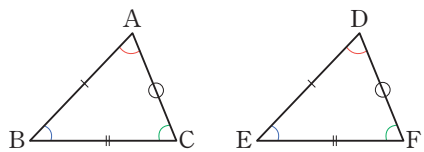
합동인 도형의 성질

생각 펼치기와 같이 모양과 크기가 같아 한 도형을 다른 도형에 포개었을 때 완전히 겹쳐지는 두 도형을 서로 합동이라고 한다.

오른쪽 그림과 같이 △ABC와 △DEF가 서로 합동일 때, 이것을 기호

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

로 나타낸다.



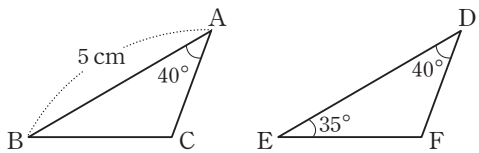
두 도형이 합동임을 기호 ≡를 사용하여 나타낼 때에는 대응하는 꼭짓점을 순서대로 쓴다.

이때 합동인 두 삼각형에서 대응하는 세 변의 길이와 대응하는 세 각의 크기는 각각 같다.

1 오른쪽 그림에서 △ABC≡△DEF일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{DE}$의 길이

(2) ∠C의 크기

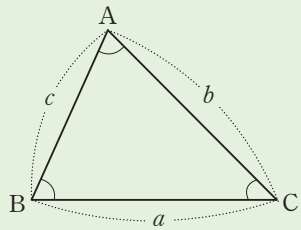


삼각형의 합동 조건은 무엇일까?

생각 펼치기

다음과 같은 세 조건과 삼각형 ABC가 있을 때, 두 사람이 짝이 되어 물음에 답해 보자.
[준비물: 투명 종이]

(가) 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형
(나) 두 변의 길이가 a, c이고 그 끼인각의 크기가 $\angle B$인 삼각형
(다) 한 변의 길이가 a이고 그 양 끝 각의 크기가 $\angle B$, $\angle C$인 삼각형



1. 위의 세 조건 중 각자 원하는 한 가지를 골라 투명 종이 위에 삼각형 ABC를 작도하고, 각자 그린 삼각형이 서로 포개었을 때 완전히 겹쳐지는지 이야기해 보자.

2. 1과 같은 방법으로, 다른 조건을 골라 삼각형 ABC를 작도해 보고, 친구와 내가 그린 삼각형이 서로 합동인지 이야기해 보자.

삼각형의 합동 조건

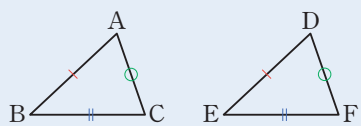
생각 펼치기와 같이 주어진 세 조건 중에서 어느 하나만 주어져도 합동인 삼각형을 작도할 수 있다. 따라서 두 삼각형에서 대응하는 세 변의 길이와 세 각의 크기를 모두 비교하지 않더라도 합동인지 확인할 수 있다.

이와 같이 삼각형의 작도를 통하여 다음과 같은 **삼각형의 합동 조건**을 알 수 있다.

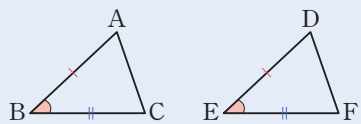
삼각형의 합동 조건

두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.

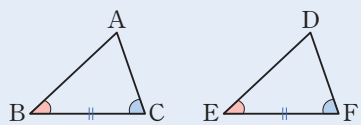
1. 세 대응변의 길이가 각각 같을 때
$\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$



2. 두 대응변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
$\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=\angle E$

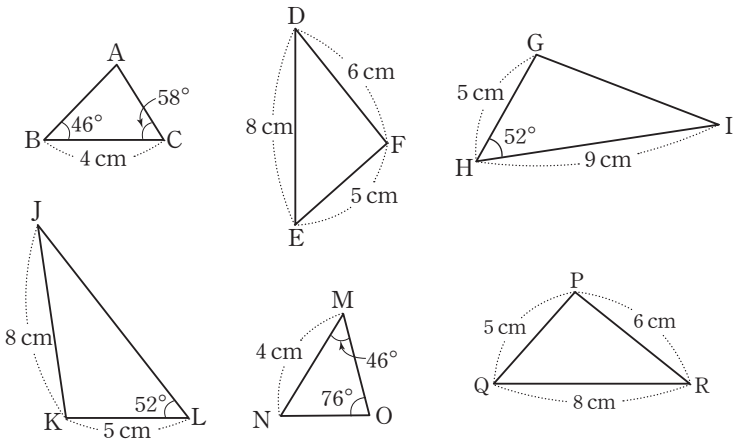


3. 한 대응변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때
$\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$



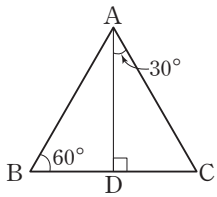
Side(변)와 Angle(각)의 첫 글자를 이용하여 삼각형의 합동 조건을 간단히
1. SSS 합동
2. SAS 합동
3. ASA 합동
으로 나타내기도 한다.

2 다음 중에서 서로 합동인 삼각형을 모두 찾아 기호 ≡를 사용하여 나타내고, 이때 사용한 합동 조건을 각각 말하시오.

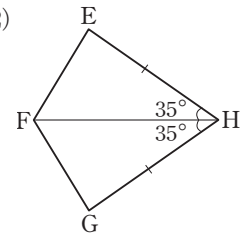


3 다음 그림에서 서로 합동인 두 삼각형을 찾아 기호 ≡를 사용하여 나타내고, 이때 사용한 합동 조건을 각각 말하시오.

(1)

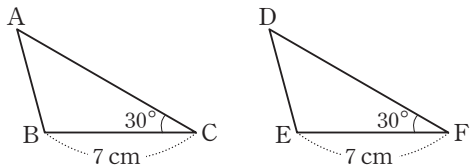


(2)



더 생각 나아가기 문제 해결 추론 의사소통

다음 그림과 같이 △ABC와 △DEF가 있다. 두 삼각형이 서로 합동이 되기 위해 필요한 최소한의 조건을 추가해 보고, 그 조건을 추가한 이유를 친구와 이야기해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 303쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 모양과 크기가 같아 한 도형을 다른 도형에 포개었을 때 완전히 겹쳐지는 두 도형을 서로 [ ](이)라고 한다.

(2) 두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.

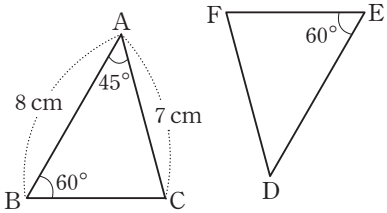
① [ ]의 길이가 각각 같을 때

② 두 대응변의 길이가 각각 같고, 그 [ ]의 크기가 같을 때

③ 한 대응변의 길이가 같고, 그 [ ]의 크기가 각각 같을 때

2

다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$일 때, 다음을 구하시오.



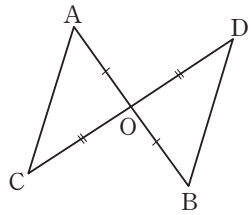
(1) $\overline{DE}$의 길이

(2) $\angle D$의 크기

(3) $\angle F$의 크기

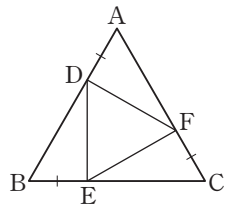
3

오른쪽 그림에서 $\overline{AO}=\overline{BO}$, $\overline{CO}=\overline{DO}$일 때, 서로 합동인 삼각형을 찾아 기호 $\equiv$를 사용하여 나타내고, 이때 사용한 합동 조건을 말하시오.



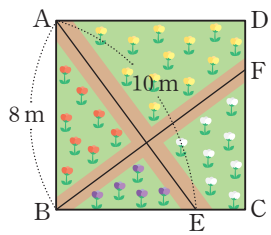
4

오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고 $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$이다. 서로 합동인 삼각형을 모두 찾아 기호 $\equiv$를 사용하여 나타내고, 이때 사용한 합동 조건을 말하시오.



5 실생활 추론

오른쪽 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭에서 $\overline{BE}=3\overline{EC}$, $\overline{CF}=3\overline{DF}$이고 $\overline{AB}=8$ m, $\overline{AE}=10$ m이다. 이때 $\overline{BF}$의 길이를 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/TdLsFrXShDSPJbC0

자기 평가

삼각형의 합동 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다.	
실생활에서 합동인 삼각형을 찾아보고, 수학에 흥미와 관심을 갖는다.	

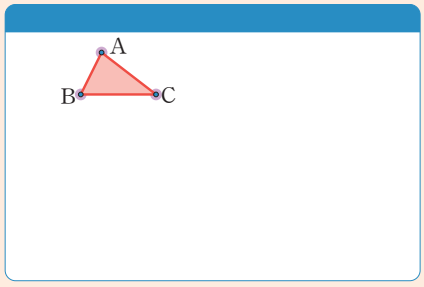
https://code.jihak.co.kr/qr/DGKWaopumihmeskx

알지오매스로 작도하기

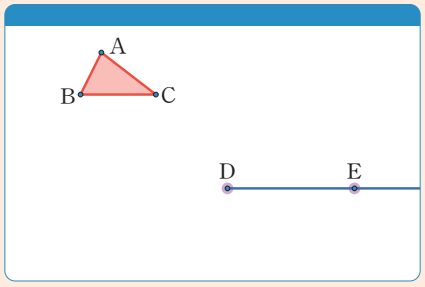
알지오매스를 이용하면 도형을 작도할 수 있을 뿐 아니라, 눈금 없는 자와 컴퍼스로 작도할 때와 다르게 다양한 탐구를 할 수도 있다.

세 변의 길이를 알 때 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 알지오매스로 작도해 보고, 물음에 답해 보자.

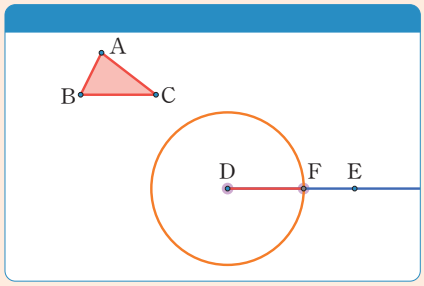
❶ 다각형을 눌러 △ABC를 그린다.



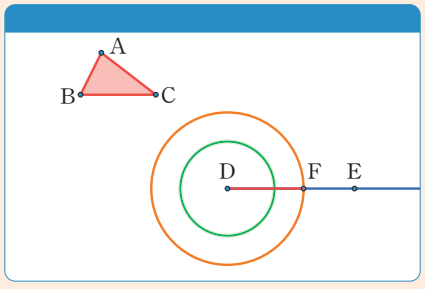
❷ 적당한 위치에 반직선을 눌러 $\overrightarrow{DE}$를 작도한다.



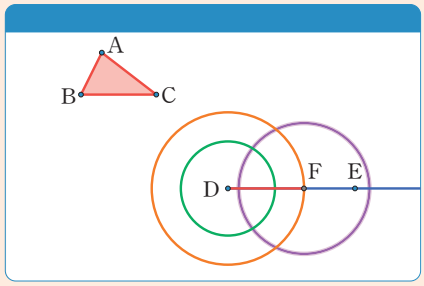
❸ 컴퍼스를 눌러 $\overline{BC}$의 길이를 잰 뒤, 점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BC}$인 원을 그린다. 그리고 교점을 눌러 원과 $\overrightarrow{DE}$의 교점 F를 잡은 뒤, 선분을 눌러 $\overline{BC}$와 길이가 같은 $\overline{DF}$를 작도한다.



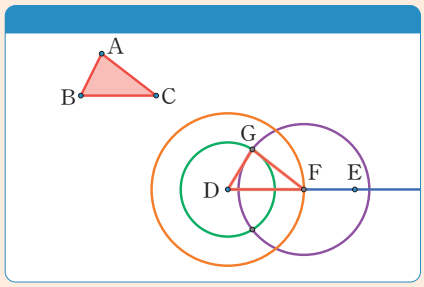
❹ 컴퍼스를 눌러 $\overline{AB}$의 길이를 잰 뒤, 점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그린다.



❺ 컴퍼스를 눌러 $\overline{AC}$의 길이를 잰 뒤, 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AC}$인 원을 그린다.



❻ 교점을 눌러 ❹와 ❺에서 작도한 두 원의 교점 G를 잡는다. 이후 선분을 눌러 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 길이가 같은 $\overline{GD}$, $\overline{GF}$를 작도하여 △GDF를 완성한다.



1 길이와 각도를 눌러 세 대응변의 길이와 세 대응각의 크기가 각각 모두 같은지 확인해 보자.

2 선택을 눌러 △ABC의 점 B를 끌어 삼각형의 모양을 변형한 뒤, 변형된 △ABC와 변형된 △GDF가 여전히 합동인지 설명해 보자.

| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	공학 도구를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 수 있다.		
	공학 도구를 이용하여 작도하는 과정을 논리적이고 체계적으로 설명할 수 있다.		
태도	공학 도구를 이용하여 작도하는 과정에 적극적으로 참여하였다.		

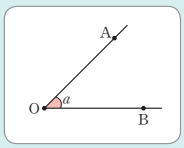
스스로 마무리하기

생각 완성하기

● 각 단원의 내용을 정리하여 완성해 보자.

145쪽

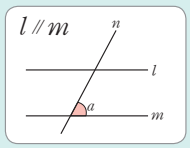
• 각을 기호로 나타내기



→ _____

159쪽

• 평행선에서 동위각과 엇각 표시하기



171쪽

• 삼각형의 합동 조건 적기

① _____

② _____

_____

③ _____

_____

01 점, 선, 면

• $\overleftrightarrow{AB}$



• $\overrightarrow{AB}$



• $\overline{AB}$



02 각

• 점과 직선의 위치 관계
• 한 평면 위에 있는 두 직선의 위치 관계
• 공간에서 두 직선의 위치 관계
• 공간에서 직선과 평면의 위치 관계
• 공간에서 두 평면의 위치 관계

03 점, 직선, 평면의 위치 관계

04 평행선의 성질

05 삼각형의 작도

• 길이가 같은 선분의 작도
• 크기가 같은 각의 작도
• 세 변의 길이가 주어질 때의 삼각형의 작도
• 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 때의 삼각형의 작도
• 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때의 삼각형의 작도

06 삼각형의 합동

●○○

1 다음 설명 중에서 옳은 것은?

① 양 끝 점이 같은 두 선분은 서로 같다.

② 교점은 선과 선이 만날 때에만 생긴다.

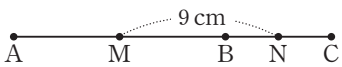
③ 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 여러 개이다.

④ 입체도형에서 교선의 개수는 꼭짓점의 개수와 같다.

⑤ 직선 위의 한 점에서 시작하여 그 직선의 다른 점으로 그은 반직선들은 항상 같다.

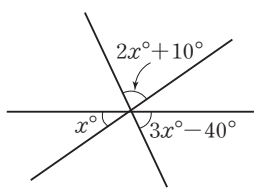
●●○

2 다음 그림에서 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 점 N은 $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AB}=2\overline{BC}$이고 $\overline{MN}=9$ cm일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



●○○

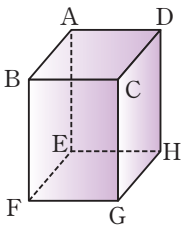
3 오른쪽 그림과 같이 세 직선이 한 점에서 만날 때, x의 값을 구하시오.



4 ●○○

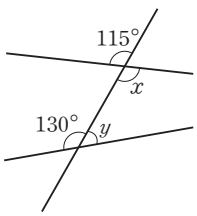
오른쪽 직육면체에서 모서리 EF와의 위치 관계가 다른 하나는?

① 모서리 AD ② 모서리 BC
③ 모서리 CG ④ 모서리 DH
⑤ 모서리 CD



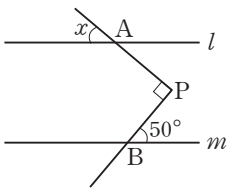
5 ●○○

오른쪽 그림에서 $\angle x$의 동위각의 크기와 $\angle y$의 엇각의 크기의 합을 구하시오.



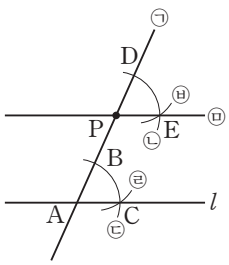
6 ●●○

오른쪽 그림에서 $l \parallel m$이고 $\angle APB=90^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



7 ●●○

오른쪽 그림은 직선 l 위에 있지 않은 점 P를 지나고 직선 l과 평행한 직선을 작도하는 과정이다. 다음 물음에 답하시오.



(1) 작도 순서를 나열하시오.

(2) $\overline{PD}$와 길이가 같은 선분을 모두 구하시오.

(3) $\angle BAC$와 크기가 같은 각을 구하시오.

8 ●●○

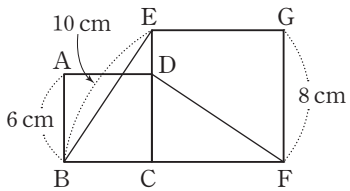
$\overline{AB}=4$ cm, $\overline{BC}=6$ cm일 때, $\triangle ABC$가 하나로 정해지기 위해 필요한 나머지 한 조건을 다음 보기 중에서 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $\overline{AC}=2$ cm　　ㄴ. $\angle B=40^\circ$
ㄷ. $\overline{AC}=9$ cm　　ㄹ. $\angle C=80^\circ$

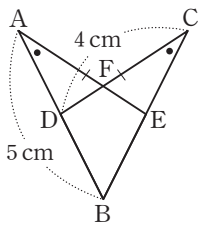
9 ●●○

다음 그림에서 사각형 ABCD와 ECFG는 정사각형이다. $\overline{AB}=6$ cm, $\overline{GF}=8$ cm, $\overline{BE}=10$ cm일 때, $\overline{DF}$의 길이를 구하시오.



10 ●●○

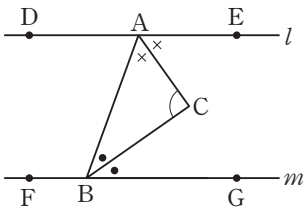
오른쪽 그림에서 $\overline{AE}=\overline{CD}$이고 $\angle BAE=\angle BCD$이다. $\overline{AB}=5$ cm, $\overline{CD}=4$ cm일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.



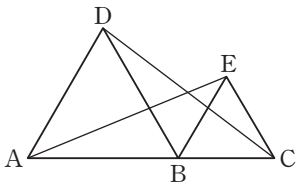
+스스로 마무리하기

서술형 문제

11 ●●○ 다음 그림에서 $l /\!/ m$이고 $\angle ABC = \angle CBG$, $\angle BAC = \angle CAE$일 때, $\angle C$의 크기를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

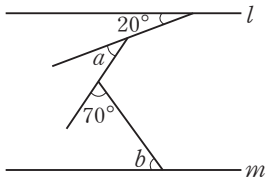


12 ●●○ 다음 그림에서 $\triangle ABD$와 $\triangle BCE$가 각각 정삼각형일 때, 서로 합동인 두 삼각형을 찾으려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

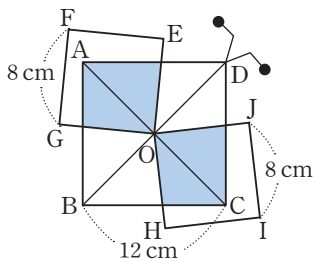


사고력 문제

13 ●●● 다음 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle a + \angle b$의 크기를 구하시오.



14 ●●● 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12 cm인 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점 O에 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형 OEFG, OHIJ를 붙여 나비를 디자인하려고 한다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/R7ggLkvTYaPLgUPg

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검하여 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

다양한 상황에서 기본 도형의 성질을 이해할 수 있다.	
구체적인 사물이나 공학 도구를 이용하여 합동의 의미를 이해할 수 있다.	
이 단원의 학습에 적극적이고 자신감 있게 참여하였다.	
수업 준비를 잘하고 수업 시간에 성실하게 참여하였다.	

+꿈을 비춰 주는 수학 등대

한국 전통 건축을 잇고 발전시키는 대목장+

우리나라 전통 건축물들은 설계하고 건축하는 과정에서 수학이 사용되었다. 또, 나무로 된 기둥들을 정교하게 짜인 홈과 턱에 맞추어 연결하고, 건물을 튼튼하고 안정적으로 완성하여 천년을 견디는 견고함을 보여주고 있다.



창덕궁 인정전

이와 같은 한국 전통 건축의 중심에는 대목장이 있다. 대목장은 한옥, 사찰 및 궁궐과 같은 전통 건축물들의 유지 보수, 복원 및 건축을 담당하고 있다. 또, 예술적인 창의성을 발휘하여 전통 건축의 아름다움을 재해석하고 재창조하는 일을 하고 있다.

대목장은 무슨 일을 하나요?



대목장

건물을 짓기 위한 목재를 마련하고 설계 과정을 거쳐 벽, 지붕, 기와 등을 만들고 단청을 입히는 등 여러 단계의 후반 작업까지 전통 기술로 건축하는 데 필요한 전반적인 업무를 담당하고 있습니다.

대목장의 맥을 잇기 위해 우리나라는 어떤 노력을 기울이고 있나요?



대목장

우리나라는 사라져가는 전통 목조 건축 기술을 살리고자 훌륭한 기술을 가진 대목장을 물색하였고, 1980년 대목장을 국가 무형 문화재로 지정하였습니다. 또, 2010년에는 유네스코 인류 무형 문화유산으로 지정되었습니다.

수학이 사용된 전통 건축물로는 어떤 것이 있을까요?



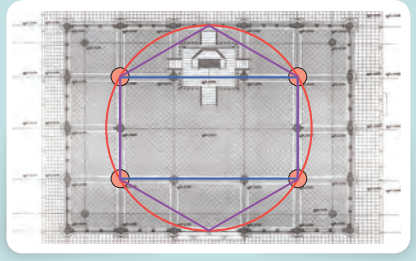
대목장

창덕궁에서 인정전은 원과 정육각형, 직사각형이 만나는 곳에 기둥들이 위치하고 있습니다. 또, 청의 정은 정사각형 모양의 마루와 정팔각형, 원 모양의 지붕으로 이루어져 있습니다. 이처럼 우리 조상들은 곱자와 그레자를 이용해 정다각형과 원을 그려 건축물들을 설계하고 지은 것으로 알려져 있습니다.



곱자

그레자



창덕궁 인정전 평면도

(출처: 문화재청, 『무형문화재 이야기 여행』)

VI

평면도형의 성질

01 다각형의 내각과 외각

02 다각형의 내각의 크기의 합

03 다각형의 외각의 크기의 합

04 원과 부채꼴

05 부채꼴의 호의 길이와 넓이



| 배운 내용 |

초3~4
- 원의 구성 요소
- 다각형
- 각도

초5~6
- 원주율과 원의 넓이

중1
- 기본 도형

| 이어질 내용 |

중1
- 입체도형의 성질

중2
- 삼각형과 사각형의 성질
- 도형의 닮음
- 피타고라스 정리

중3
- 삼각비
- 원의 성질



우리는 주변에서 다양한 평면도형을 관찰할 수 있다. 평면도형에 관한 지식을 활용하여 실용적인 물건을 만들거나 건축물을 설계할 수 있고 아름다운 예술 작품도 만들 수 있다.

이 단원에서는 다각형과 원, 부채꼴의 성질을 이해하고, 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 방법을 배운다.

이것만은 알고 가기

| 정답과 해설 304쪽 |

초 3~4 다각형

잘함 보통 모름

1 다음 설명을 보고 알맞은 것끼리 서로 연결하시오.

(1) 선분으로만 둘러싸인 도형 ● ● ㈀ 대각선

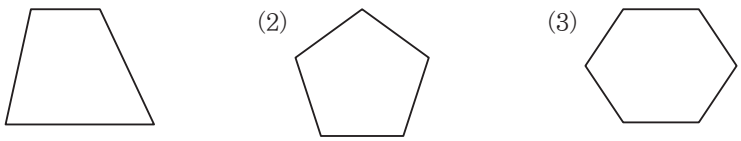
(2) 다각형에서 서로 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분 ● ● ㈁ 다각형

초 3~4 다각형의 대각선

잘함 보통 모름

2 다음 다각형의 대각선을 모두 긋고, 대각선의 개수를 구하시오.

(1) (2) (3)

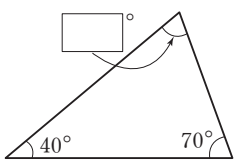


초 3~4 삼각형과 사각형의 각의 크기

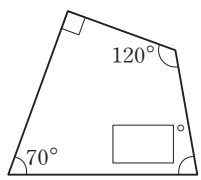
잘함 보통 모름

3 다음 그림에서 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1)



(2)



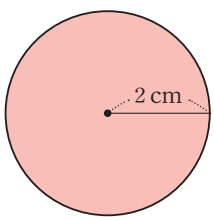
- 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이다.
- 사각형의 네 각의 크기의 합은 360°이다.

초 5~6 원주와 원의 넓이

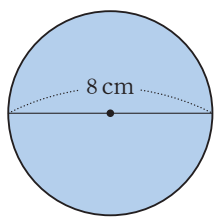
잘함 보통 모름

4 다음 그림에서 원주와 원의 넓이를 각각 구하시오. (단, 원주율은 3.14로 계산한다.)

(1)



(2)



- 원의 둘레의 길이를 원주라고 한다.
- (원주) = (지름의 길이) × (원주율)
- (원의 넓이) = (반지름의 길이) × (반지름의 길이) × (원주율)

01 다각형의 내각과 외각

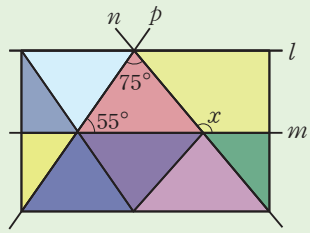
[학습 목표] 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.

다각형의 내각과 외각은 무엇일까?

생각 펼치기

정현이는 스테인드글라스 공예 체험에서 오른쪽 그림과 같은 모양을 완성하였다. 선을 따라 직선 l, m, n, p를 표시하고 $l /\!/ m$일 때, 다음 물음에 답해 보자.

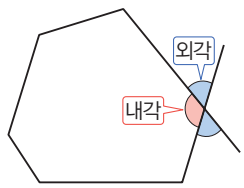
1. $\angle x$와 크기가 같은 각을 그림 위에 모두 표시해 보자.
2. $\angle x$의 크기를 구해 보자.



내각과 외각

선분으로만 둘러싸인 평면도형을 다각형이라고 한다. 다각형의 각 선분을 다각형의 변, 변과 변이 만나는 점을 다각형의 꼭짓점이라고 한다. 이때 변의 개수가 3, 4, 5, … 인 다각형을 각각 삼각형, 사각형, 오각형, … 이라 하고, 변의 개수가 n인 다각형을 n각형이라고 한다.

다각형에서 이웃하는 두 변으로 이루어진 내부의 각을 다각형의 **내각**이라고 한다. 또, 다각형의 한 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃한 변의 연장선이 이루는 각을 그 내각의 **외각**이라고 한다.

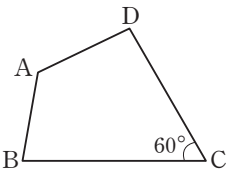


한 내각에 대한 외각은 2개이고, 서로 맞꼭지각이므로 그 크기가 같다. 따라서 외각은 둘 중 하나만 생각한다.

1 오른쪽 그림과 같은 사각형 ABCD를 보고 다음 물음에 답하시오.

(1) 변 AB와 변 AD로 이루어진 내각을 오른쪽 그림에 표시하고, 기호로 나타내시오.

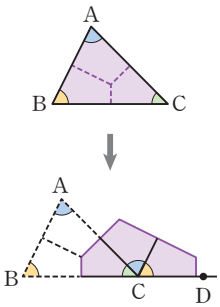
(2) $\angle C$의 외각을 오른쪽 그림에 모두 표시하고, 그 크기를 구하시오.



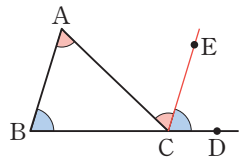
다각형은 보통 꼭짓점의 기호를 차례로 써서 나타낸다.
예 사각형 ABCD

삼각형의 내각과 외각 사이의 관계

삼각형의 내각과 외각 사이에 어떤 관계가 있는지 평행선의 성질을 이용하여 알아보자.



$\angle A+\angle B+\angle C$
$=\angle ACD+\angle C$
$=180^\circ$



오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC에서 변 BC의 연장선 위에 한 점 D를 잡고 점 C에서 변 BA에 평행한 반직선 CE를 그으면 $\overline{BA}/\!/\overline{CE}$이므로

$\angle A=\angle ACE$(엇각), $\angle B=\angle ECD$(동위각)

이다. 따라서

$\angle A+\angle B=\angle ACE+\angle ECD=\angle ACD$

이다. 즉, 삼각형 ABC에서 $\angle C$의 외각의 크기는 $\angle A$와 $\angle B$의 크기의 합과 같다.

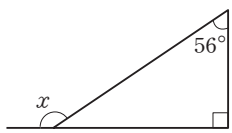
이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 내각과 외각 사이의 관계

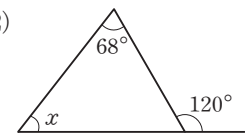
삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

2 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



(2)



생각 더하기 나아가기 문제 해결 추론 의사소통

다음은 칠판에 있는 그림을 보고 두 학생이 대화하는 모습이다. 세라의 말 중 틀린 부분을 찾고, 바르게 고쳐 보자.



스스로 점검하기

| 정답과 해설 305쪽 |

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

(1) 다각형에서 이웃하는 두 변으로 이루어진 내부의 각을 다각형의 내각이라고 한다. ( )

(2) 다각형의 한 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃한 변의 연장선이 이루는 각을 그 내각의 외각이라고 한다. ( )

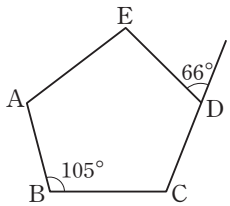
(3) 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하는 내각의 크기와 같다. ( )

2

오른쪽 그림의 오각형 ABCDE에서 다음을 구하시오.

(1) $\angle B$의 외각의 크기

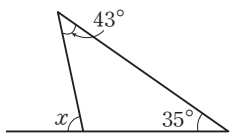
(2) $\angle CDE$의 크기



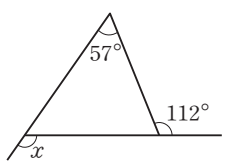
3

다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)

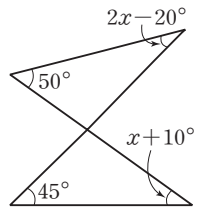


(2)



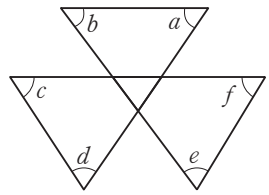
4

오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.



5

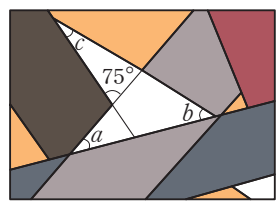
다음 그림에서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$의 크기를 구하시오.



6 창의·융합

연결

경서는 수학 정보 융합 수업에서 문장으로 그림을 생성하는 인공 지능을 이용하여 오른쪽 그림을 만들어 발표했다. 이때 경서가 발표한 그림에서 $\angle a+\angle b+\angle c$의 크기를 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/kedvmZUydPk8nVO6

자기 평가

삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 탐구하고 이를 설명할 수 있다.	
구체적인 사물을 이용하여 다각형의 성질을 탐구하고 추측할 수 있다.	

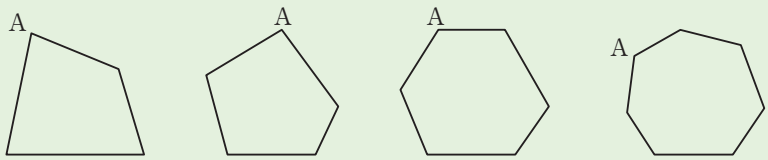
02 다각형의 내각의 크기의 합

[학습 목표] 다각형의 대각선의 개수와 내각의 크기의 합을 각각 구하고 설명할 수 있다.

다각형의 대각선의 개수는 어떻게 구할까?

생각 펼치기

다음 그림과 같은 4개의 다각형이 있다. 물음에 답해 보자.



1. 각각의 다각형의 한 꼭짓점 A에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그어 보자.

2. 각각의 다각형에 대하여 다음 표를 완성해 보자.

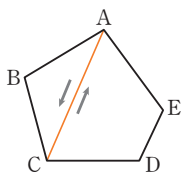
다각형	사각형	오각형	육각형	칠각형
꼭짓점의 개수				
한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수				

3. n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 추측해 보자.

다각형에서 대각선은 서로 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분을 말한다.

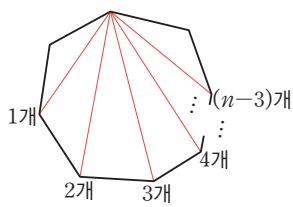


다각형의 대각선의 개수

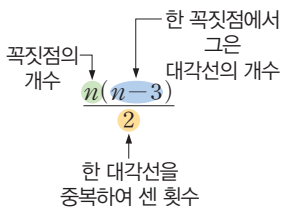


$\overline{AC}$와 $\overline{CA}$는 같은 대각선이다.

생각 펼치기에서 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$이고, n개의 꼭짓점에서 그을 수 있는 모든 대각선의 개수는 $n(n-3)$이다.



이때 각각의 대각선은 양 끝에 있는 꼭짓점에서 중복하여 센 것이므로 n각형의 실제 대각선의 개수는 $n(n-3)$을 2로 나눈 값이다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

다각형의 대각선의 개수

n각형의 대각선의 개수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$이다.

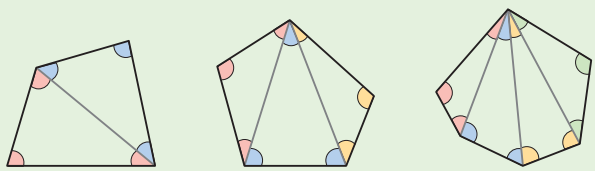
1 다음 다각형의 대각선의 개수를 구하시오.

(1) 팔각형 (2) 십이각형

다각형의 내각의 크기의 합은 어떻게 구할까?

생각 펼치기

다음 그림과 같이 사각형, 오각형, 육각형을 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그어 여러 개의 삼각형으로 나누었다. 물음에 답해 보자.



1. 각각의 다각형에 대하여 다음 표를 완성해 보자.

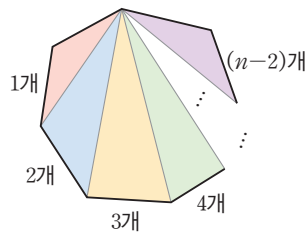
다각형	사각형	오각형	육각형
꼭짓점의 개수	4		
나누어지는 삼각형의 개수	2		
내각의 크기의 합	$180^\circ \times 2 = 360^\circ$		

2. 십각형의 내각의 크기의 합을 추측해 보자.

다각형의 내각의 크기의 합

생각 펼치기에서 사각형을 두 개의 삼각형으로 나눌 수 있는 것과 같이 모든 다각형을 삼각형으로 나눌 수 있으므로 다각형의 내각의 크기의 합은 대각선으로 나누어지는 모든 삼각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 구할 수 있다.

일반적으로 n각형은 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그어 $(n-2)$개의 삼각형으로 나눌 수 있다. 따라서 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다.

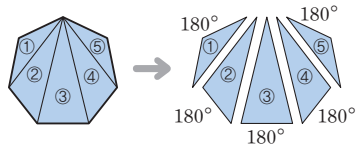


이상을 정리하면 다음과 같다.

다각형의 내각의 크기의 합

n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다.

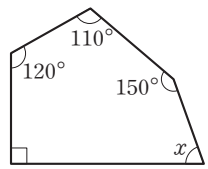
확인하기 칠각형의 경우 꼭짓점의 개수가 7이므로 나누어지는 삼각형의 개수는 $7-\square=\square$이다. 따라서 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(\square-2)=\square^\circ$이다.



2 다음 다각형의 내각의 크기의 합을 구하시오.

(1) 구각형 (2) 십일각형

3 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.



정다각형의 한 내각의 크기

정다각형은 내각의 크기가 모두 같으므로 한 내각의 크기는 다음과 같다.

$$(\text{정}n\text{각형의 한 내각의 크기})=\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$$

내각의 크기의 합 → $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$ ← 꼭짓점의 개수

4 다음 정다각형의 한 내각의 크기를 구하시오.

(1) 정오각형 (2) 정팔각형

더 생각 나아가기

문제 해결 추론 의사소통

다음은 주어진 그림을 보고 두 학생이 대화하는 모습이다. 가람이의 말 중 틀린 부분을 찾고, 바르게 고쳐 보자. 또, 고친 방법을 n각형에도 적용할 수 있을지 이야기해 보자.



스스로 점검하기

| 정답과 해설 305쪽 |

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 (□)이다.

(2) n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times$ (□)이다.

(3) (정n각형의 한 내각의 크기) $= \dfrac{180^\circ \times (\square)}{\square}$

2

다음 다각형의 대각선의 개수를 구하시오.

(1) 십일각형 (2) 십오각형

3

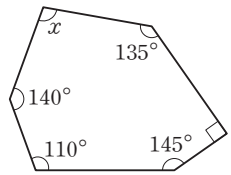
다음을 구하시오.

(1) 팔각형의 내각의 크기의 합

(2) 정십이각형의 한 내각의 크기

4

오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.



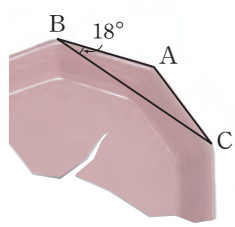
5

내각의 크기의 합이 1980°인 다각형의 이름을 말하시오.

6

실생활 추론

서우는 깨진 정n각형 모양의 접시를 다시 만들어 보기로 하였다. 오른쪽 그림과 같이 깨진 조각에서 측정한 $\angle ABC = 18^\circ$일 때, n의 값을 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/xioDV3HlRzxnlVZU

자기 평가

다각형의 대각선의 개수와 내각의 크기의 합을 구하는 과정을 탐구하고 이를 설명할 수 있다.	
실생활에서 다각형의 성질을 탐구하여 수학에 흥미와 관심을 갖는다.	

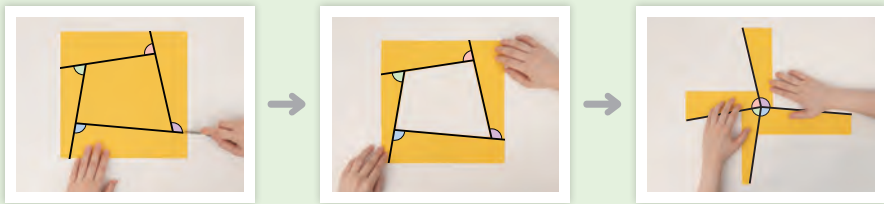
03 다각형의 외각의 크기의 합

[학습 목표] 다각형의 외각의 크기의 합을 구하고 설명할 수 있다.

다각형의 외각의 크기의 합은 어떻게 구할까?

생각 펼치기

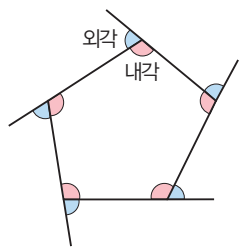
다음 그림과 같이 종이 위에 그린 사각형에서 외각을 오려내고 사각형을 들어낸 뒤, 외각의 꼭짓점이 한 점에서 만나도록 모아 사각형의 외각의 크기의 합을 알아보려고 한다. 물음에 답해 보자. [준비물: 종이, 자, 칼]



1. 사각형의 외각의 크기의 합을 구해 보자.
2. 오각형에 대해서도 같은 활동을 한 뒤, 외각의 크기의 합을 구해 보자.

다각형의 외각의 크기의 합

생각 펼치기에서 사각형 외각의 꼭짓점이 한 점에서 만나도록 모으면 그 크기의 합이 360°임을 알 수 있다. 같은 방법을 사용하면 오각형의 외각의 크기의 합도 360°임을 알 수 있다.





피타고라스(Pythagoras, B.C. 569?~B.C. 475?)는 고대 그리스의 수학자로, 다각형의 외각의 크기의 합이 360°로 일정함을 발견하였다.
(출처: Sir Thomas Heath, 『A History of Greek Mathematics Volume Ⅰ』)

일반적으로 n각형의 각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로 n각형의 모든 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ \times n$이다.

$$(\text{내각의 크기의 합}) + (\text{외각의 크기의 합}) = 180^\circ \times n$$

이때 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이므로 n각형의 외각의 크기의 합은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(\text{외각의 크기의 합}) &= 180^\circ \times n - (\text{내각의 크기의 합}) \\ &= 180^\circ \times n - 180^\circ \times (n-2) \\ &= 180^\circ \times n - 180^\circ \times n + 180^\circ \times 2 \\ &= 360^\circ\end{aligned}$$

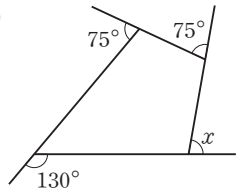
이상을 정리하면 다음과 같다.

다각형의 외각의 크기의 합

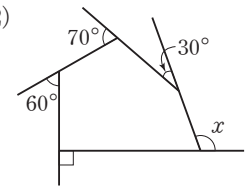
n각형의 외각의 크기의 합은 360°이다.

1 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



(2)



정다각형의 한 외각의 크기

정다각형은 내각의 크기가 모두 같으므로 외각의 크기도 모두 같다.

따라서 정n각형의 한 외각의 크기는 다음과 같다.

$$(\text{정}n\text{각형의 한 외각의 크기})=\frac{360^\circ}{n}$$

외각의 크기의 합 → $\frac{360^\circ}{n}$ ← 꼭짓점의 개수

확인하기 정육각형의 경우 꼭짓점의 개수가 □이므로 한 외각의 크기는 $\frac{\square^\circ}{\square}=\square^\circ$이다.

2 다음 정다각형의 한 외각의 크기를 구하시오.

(1) 정오각형

(2) 정팔각형

더 생각 나아가기 문제 해결 추론 의사소통

다음은 정다각형의 한 외각의 크기에 대해 누리와 노을이가 나눈 대화이다. 잘못된 부분을 바르게 고치고 친구에게 설명해 보자.



누리: 정다각형의 한 외각의 크기는 360°를 n으로 나눈 것이니까 $\frac{360}{n}$은 항상 360의 약수야.

노을: 정삼각형은 120°, 정사각형은 90°, 정오각형은 72°, … 정말 그런 것 같네.



스스로 점검하기

| 정답과 해설 306쪽 |

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

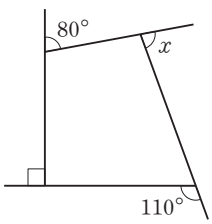
(1) n각형의 외각의 크기의 합은 [ ]이다.

(2) 정n각형의 한 외각의 크기는 [ ]이다.

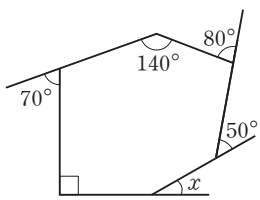
2

다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



(2)



3

다음 정다각형의 한 외각의 크기를 구하시오.

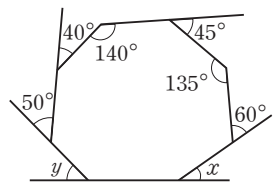
(1) 정구각형 (2) 정십이각형

4

한 외각의 크기가 18°인 정다각형의 꼭짓점의 개수를 구하시오.

5

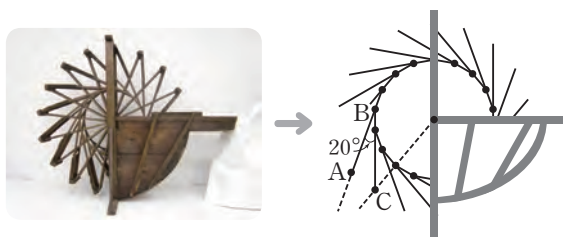
오른쪽 그림에서 $\angle x+\angle y$의 크기를 구하시오.



6

실생활 추론

다음 그림과 같이 전통 농기구인 수차 모형을 만들기 위해 단비는 정n각형과 그 외각을 이용하였다. $\angle ABC=20^\circ$일 때, n의 값을 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/0ssssF1g1ElYBLbu

자기 평가		
	다각형의 외각의 크기의 합을 구하는 과정을 탐구하고 이를 설명할 수 있다.	
	주변 사물에서 다각형의 성질을 찾아보고 수학에 대한 관심을 갖는다.	

수학으로 세상보기

다각형으로 세상을 채우다

추론 의사소통 연결

정답과 해설 306쪽

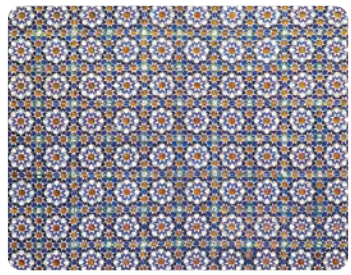
같은 모양을 반복하여 평면이나 공간을 빈틈과 겹치는 부분 없이 채우는 것을 테셀레이션이라 하고 우리말로는 쪽매 맞춤이라고도 부른다. 단청이나 문살무늬 같은 전통 문양에서도 발견할 수 있고, 고대 로마의 바닥, 천장 장식이나 중세 이슬람 세계의 문양 등 다양한 문화권에서도 이를 볼 수 있다.



경복궁 자경전 꽃담

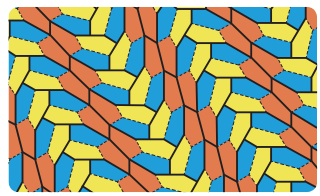


로마 시대 바닥 모자이크



알람브라 궁전의 벽면

2015년에는 평면을 빈틈없이 채울 수 있는 새로운 형태의 15번째 오각형 타일이 발견되었다. 이를 발견한 사람들은 미국 워싱턴 대학에서 근무하는 세 명의 수학자로, 학부생이 만든 컴퓨터 프로그램을 이용해 발견하였다고 한다. 이 오각형은 생화학 분야와 건축물 구조 설계, 신소재 개발 등 여러 분야에서 활용될 수 있을 것으로 내다보고 있다.



(출처: 나우뉴스, 2015. 8. 18.)

다음 물음에 답해 보자.

1 금산사 문살무늬에서는 오른쪽 그림처럼 정육각형을 이용한 테셀레이션을 찾을 수 있다. 우리 주변에서 정다각형을 이용한 테셀레이션을 찾아보자.



2 한 꼭짓점에 모인 정다각형의 내각의 크기의 합이 360°임을 이용하여 정팔각형만을 이용한 테셀레이션은 만들 수 없다는 것을 설명해 보자.

04 원과 부채꼴

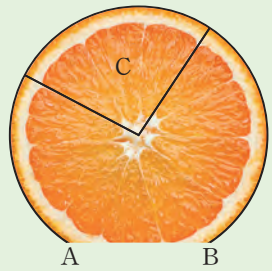
[학습 목표] 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해한다.

호, 현, 부채꼴, 활꼴은 무엇일까?

생각 펼치기

오른쪽 그림은 오렌지를 과도로 자르면서 나타난 원 모양 단면의 일부이다. 다음 물음에 답해 보자.

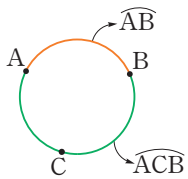
1. 점 A와 점 B를 이어 원을 완성해 보자.
2. 점 A와 점 B를 잇는 선분을 그려 보자.
3. C 부분은 어떤 모양인지 말해 보자.



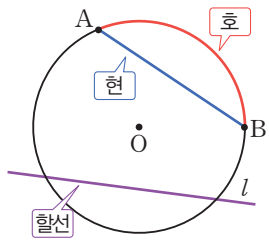
호와 현

평면 위의 한 점 O로부터 일정한 거리에 있는 모든 점으로 이루어진 도형을 원이라 하고, 이것을 원 O로 나타낸다. 이때 점 O는 원의 중심이다.

한 원에서 $\overset{\frown}{AB}$는 보통 길이가 짧은 쪽의 호를 나타내고, 길이가 긴 쪽의 호를 나타낼 때에는 그 호 위에 한 점 C를 잡아 $\overset{\frown}{ACB}$와 같이 나타낸다.



오른쪽 그림과 같이 원 O 위에 서로 다른 두 점 A, B를 잡으면 원은 두 부분으로 나누어지는데 이 두 부분을 각각 **호**라고 한다. 이때 양 끝 점이 A, B인 호를 호 AB라 하고, 이것을 기호 $\overset{\frown}{AB}$로 나타낸다.



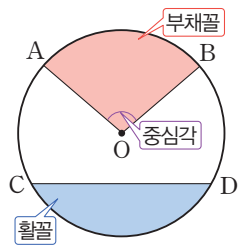
또, 원 위의 두 점을 이은 선분을 **현**이라 하고, 양 끝 점이 A, B인 현을 현 AB라고 한다. 특히, 원의 중심을 지나는 현은 그 원의 지름이다.

그리고 직선 l과 같이 원 O와 두 점에서 만나는 직선을 원 O의 **할선**이라고 한다.

부채꼴과 활꼴

원 O에서 두 반지름 OA, OB와 호 AB로 이루어진 부채 모양의 도형을 **부채꼴**이라고 한다.

이때 두 반지름 OA, OB가 이루는 $\angle AOB$를 부채꼴 AOB의 **중심각** 또는 호 AB에 대한 중심각이라 하고, 호 AB를 $\angle AOB$에 대한 호라고 한다.



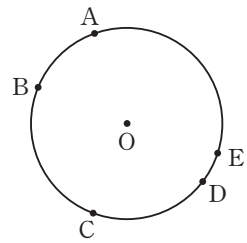
또, 원 O에서 현 CD와 호 CD로 이루어진 도형을 **활꼴**이라고 한다.

1 원 O 위의 점 A, B, C, D, E에 대하여 다음을 오른쪽 그림 위에 나타내시오.

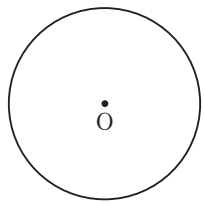
(1) 호 AB　　(2) 현 CD

(3) 호 DE의 중심각　　(4) 부채꼴 BOC

(5) 현 AE와 호 AE로 이루어진 활꼴



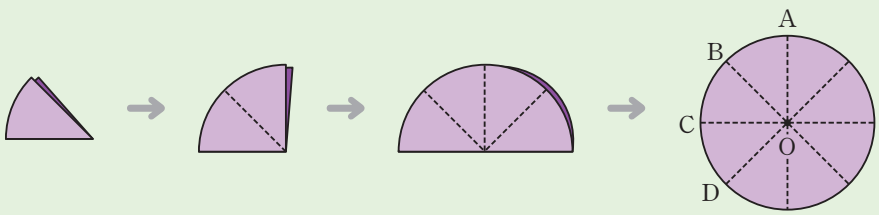
2 오른쪽 그림의 원 O에 활꼴이면서 동시에 부채꼴이 되는 경우를 그려 보고, 그때의 부채꼴의 중심각의 크기를 구하시오.



부채꼴에서 중심각의 크기와 호의 길이, 넓이 사이에는 어떤 관계가 있을까?

생각 펼치기

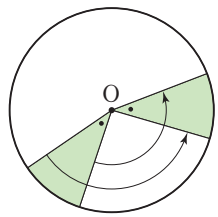
다음 그림은 원 모양의 종이를 반으로 세 번 접었다가 다시 펼치는 과정을 나타낸 것이다. 물음에 답해 보자.



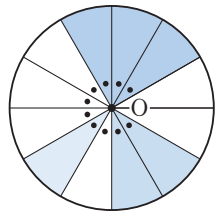
1. ∠BOC와 ∠BOD의 크기는 각각 ∠AOB의 크기의 몇 배인지 말해 보자.
2. $\overset{\frown}{BC}$와 $\overset{\frown}{BD}$의 길이는 각각 $\overset{\frown}{AB}$의 길이의 몇 배인지 말해 보자.
3. 부채꼴 AOC와 부채꼴 AOD의 넓이는 각각 부채꼴 AOB의 넓이의 몇 배인지 말해 보자.

부채꼴의 중심각과 호의 길이, 넓이 사이의 관계

한 원에서 두 부채꼴의 중심각의 크기가 같으면 한 부채꼴을 오른쪽 그림과 같이 회전시켜 다른 부채꼴에 포갤 수 있다. 따라서 한 원에서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다.

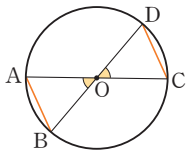


한 원에서 부채꼴의 중심각의 크기가 2배, 3배, 4배, … 가 되면 그 부채꼴의 호의 길이와 넓이도 각각 2배, 3배, 4배, … 가 된다. 따라서 한 원에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

한 원에서 중심각의 크기가 같으면 현의 길이도 같다.



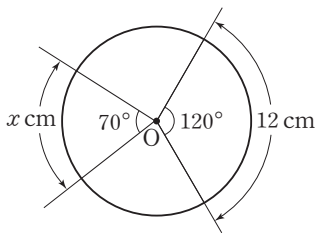
부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이, 넓이 사이의 관계

1. 한 원에서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다.

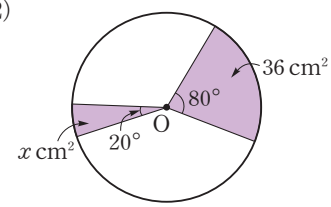
2. 한 원에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.

3 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

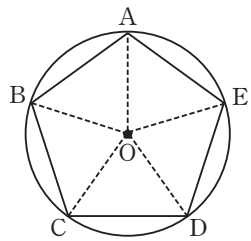
(1)



(2)



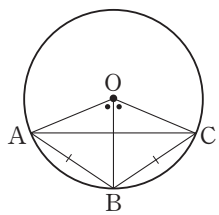
4 오른쪽 그림에서 $\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle DOE=\angle EOA$이다. 이때 오각형 ABCDE는 정오각형인지 말하고, 그 이유를 설명하시오.



더 생각 나아가기 문제 해결 추론 의사소통

다음 두 학생의 대화를 읽고 지우의 말에서 틀린 부분을 찾아보고, 그 이유를 오른쪽 그림을 이용하여 설명해 보자.





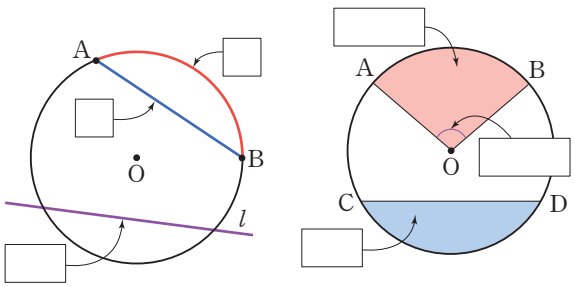
스스로 점검하기

| 정답과 해설 306쪽 |

1

다음 중 □ 안에 알맞은 말을 골라 써넣으시오.

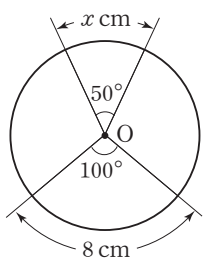
활꼴, 현, 호, 부채꼴, 중심각, 할선



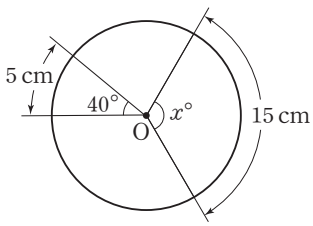
2

다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)

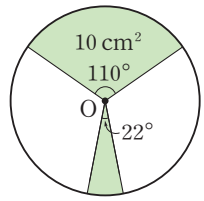


(2)



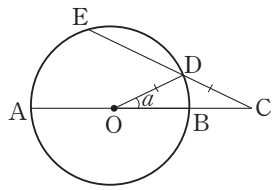
3

오른쪽 그림에서 중심각의 크기가 110°인 부채꼴의 넓이가 $10\ \text{cm}^2$일 때, 중심각의 크기가 22°인 부채꼴의 넓이를 구하시오.



4

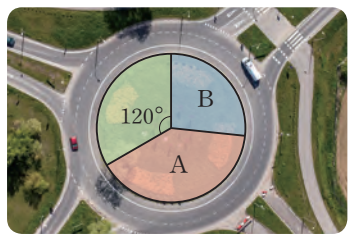
오른쪽 그림의 원 O에서 $\overline{DO}=\overline{DC}$, $\overset{\frown}{DB}=6\ \text{cm}$이다. $\angle BOD=\angle a$라고 할 때, $\overset{\frown}{AE}$의 길이를 구하시오.



5

실생활 추론

다음 그림과 같이 회전 교차로의 중심에 원 모양으로 화단을 조성하고 세 부분으로 나누어 각각 다른 꽃을 심었다. 부채꼴 모양인 A 화단과 B 화단의 넓이의 비가 3 : 2일 때, A 화단과 B 화단의 중심각의 크기를 각각 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/BJPvAiZCi23zOXwo

자기 평가

부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.	
부채꼴의 성질을 구체적인 사물을 이용하여 탐구하고 흥미를 갖는다.	

05 부채꼴의 호의 길이와 넓이

[학습 목표] 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.

부채꼴의 호의 길이와 넓이는 어떻게 구할까?

생각 펼치기

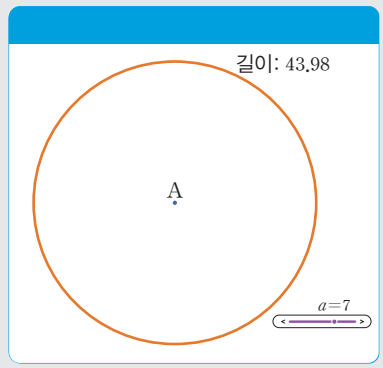
공학 도구

알지오매스를 이용하여 다음 단계에 따라 원을 그려 보고, 물음에 답해 보자.

❶ 슬라이더를 눌러 슬라이더 a를 만들자.

❷ 원 : 중심과 반지름을 눌러 반지름을 a로 설정하여 원을 그리자.

❸ 길이를 누르고 원을 눌러 길이를 측정한 뒤, 슬라이더를 움직여 달라진 반지름 a의 길이와 원주를 측정하자.



1. 각 측정 결과마다 $\frac{(\text{원주})}{(\text{지름의 길이})}$를 계산하고, 그 값들을 비교해 보자.

선택을 눌러 슬라이더를 움직일 수 있다.

https://code.jihak.co.kr/qr/o0wRrlJLuAqXhQmP

원주율 π



존스(Jones, W., 1675~1749)는 영국의 수학자로, 그의 저서를 통해 원주율 기호 π를 처음으로 제안하였다.
(출처: David Eugene Smith, 『A Source Book in Mathematics』)

원에서 지름의 길이에 대한 원주의 비율, 즉 원주율은 원의 크기에 상관없이 항상 일정하다. 초등학교에서는 보통 원주율로 3.14를 사용하였으나 정확한 값은

$$3.14159265358979323\cdots$$

과 같이 소수점 아래의 숫자가 한없이 계속되는 소수라는 것이 알려져 있다. 이 원주율을 기호 π로 나타내고, 이것을 파이라고 읽는다.

원주와 원의 넓이는 각각

$$(\text{원주}) = (\text{지름의 길이}) \times (\text{원주율}) = 2 \times (\text{반지름의 길이}) \times (\text{원주율})$$

$$(\text{원의 넓이}) = (\text{반지름의 길이}) \times (\text{반지름의 길이}) \times (\text{원주율})$$

이므로 반지름의 길이가 r인 원주 l과 원의 넓이 S는 원주율 π를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

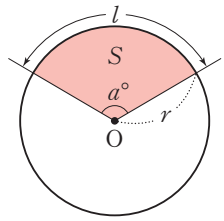
$$l = 2\pi r,\ S = \pi r^2$$

곱셈 기호를 생략하여 나타낼 때, 일반적으로 π는 숫자와 문자 사이에 쓴다.

1 원의 반지름의 길이가 3 cm일 때, 원주 l과 원의 넓이 S를 π를 사용하여 각각 구하시오.

부채꼴의 호의 길이와 넓이

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 a°인 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 각각 중심각의 크기에 정비례하므로 다음과 같이 구할 수 있다.



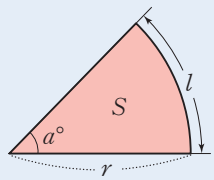
호의 길이 l 구하기	부채꼴의 넓이 S 구하기
$l : 2\pi r = a : 360$이므로 $l = 2\pi r \times \frac{a}{360}$	$S : \pi r^2 = a : 360$이므로 $S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$

이상을 정리하면 다음과 같다.

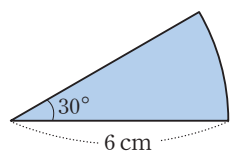
부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r이고 중심각의 크기가 a°인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라고 하면

$$l = 2\pi r \times \frac{a}{360},\ S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$



함께 해 보기 1 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm, 중심각의 크기가 30°인 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 각각 구하시오.



풀이 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라고 하면

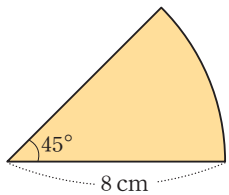
$$l = 2\pi \times 6 \times \frac{30}{360} = \pi(\text{cm})$$

$$S = \pi \times 6^2 \times \frac{30}{360} = 3\pi(\text{cm}^2)$$

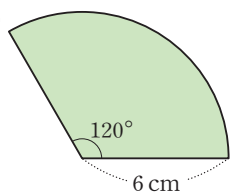
답 호의 길이: π cm, 넓이: 3π cm^2

2 다음 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 각각 구하시오.

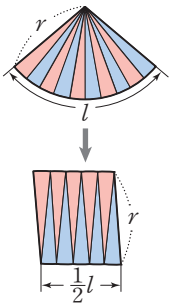
(1)



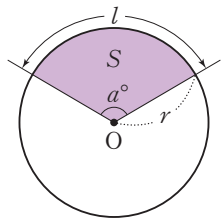
(2)



부채꼴의 넓이와 호의 길이 사이의 관계



부채꼴의 넓이는 반지름의 길이와 호의 길이를 이용하여 구할 수도 있다.



반지름의 길이가 r이고 중심각의 크기가 $a°$인 부채꼴의 호의 길이 l은

$$l=2\pi r\times\frac{a}{360},\ \frac{a}{360}=\frac{l}{2\pi r}$$

이므로 부채꼴의 넓이 S는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

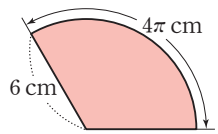
$$S=\pi r^2\times\frac{a}{360}=\pi r^2\times\frac{l}{2\pi r}=\frac{1}{2}lr$$

즉, 반지름의 길이가 r이고 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이 S는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S=\frac{1}{2}lr$$

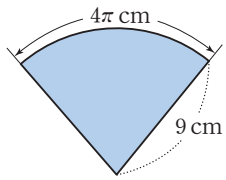
확인하기 반지름의 길이가 6 cm이고 호의 길이가 4π cm인 부채꼴의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times\square\times\square=\square\,(\text{cm}^2)$

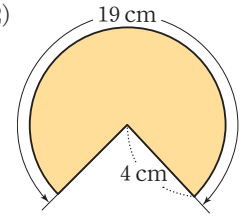


3 다음 부채꼴의 넓이를 구하시오.

(1)

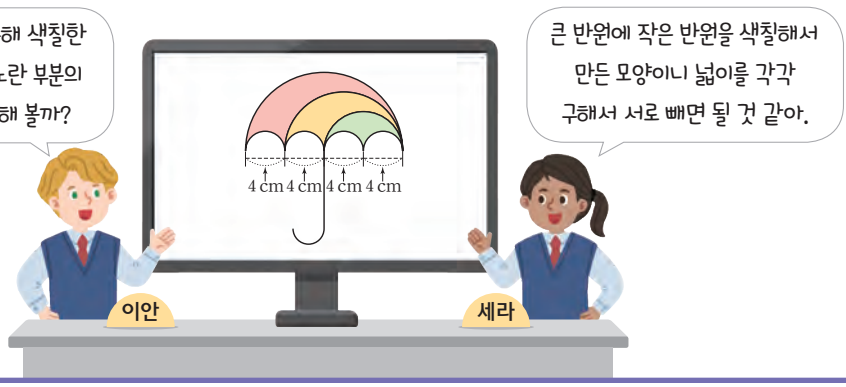


(2)



생각 더하기 나아가기 문제 해결 추론 의사소통

다음은 화면 속의 그림을 보고 두 학생이 대화하는 모습이다. 대화를 읽고, 노란 부분의 넓이를 구해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 307쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 반지름의 길이가 r이고, 중심각의 크기가 a°인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라고 하면

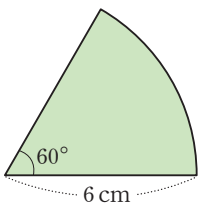
$l=\square\times\frac{a}{360}$, $S=\square\times\frac{a}{360}$이다.

(2) 반지름의 길이가 r이고 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이를 S라고 하면 $S=\frac{1}{2}\times\square$이다.

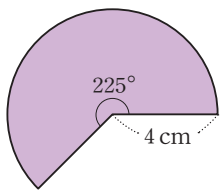
2

다음 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 각각 구하시오.

(1)



(2)

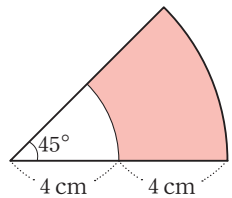


3

반지름의 길이가 3 cm이고 넓이가 6π cm^2인 부채꼴의 호의 길이를 구하시오.

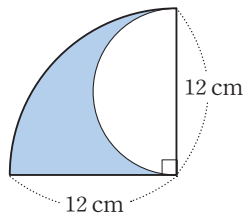
4

오른쪽 그림과 같은 부채꼴에서 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 각각 구하시오.



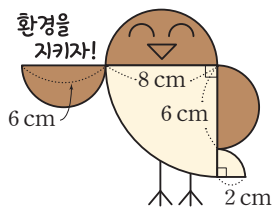
5

오른쪽 그림과 같은 부채꼴에서 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



6 실생활 추론

다음 그림은 해리가 환경의 날 홍보를 위해 부채꼴과 반원을 이용하여 만든 멸종 위기종 검은머리촉새의 캐릭터이다. 이 캐릭터의 넓이를 구하시오. (단, 다리의 넓이는 생각하지 않는다.)



https://code.jihak.co.kr/qr/QfcGrQO1hOvo9Fo4

자기 평가		
	부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.	
	부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구체적인 도형이나 공학 도구를 이용하여 살펴보고 흥미를 갖는다.	

https://code.jihak.co.kr/qr/vSjFEqZplvHuRmPw

블록코딩으로 만드는 수학 세상

알지오매스에서 블록코딩을 활용하면 다양한 결과물을 만들 수 있다. 블록 하나하나는 일종의 프로그램으로 이를 퍼즐처럼 끼워 연결해 나가면 직접 그리는 것보다 도형을 더 쉽게 만들고 변형할 수 있다.

코딩 블록은 유형에 따라 색으로 구분되어 있다. 다음은 도형을 만들 때 쉽게 쓸 수 있는 블록의 예이다.

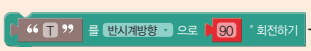
구분	블록의 예	설명
구성		점, 선분이나 식과 같이 구체적인 대상을 생성하는 블록
동작		구성으로 만든 대상을 움직이는 블록
제어		블록들을 반복시키거나 실행시키는 등 제어하는 블록

● 을 눌러 블록코딩을 실행하여 선분과 정사각형을 만들어 보자.

❶ 구성에서 , 동작에서 를 찾아  밑에 차례로 연결한다. 그 후 블록 안에 숫자와 문자, 캐릭터를 아래 그림과 같이 조정한 뒤, ▶을 눌러 선분을 그린다.

한 변의 길이가 1인 선분

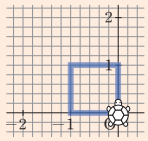


❷ 동작에서 를 찾아 아래 그림과 같이 차례로 연결한 뒤, ▶을 누른다.

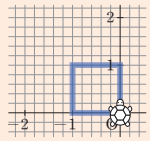
한 변의 길이가 1인 ㄱ 모양 만들기



❸ ❶, ❷의 과정을 참고하여 아래 그림과 같이 블록을 반복해서 차례로 연결한 뒤, ▶을 눌러 정사각형을 그린다.

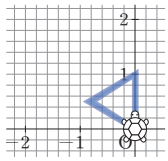
네 변을 모두 직접 그리는 블록코딩	한 변의 길이가 1인 정사각형
	

❹ 흐름 제어에서  를 찾아 아래 그림과 같이 블록 연결과 숫자 조정을 한 뒤, ▶을 눌러 ❸과 같은 결과가 나오는 것을 확인한다.

반복문을 이용한 블록코딩	한 변의 길이가 1인 정사각형
	

1 블록코딩을 이용하여 다음 활동을 해 보고, 물음에 답해 보자.

(1) 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형을 그려보고, 블록코딩을 완성해 보자.



(2) 다음은 (1)의 정삼각형을 그리는 과정 중 거북이를 움직이는 과정을 설명한 것이다. ㉠, ㉡, ㉢에 들어갈 알맞은 것을 각각 말해 보자.

❶ 앞으로 1만큼 이동한다.
❷ 정삼각형의 [㉠]의 크기인 [㉡]°만큼 반시계 방향으로 회전한다.
❸ 위의 ❶, ❷ 과정을 [㉢]회 반복한다.

| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	공학 도구를 이용하여 정다각형을 그리면서 외각의 성질을 이해할 수 있다.		
	공학 도구를 이용하여 정다각형을 그리는 것에 흥미를 느끼고 그 과정을 설명할 수 있다.		
태도	공학 도구를 이용하여 평면도형을 적극적으로 탐구하였다.		

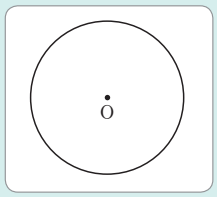
스스로 마무리하기

생각 완성하기

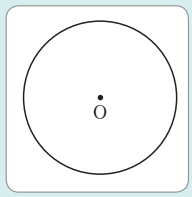
● 각 단원의 내용을 정리하여 완성해 보자.

194쪽

• 호, 현, 할선 그리기



• 부채꼴과 중심각, 활꼴 그리기



186쪽

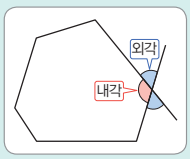
• (n각형의 대각선의 개수)=_____

• (n각형의 내각의 크기의 합)$=180^\circ\times(n-2)$

• (정n각형의 한 내각의 크기)=_____

01 다각형의 내각과 외각

• 다각형의 내각과 외각



02 다각형의 내각의 크기의 합

03 다각형의 외각의 크기의 합

191쪽

• (n각형의 외각의 크기의 합)=_____

• (정n각형의 한 외각의 크기)=_____

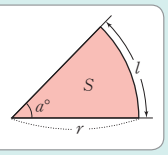
04 원과 부채꼴

05 부채꼴의 호의 길이와 넓이

• 부채꼴의 호의 길이와 넓이

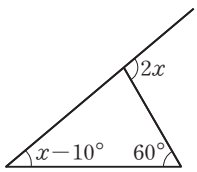
$l=2\pi r\times\frac{a}{360}$,

$S=\pi r^2\times\frac{a}{360}$



1 ●○○

오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle x$의 크기는?



① 30° ② 40°

③ 50° ④ 60°

⑤ 70°

2 ●○○

다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

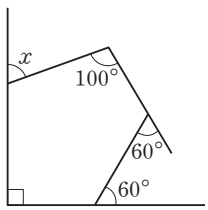
ㄱ. 삼각형에서는 대각선을 그을 수 없다.

ㄴ. 정다각형의 대각선의 길이는 모두 같다.

ㄷ. 구각형의 대각선의 개수는 27이다.

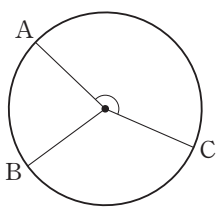
3 ●○○

오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.



4 ●○○

오른쪽 그림의 원 O에서 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=2:3:4$일 때, $\overset{\frown}{CA}$에 대한 중심각의 크기를 구하시오.



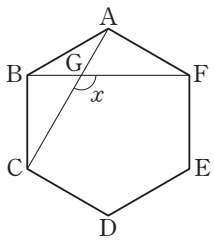
5 ●●○

반지름의 길이가 8 cm이고 중심각의 크기가 135°인 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 각각 구하시오.

6 ●●○

오른쪽 그림과 같은 정육각형에서 $\angle x$의 크기는?

① 110° ② 120°
③ 130° ④ 140°
⑤ 150°

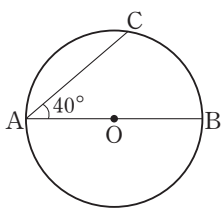


7 ●●○

한 내각의 크기가 135°인 정다각형의 대각선의 개수를 구하시오.

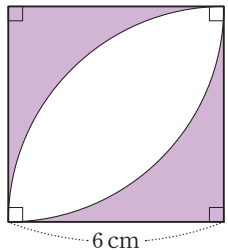
8 ●●○

오른쪽 원 O에서 현 AC와 지름 AB가 이루는 각의 크기가 40°일 때, $\overset{\frown}{AC}$와 $\overset{\frown}{CB}$의 길이의 비를 가장 작은 자연수의 비로 나타내시오.



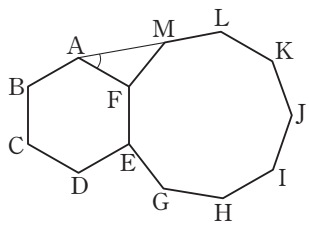
9 ●●○

오른쪽 그림과 같은 정사각형에서 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 각각 구하시오.



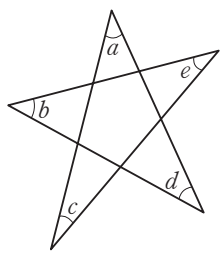
10 ●●○

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 같은 정육각형과 정구각형을 변끼리 맞대어 붙인 뒤 점 A와 M을 선분으로 연결하였다. 이때 $\angle FAM$의 크기를 구하시오.



11 ●●○

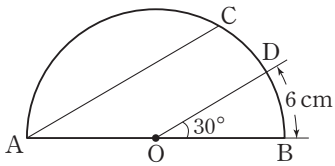
다음 그림에서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$의 크기를 구하시오.



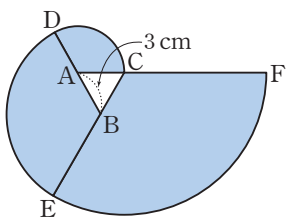
스스로 마무리하기

서술형 문제

12 ●●○ 다음 그림과 같은 반원 O에서 $\overline{AC}/\!/\overline{OD}$, $\angle BOD=30^\circ$, $\overset{\frown}{BD}=6$ cm일 때, $\overset{\frown}{AC}$의 길이를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

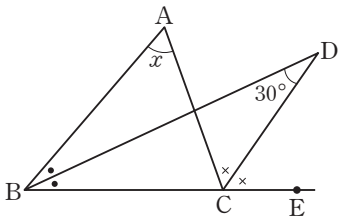


13 ●●○ 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 3 cm인 정삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 중심으로 부채꼴을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$)

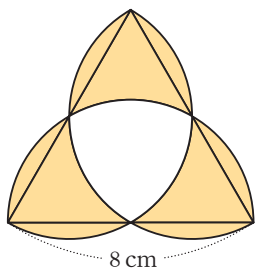


사고력 문제

14 ●●● 다음 그림의 △ABC에서 점 E는 $\overline{BC}$의 연장선 위의 한 점이고, 점 D는 ∠B의 이등분선과 ∠C의 외각의 이등분선의 교점이다. $\angle D=30^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



15 ●●● 다음 그림은 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/YX1zz1gmqe8AncqB

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검해 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

평면도형의 성질을 관찰하고 추측하며 논리적인 절차를 통해 일반화할 수 있다.	
평면도형의 성질과 개념을 이용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.	
수업 준비를 잘하고 수업 시간에 성실하게 참여하였다.	
친구의 의견을 존중하고 경청하였다.	

+꿈을 비춰 주는 수학 등대

수학을 품은 종이접기+

사람들에게 친숙한 놀이였던 종이접기는 학이나 비행기를 접는 것을 넘어서 사람이나 동물을 접는 등 작품 표현의 한계를 넘어 예술로 승화되고 있다. 또한, 종이접기에 숨어 있는 수학적 규칙과 치밀한 계산으로 로봇, 우주 과학, 생명 과학에서 그 유용성을 인정받아 다양한 분야에 활용되고 있다.



종이접기는 수학과 어떤 연관성이 있나요?



과학자

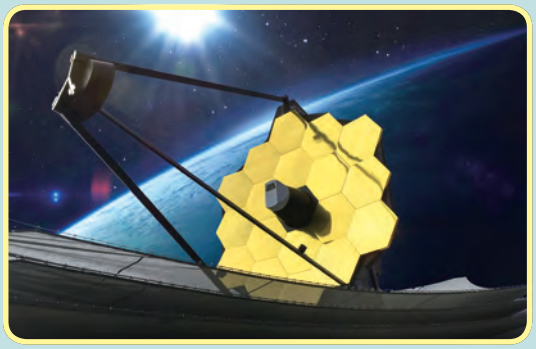
종이접기는 평면도형 모양의 종이를 접어 입체도형을 만들 수 있다는 것에 그 의미가 있습니다. 또, 작도로는 할 수 없었던 각의 삼등분을 할 수 있습니다. 또, 종이접기 모형의 구조에서 규칙성을 찾아 방정식으로 나타내어 어려운 문제에 대한 해답도 찾을 수 있습니다.

종이접기는 어떻게 활용되나요?



과학자

2021년에 발사된 제임스 웹 우주 망원경의 경우, 반사판을 펼치면 지름이 6.5 m인 원 안에 육각형인 거울 18개가 들어가 있지만, 여러 각도로 접어 작은 발사체 안에 모두 수납할 수 있도록 설계하였습니다.
또, 생명 과학 분야에서는 종이처럼 접거나 펼 수 있는 1나노(십억분의 일) 미터 크기의 DNA 구조체를 만들어 질병 진단에 활용하는 기술도 개발되고 있습니다.



(출처: 아시아경제, 2021. 12. 26.)

Ⅶ

입체도형의 성질

01 다면체

02 회전체

03 기둥의 겉넓이와 부피

04 뿔의 겉넓이와 부피

05 구의 겉넓이와 부피



| 배운 내용 |

초5~6

- 직육면체와 정육면체
- 각기둥과 각뿔
- 원기둥, 원뿔, 구
- 직육면체와 정육면체의 겉넓이와 부피

중1

- 기본 도형
- 평면도형의 성질

| 이어질 내용 |

중2

- 삼각형과 사각형의 성질
- 도형의 닮음
- 피타고라스 정리

중3

- 삼각비



실생활에서 볼 수 있는 여러 건축물과 예술 작품에서 각기둥, 원뿔, 원기둥, 구와 같은 다양한 입체도형을 찾아볼 수 있다. 이러한 입체도형의 성질과 특징을 아는 것은 우리 주변의 사물이나 건물을 보다 아름답게 표현하고 효율적으로 만드는 데 중요하다.

이 단원에서는 입체도형의 성질을 이해하고, 입체도형의 겉넓이와 부피를 구하는 방법을 배운다.

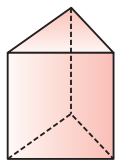
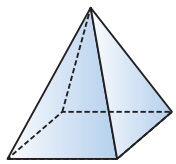
이것만은 알고 가기

| 정답과 해설 308쪽 |

초 5~6 각기둥, 각뿔

잘함 보통 모름

1 다음 입체도형의 이름과 밑면의 모양을 각각 말하고, 밑면의 개수를 각각 구하시오.

겨냥도		
이름		
밑면의 모양		
밑면의 개수		

• 각기둥과 각뿔은 밑면의 모양에 따라 이름이 정해진다.

초 5~6 원기둥, 원뿔, 구

잘함 보통 모름

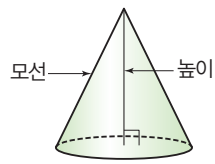
2 다음 입체도형에 대한 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

(1) 원기둥의 두 밑면은 합동이고 서로 평행하다. ( )

(2) 원뿔의 높이는 모선의 길이보다 짧다. ( )

(3) 구는 보는 방향에 따라 모양이 다르다. ( )

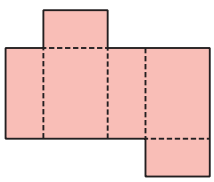
• 원뿔에서의 모선과 높이

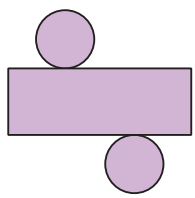


초 5~6 입체도형의 전개도

잘함 보통 모름

3 다음은 어떤 입체도형의 전개도인지 말하시오.

(1) 

(2) 

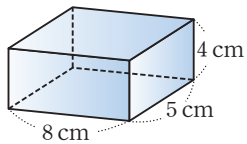
• 각기둥의 모서리를 잘라서 평면 위에 펼쳐 놓은 그림을 각기둥의 전개도라고 한다.

• 원기둥을 잘라서 평면 위에 펼쳐 놓은 그림을 원기둥의 전개도라고 한다.

초 5~6 입체도형의 겉넓이와 부피

잘함 보통 모름

4 오른쪽 직육면체의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.



• (직육면체의 겉넓이)
=(한 밑면의 넓이)×2
+(옆면의 넓이)

• (직육면체의 부피)
=(가로의 길이)
×(세로의 길이)×(높이)

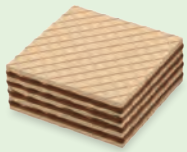
01 다면체

[학습 목표] 구체적인 모형이나 공학 도구를 이용하여 다면체의 성질을 탐구하고, 이를 설명할 수 있다.

다면체는 무엇일까?

생각 펼치기

다음은 우리 주변에 있는 입체도형 모양의 물건이나 건축물이다. 물음에 답해 보자.


(ㄱ)


(ㄴ)

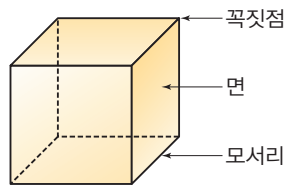

(ㄷ)


(ㄹ)

1. 위의 사물들은 각각 어떤 입체도형의 모양인지 말해 보자.
2. 다각형 모양의 면으로만 둘러싸인 사물을 모두 찾아보자.

다면체

오른쪽 그림과 같이 다각형 모양의 면으로만 둘러싸인 입체도형을 **다면체**라고 한다.



이때 다면체를 이루고 있는 다각형을 다면체의 면, 다각형의 변을 다면체의 모서리, 다각형의 꼭짓점을 다면체의 꼭짓점이라고 한다.

다면체는 그 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면체, … 라고 한다.

수학 호기심

원기둥, 원뿔, 구는 다면체일까?

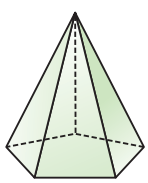
확인하기

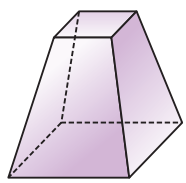
오른쪽 시계는 모든 면이 사각형으로만 둘러싸인 입체도형이므로 □이다.

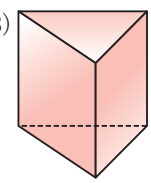
면이 6개이므로 육면체이고, 모서리는 □개, 꼭짓점은 □개이다.



1 다음 다면체는 몇 면체인지 말하고, 모서리와 꼭짓점의 개수를 각각 구하시오.

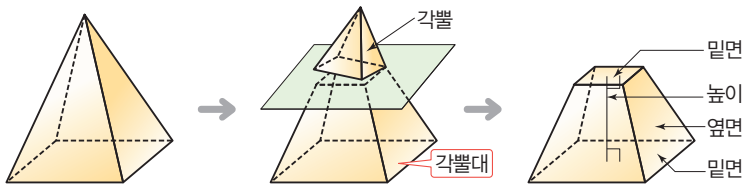
(1) 

(2) 

(3) 

각뿔대

다음 그림과 같이 각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 다면체 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체를 **각뿔대**라고 한다.

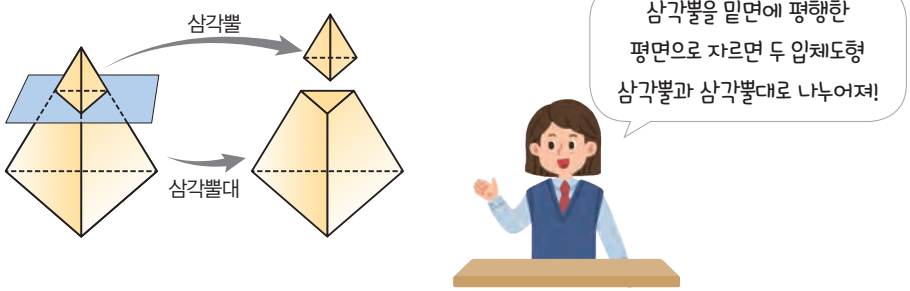


각뿔대에서 서로 평행한 두 면을 밑면, 밑면이 아닌 면을 옆면이라고 한다. 이때 각뿔대의 옆면은 마주 보는 한 쌍의 변이 평행한 사각형이므로 사다리꼴이다. 또, 각뿔대에서 두 밑면에 수직인 선분의 길이를 그 각뿔대의 높이라고 한다.

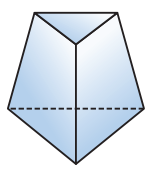
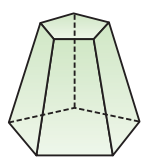
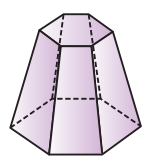
각뿔대는 밑면의 모양에 따라 삼각뿔대, 사각뿔대, 오각뿔대, … 라고 한다.

다면체는 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면체, … 로 분류할 수 있고, 각기둥, 각뿔, 각뿔대는 각각 그 밑면의 모양에 따라 분류한다.

확인하기



2 다음 각뿔대에 대하여 표를 완성하시오.

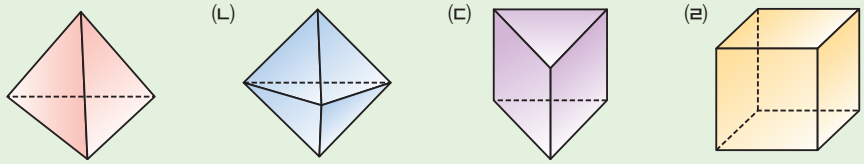
각뿔대	삼각뿔대	오각뿔대	육각뿔대
겨냥도			
밑면의 모양	삼각형		
옆면의 모양		사다리꼴	
꼭짓점의 개수		$5\times2=10$	
모서리의 개수	$3\times3=9$		
면의 개수			$6+2=8$

정다면체는 무엇일까?

생각 펼치기

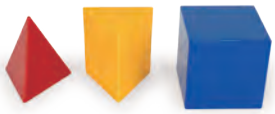
다음 입체도형은 모든 면이 정다각형인 다면체이다. 물음에 답해 보자.

(ㄱ) (ㄴ) (ㄷ) (ㄹ)



1. 모든 면이 합동인 정다각형으로 이루어진 다면체를 찾아보자.
2. 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 모두 같은 다면체를 찾아보자.

교구를 이용하여 입체도형의 모양을 관찰할 수도 있다.



정다면체

다면체 중에서 각 면이 모두 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 모두 같은 다면체를 **정다면체**라고 한다. 생각 펼치기에서 (ㄱ)과 (ㄹ)은 정다면체이다.

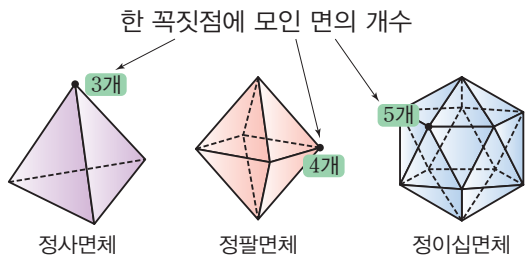
정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 다섯 가지뿐인 것으로 알려져 있다.



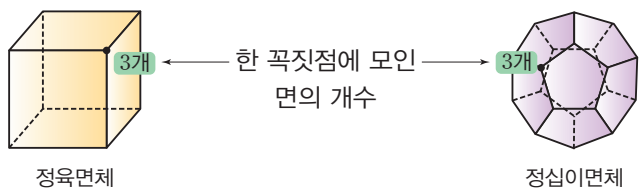
유클리드(Euclid, B.C. 325?~B.C. 265?)는 고대 그리스의 수학자로, 그의 저서 『원론』의 마지막 권인 13권에서 '정다면체가 다섯 가지 이외에는 존재하지 않는다.'는 사실을 증명하였다.
(출처: 계영희 외 8인, 『행복한 교과서, 수학자를 만나다』)

정다면체를 면의 모양에 따라 분류하면 다음과 같다.

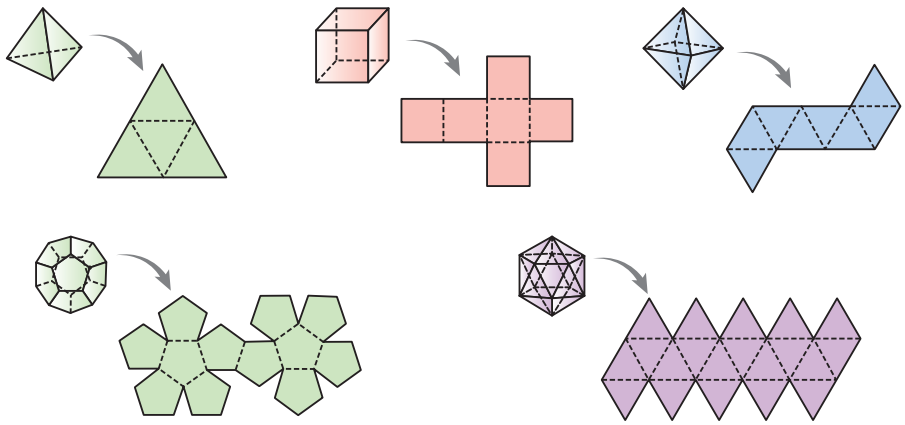
〈면의 모양이 정삼각형인 경우〉



〈면의 모양이 정사각형인 경우〉 〈면의 모양이 정오각형인 경우〉



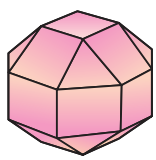
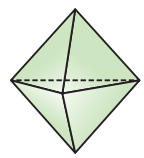
정다면체의 전개도는 여러 가지 방법으로 그릴 수 있는데, 그중 한 가지씩만 그리면 다음과 같다.



3 정다면체에 대하여 다음 표를 완성하시오.

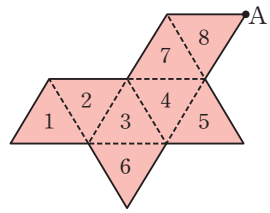
정다면체	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 모양	정삼각형				
한 꼭짓점에 모인 면의 개수	3				5

4 다음 다면체들은 정다면체가 아니다. 그 이유를 친구들에게 설명하시오.

		
각 면이 모두 정다각형으로 이루어져 있다.	각 면이 모두 합동인 도형으로 이루어져 있다.	

더 생각 나아가기 문제 해결 추론

오른쪽 그림은 정팔면체의 전개도를 그린 것이다. 이 전개도를 접어 정팔면체를 만들었을 때, 점 A에 모이는 면을 모두 찾아보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 309쪽

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

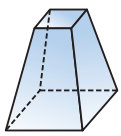
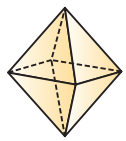
(1) 다각형 모양의 면으로만 둘러싸인 입체도형을 다면체라고 한다. ( )

(2) 각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 다면체 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체를 각뿔대라고 한다. ( )

(3) 다면체 중에서 각 면이 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같은 다면체를 정다면체라고 한다. ( )

2

다음 표를 완성하시오.

입체도형	사각뿔대	정팔면체
겨냥도		
꼭짓점의 개수		
모서리의 개수		
면의 개수		

3

다음 보기 중에서 삼각형 모양의 면을 포함하는 입체도형을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. 삼각기둥　　ㄴ. 육각뿔

ㄷ. 오각기둥　　ㄹ. 사각뿔대

4

다음 조건을 모두 만족시키는 다면체의 이름을 말하시오.

(가) 각 면이 모두 합동인 정삼각형이다.

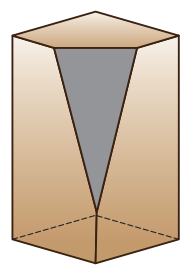
(나) 각 꼭짓점에 모인 면의 개수는 5이다.

5

면의 개수가 8인 각뿔대의 모서리의 개수를 a, 꼭짓점의 개수를 b라고 할 때, $b-a$의 값을 구하시오.

6 실생활 추론

어느 공장에서는 오른쪽 그림과 같이 직육면체 모양의 나무 조각의 일부를 잘라내어 상패를 제작한다. 이 입체도형의 꼭짓점의 개수, 모서리의 개수, 면의 개수를 각각 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/1LMqhyJy6SCyyEFP

자기 평가

다양한 교구를 이용하여 다면체의 성질을 탐구하고, 이를 설명할 수 있다.	
주변에서 다면체의 성질을 찾아보고 수학에 관심을 갖는다.	

수학으로 세상보기

정다면체가 다섯 가지인 이유

공학 도구

추론 의사소통 정보처리

| 정답과 해설 309쪽 |

정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 다섯 가지뿐이다. 알지오매스를 이용하여 다음 단계에 따라 여러 가지 정다면체의 전개도를 살펴보자.

1 전개도를 눌러 

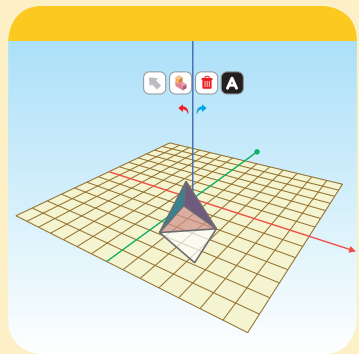
에서 원하는 정사면체의 전개도를 선택한다.

2 화면에 한 점을 눌러 기준으로 할 면을 조절한 뒤, 한 번 더 눌러 그 면으로 만들어지는 전개도를 펼친다.

3 접기를 누른 뒤, 기준면을 두 번 누르면 전개도가 접힌다. 다른 면을 기준면으로 선택하면 그 기준면을 중심으로 전개도가 접힌다.

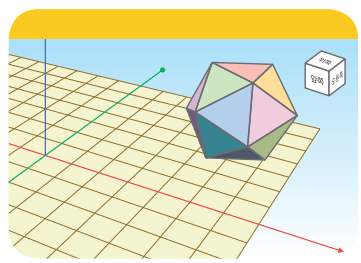
4 접힌 면들을 하나씩 눌러 다시 펴 보면서 다면체를 살펴본다.

5 정사면체 외에 다른 정다면체들도 같은 방법으로 살펴본다.



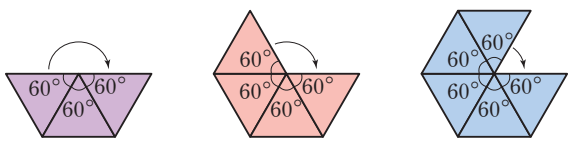
정다면체 중에서 면이 정삼각형으로 이루어진 정사면체, 정팔면체, 정이십면체를 전개도와 접기를 눌러 접히는 모습을 살펴보자. 또, 

을 이용하여 시점을 바꾸어 가며 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수를 관찰하면 각각 3, 4, 5개인 것을 알 수 있다.



정이십면체의 관찰 모습

1 한 꼭짓점에 모인 정삼각형이 6개이면 정다면체를 만들 수 있는지 판단하고, 정다면체를 만들 수 없다면 그 이유를 친구들과 이야기해 보자.



2 각 면이 정사각형, 정오각형인 정다면체는 왜 한 가지씩만 있는지 그 이유를 친구들과 이야기해 보자.

https://code.jihak.co.kr/qr/lLY1AdRxKFCmi4r7

02 회전체

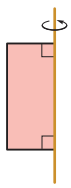
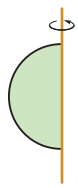
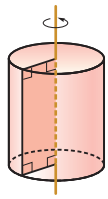
【 학습 목표 】 구체적인 모형이나 공학 도구를 이용하여 회전체의 성질을 탐구하고, 이를 설명할 수 있다.

회전체는 무엇일까?

생각 펼치기

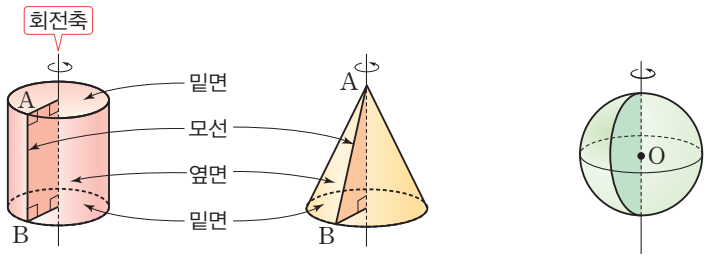
다음 그림과 같이 빨대에 직사각형, 직각삼각형, 반원 모양의 종이를 붙여서 빨대를 축으로 하여 회전시켜 보고, 표를 완성해 보자. 또, 어떤 입체도형이 만들어지는지 말해 보자.



직사각형	직각삼각형	반원
		
		

회전체

생각 펼치기와 같이 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형을 **회전체**라 하고, 축으로 사용한 직선을 **회전축**, 회전하면서 옆면을 만드는 선분을 그 회전체의 모선이라고 한다. 다음 그림과 같이 직사각형을 1회전 시키면 원기둥, 직각삼각형을 1회전 시키면 원뿔, 반원을 1회전 시키면 구가 생긴다.

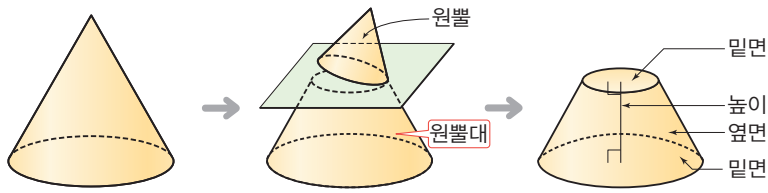


위의 그림에서 선분 AB를 1회전 시켜 생기는 면을 각 회전체의 옆면이라고 한다. 또, 반원의 중심 O를 구의 중심, 반원의 반지름을 구의 반지름이라고 한다.

원뿔대

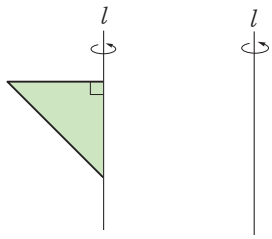
다음 그림과 같이 원뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 원뿔이 아닌 쪽의 입체도형을 **원뿔대**라고 한다.

원뿔대에서 서로 평행한 두 면을 밑면이라 하고, 밑면이 아닌 곡면을 옆면이라고 한다. 또, 원뿔대의 두 밑면에 수직인 선분의 길이를 원뿔대의 높이라고 한다.

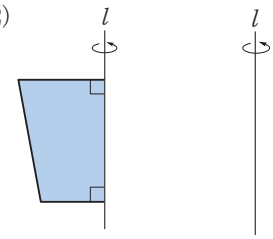


1 다음 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그리시오.

(1)

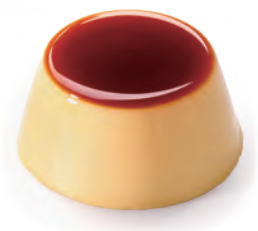


(2)



2 다음 회전체는 어떤 평면도형을 1회전 시킨 것인지 그리고, 회전축을 표시하시오.

(1)



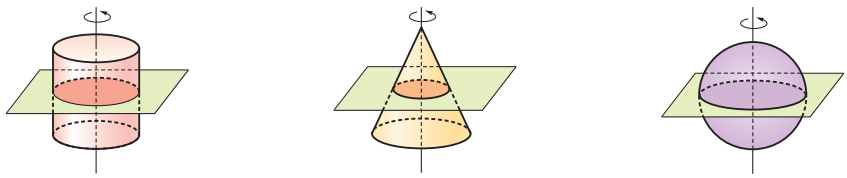
(2)



회전체는 어떤 성질이 있을까?

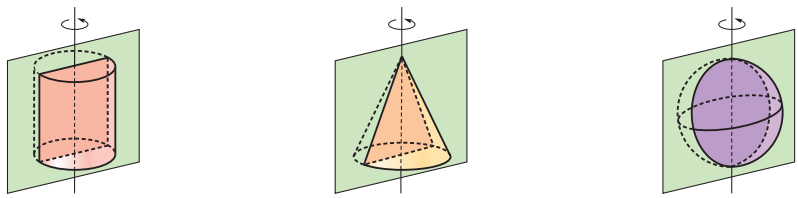
회전체의 성질

입체도형을 평면으로 자를 때 생기는 도형의 면을 단면이라고 한다. 다음 그림과 같이 원기둥, 원뿔, 구를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 경계는 모두 원이다.



한 평면도형을 어떤 직선으로 접어서 완전히 겹쳐지는 도형을 선대칭도형이라 하고, 이때 그 직선을 대칭축이라고 한다.

또, 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 모두 합동이고 다음 그림과 같이 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.

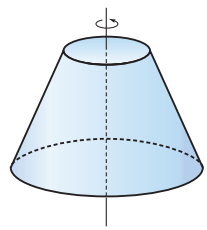


일반적으로 회전체는 다음과 같은 성질이 있다.

회전체의 성질

1. 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자르면, 그 단면의 경계는 항상 원이다.
2. 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자르면, 그 단면은 모두 합동이고, 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.

3 다음 회전체를 회전축에 수직인 평면과 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 어떤 도형인지 말하시오.



생각 더하기 추론 의사소통

한 평면으로 자를 때, 어떤 방향으로 자르더라도 그 단면의 경계가 항상 원이 되는 회전체는 어떤 도형인지 친구들과 이야기해 보자. 또, 그 단면의 넓이를 가장 크게 하려면 어떻게 잘라야 하는지 이야기해 보자.

스스로 점검하기

정답과 해설 309쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형을 [ ](이)라고 한다.

(2) 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자르면, 그 단면의 경계는 항상 [ ]이다.

(3) 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자르면, 그 단면은 모두 [ ]이고, 회전축을 대칭축으로 하는 [ ]이다.

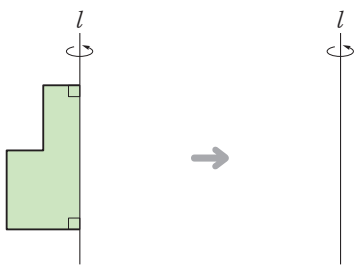
2

다음 입체도형을 다면체와 회전체로 각각 구분하시오.

삼각기둥	육각뿔	오각기둥
사각뿔대	원뿔	정팔면체
구	원뿔대	

3

다음 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시켰을 때 생기는 회전체를 그리시오.



4

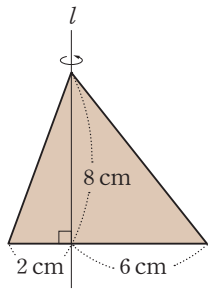
다음 보기 중에서 회전체와 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양을 연결한 것으로 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. 원기둥 — 직사각형
ㄴ. 원뿔 — 정삼각형
ㄷ. 원뿔대 — 평행사변형
ㄹ. 구 — 원

5

오른쪽 그림과 같이 밑변의 길이가 8 cm, 높이가 8 cm인 삼각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킨 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 잘라서 생기는 단면의 넓이를 구하시오.



6 실생활

추론

오른쪽 그림과 같은 팽이를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면을 그리시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/Qn6zULLZ0tjcvDEM

자기 평가

다양한 교구를 이용하여 회전체의 성질을 탐구하고, 이를 설명할 수 있다.	
주변에서 회전체를 찾아보고 탐구하면서 수학에 흥미를 갖는다.	

03 기둥의 겉넓이와 부피

[학습 목표] 기둥의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

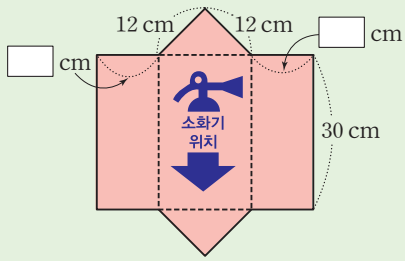
기둥의 겉넓이는 어떻게 구할까?

생각 펼치기

안전·건강 교육



노을이는 친구들이 교실에 있는 소화기를 잘 볼 수 있도록 삼각기둥 모양의 소화기 위치 표시 안내판을 만들려고 한다. 오른쪽 그림과 같은 안내판의 전개도를 먼저 만들고자 할 때, 다음 물음에 답해 보자.



1. 전개도의 빈칸에 알맞은 수를 써넣어 보자.

2. 소화기 안내판을 만드는 데 필요한 종이의 넓이를 구하는 방법을 말해 보자.

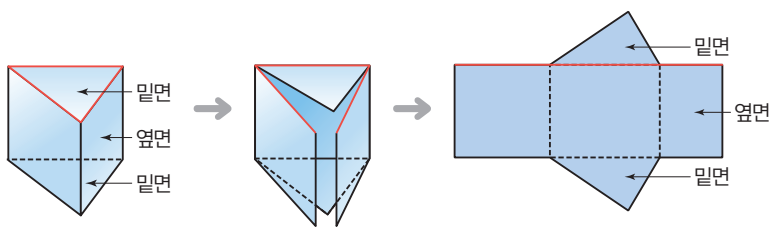
기둥의 겉넓이

입체도형에서 한 밑면의 넓이를 밑넓이, 옆면 전체의 넓이를 옆넓이라고 한다.

기둥의 겉넓이는 전개도를 이용하면 편리하게 구할 수 있다.

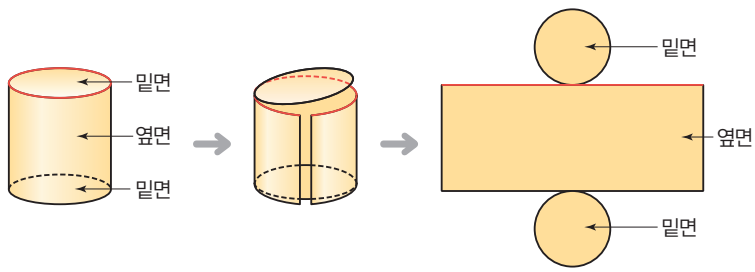
각기둥의 전개도는 다음 그림과 같이 서로 합동인 두 밑면과 직사각형 모양의 옆면으로 이루어져 있다. 따라서 각기둥의 겉넓이는 두 밑넓이와 옆넓이의 합으로 구할 수 있다.

각기둥의 전개도에서 옆면을 이루는 직사각형의 가로의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같다.



원기둥의 전개도는 다음 그림과 같이 서로 합동인 두 개의 밑면과 직사각형 모양의 옆면으로 이루어져 있다. 따라서 원기둥의 겉넓이도 두 밑넓이와 옆넓이의 합으로 구할 수 있다.

원기둥의 전개도에서 옆면을 이루는 직사각형의 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

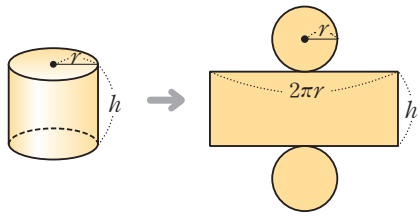


이상을 정리하면 다음과 같다.

기둥의 겉넓이

(기둥의 겉넓이)=(밑넓이)×2+(옆넓이)

특히, 밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원기둥에서 옆면의 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이 $2\pi r$와 같고, 세로의 길이는 높이 h와 같으므로



$$(\text{옆넓이})=(\text{직사각형의 넓이})=2\pi rh$$

$$(\text{밑넓이})=(\text{원의 넓이})=\pi r^2$$

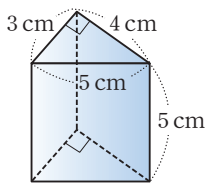
이다. 따라서 밑면의 반지름의 길이가 r이고 높이가 h인 원기둥의 겉넓이 S는

$$S=2\pi r^2+2\pi rh$$

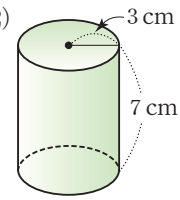
이다.

함께 해 보기 1 다음 기둥의 겉넓이를 구하시오.

(1)



(2)

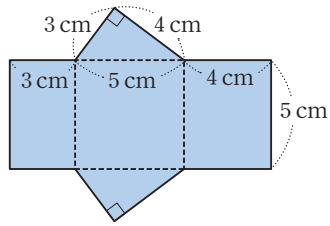


풀이 (1) $(\text{밑넓이})=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=(3+5+4)\times 5=60(\text{cm}^2)$

$(\text{겉넓이})=(\text{밑넓이})\times 2+(\text{옆넓이})$

$=6\times 2+60=72(\text{cm}^2)$

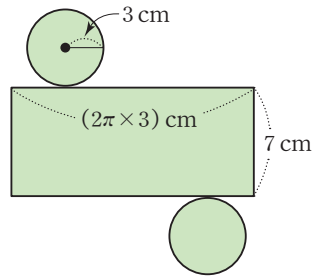


(2) $(\text{밑넓이})=\pi\times 3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=(2\pi\times 3)\times 7=42\pi(\text{cm}^2)$

$(\text{겉넓이})=(\text{밑넓이})\times 2+(\text{옆넓이})$

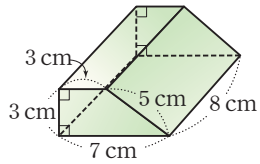
$=9\pi\times 2+42\pi=60\pi(\text{cm}^2)$



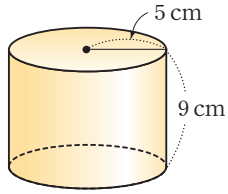
답 (1) 72 cm^2 (2) 60π cm^2

1 다음 기둥의 겉넓이를 구하시오.

(1)



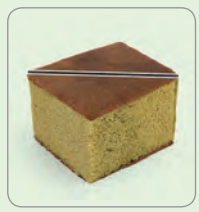
(2)



기둥의 부피는 어떻게 구할까?

생각 펼치기

재민이는 오른쪽 그림과 같이 모양과 크기가 같은 두 직육면체 모양의 케이크를 준비했다. 검은 선을 따라 두 가지 방법으로 삼각기둥 모양의 케이크를 각각 자를 때, 다음 물음에 답해 보자.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

1. 〈그림 1〉에서 한 삼각기둥 모양 케이크의 밑넓이는 직육면체 모양 케이크의 밑넓이의 몇 배인지 말해 보자.

2. 〈그림 2〉에서 가장 큰 삼각기둥 모양 케이크의 밑넓이는 직육면체 모양 케이크의 밑넓이의 몇 배인지 말해 보자.

3. **1**과 **2**에서 말한 삼각기둥 모양 케이크의 부피는 각각 직육면체 모양 케이크의 부피의 몇 배가 될지 말해 보자.

기둥의 부피

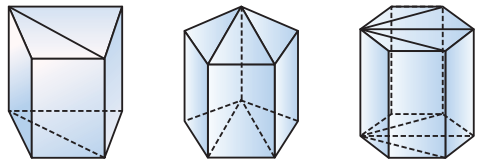
생각 펼치기에서 삼각기둥 모양 케이크의 밑넓이는 직육면체 모양 케이크의 밑넓이의 $\frac{1}{2}$이고, 삼각기둥 모양 케이크의 부피도 직육면체 모양 케이크의 부피의 $\frac{1}{2}$이다.

따라서 삼각기둥의 부피는 다음과 같이 구할 수 있다.

(직육면체의 부피)
=(밑넓이)×(높이)

$$\begin{aligned}(\text{삼각기둥의 부피}) &= \frac{1}{2}\times(\text{직육면체의 부피}) \\ &= \frac{1}{2}\times\{(\text{직육면체의 밑넓이})\times(\text{높이})\} \\ &= \left\{\frac{1}{2}\times(\text{직육면체의 밑넓이})\right\}\times(\text{높이}) \\ &= (\text{삼각기둥의 밑넓이})\times(\text{높이})\end{aligned}$$

일반적으로 사각기둥, 오각기둥, 육각기둥과 같은 각기둥의 부피도 다음 그림과 같이 몇 개의 삼각기둥으로 나누어 삼각기둥들의 부피의 합으로 구할 수 있다.



이때 각기둥의 밑넓이는 나누어진 삼각기둥의 밑넓이의 합과 같으므로

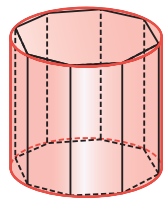
(각기둥의 부피) = (밑넓이) × (높이)

이다.



조선 시대에는 어느 방향에서 비가 오더라도 일정한 양이 담길 수 있는 원기둥 모양의 측우기를 만들어 강우량을 측정하였다.

한편, 오른쪽 그림과 같이 원기둥 속에 밑면이 정다각형인 각기둥을 만들고, 밑면인 정다각형의 변의 개수를 한없이 늘려가면 각기둥은 점점 더 원기둥에 가까워진다.



따라서 원기둥의 부피도 각기둥과 같은 방법으로 구하면

(원기둥의 부피) = (밑넓이) × (높이)

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

기둥의 부피

(기둥의 부피) = (밑넓이) × (높이)

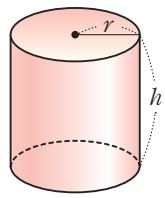
특히, 밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원기둥에서

(밑넓이) = πr^2

이므로 원기둥의 부피 V는

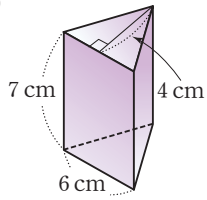
$V = \pi r^2 h$

이다.

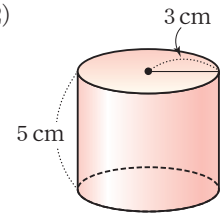


함께 해 보기 2 다음 기둥의 부피를 구하시오.

(1)



(2)



풀이 (1) $(\text{밑넓이})=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12(\text{cm}^2)$이므로

$(\text{부피})=(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$

$=12\times 7=84(\text{cm}^3)$

(2) $(\text{밑넓이})=\pi\times 3^2=9\pi(\text{cm}^2)$이므로

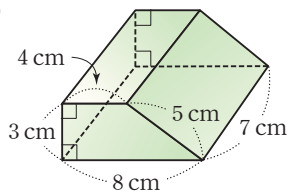
$(\text{부피})=(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$

$=9\pi\times 5=45\pi(\text{cm}^3)$

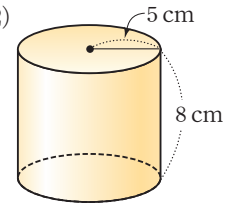
답 (1) $84\ \text{cm}^3$ (2) $45\pi\ \text{cm}^3$

2 다음 기둥의 부피를 구하시오.

(1)

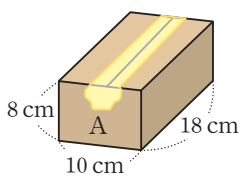


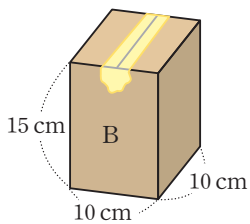
(2)

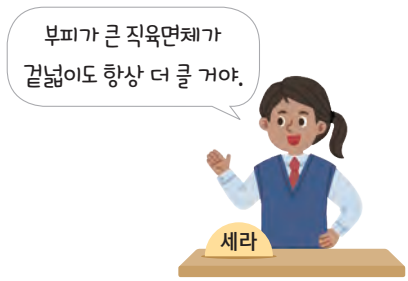


더 생각 나아가기 추론 의사소통

세라는 직육면체 모양의 상자를 포장하면서 다음과 같이 추측하였다. 세라의 추측이 옳은지 판단하고, 그 이유를 친구들과 이야기해 보자.







스스로 점검하기

정답과 해설 310쪽

1

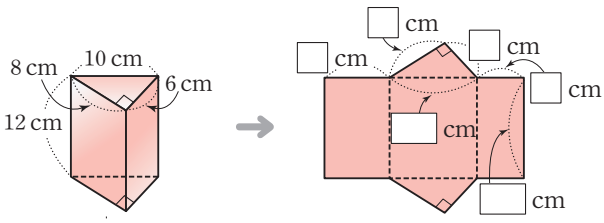
다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) (기둥의 겉넓이) = (□) × 2 + (□)

(2) (기둥의 부피) = (□) × (□)

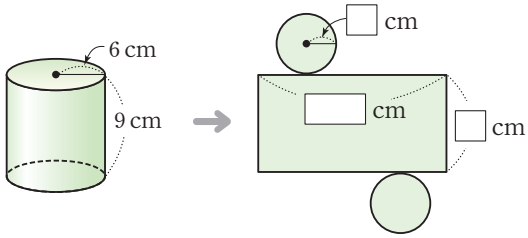
2

다음 그림에서 □ 안에 알맞은 수를 각각 써넣고, 삼각기둥의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.



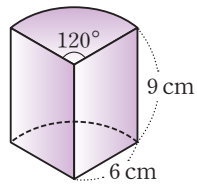
3

다음 그림에서 □ 안에 알맞은 수를 각각 써넣고, 원기둥의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.



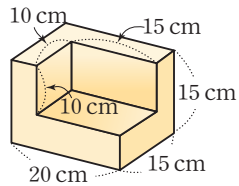
4

오른쪽 기둥의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.



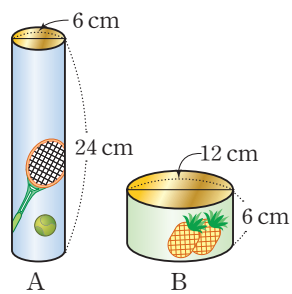
5

오른쪽 그림은 직육면체에서 작은 직육면체를 잘라낸 입체도형이다. 이 입체도형의 겉넓이를 구하시오.



6 실생활 추론

오른쪽 그림은 어느 공장에서 생산하는 부피가 같은 원기둥 모양의 캔 A, B이다. 같은 재료를 사용하여 두 캔을 만들 때, 재료비가 적게 드는 것은 무엇인지 구하시오. (단, 재료비는 겉넓이에 비례한다.)



https://code.jihak.co.kr/qr/6t8lxDSlyLdmtdYx

자기 평가		
	기둥의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.	
	실생활에서 기둥 모양의 도형을 찾아보고 입체도형에 흥미와 관심을 갖는다.	

04 뿔의 겉넓이와 부피

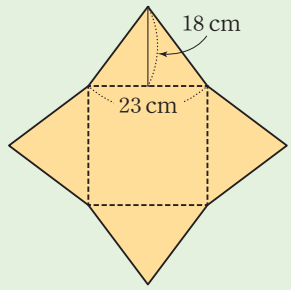
[학습 목표] 뿔의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

뿔의 겉넓이는 어떻게 구할까?

생각 펼치기



주안이는 고대 유적인 피라미드의 축소판을 만들려고 한다. 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔 전개도를 먼저 만들고자 할 때, 다음 물음에 답해 보자.

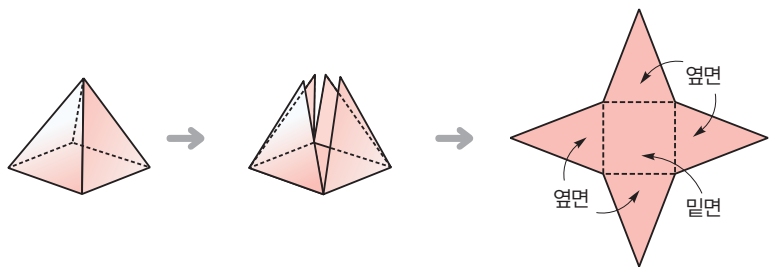


1. 피라미드 축소판의 밑면과 옆면의 모양을 각각 말해 보자.
2. 피라미드 축소판을 만드는 데 필요한 종이의 넓이를 구하는 방법을 말해 보자.

뿔의 겉넓이

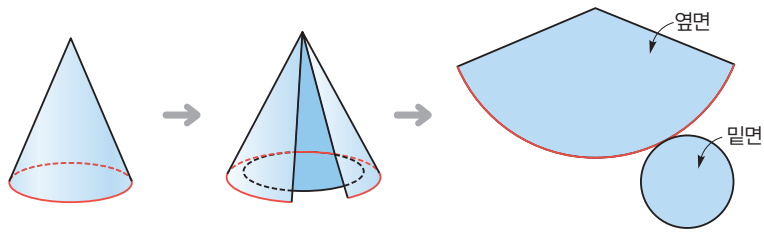
기둥과 마찬가지로 뿔의 겉넓이도 전개도를 이용하여 구할 수 있다.

각뿔의 전개도는 다음 그림과 같이 다각형 모양의 밑면과 삼각형 모양의 옆면으로 이루어져 있다. 따라서 각뿔의 겉넓이는 밑넓이와 옆넓이의 합으로 구할 수 있다.



또, 원뿔의 전개도는 다음 그림과 같이 원 모양의 밑면과 부채꼴 모양의 옆면으로 이루어져 있다. 따라서 원뿔의 겉넓이도 밑넓이와 옆넓이의 합으로 구할 수 있다.

원뿔의 옆면인 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

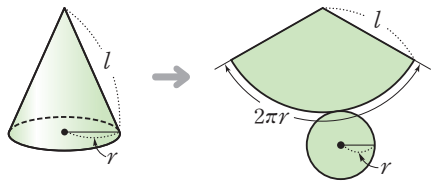


이상을 정리하면 다음과 같다.

뿔의 겉넓이

(뿔의 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

특히, 밑면의 반지름의 길이가 r, 모선의 길이가 l인 원뿔에서



$$(\text{밑넓이})=(\text{원의 넓이})=\pi r^2$$

$$(\text{옆넓이})=(\text{부채꼴의 넓이})$$

$$=\frac{1}{2}\times 2\pi r\times l=\pi rl$$

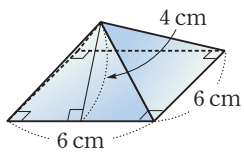
이다. 따라서 밑면의 반지름의 길이가 r이고 모선의 길이가 l인 원뿔의 겉넓이 S는

$$S=\pi r^2+\pi rl$$

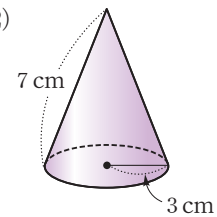
이다.

함께 해 보기 1 다음 뿔의 겉넓이를 구하시오. (단, 사각뿔의 옆면은 모두 합동이다.)

(1)



(2)

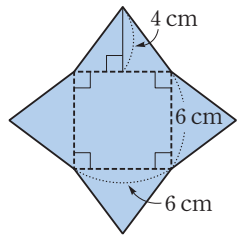


풀이 (1) $(\text{밑넓이})=6\times 6=36(\text{cm}^2)$

$$(\text{옆넓이})=4\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 4\right)=48(\text{cm}^2)$$

$$(\text{겉넓이})=(\text{밑넓이})+(\text{옆넓이})$$

$$=36+48=84(\text{cm}^2)$$

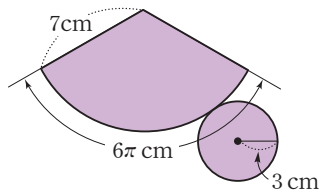


(2) $(\text{밑넓이})=\pi\times 3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

$$(\text{옆넓이})=\frac{1}{2}\times 6\pi\times 7=21\pi(\text{cm}^2)$$

$$(\text{겉넓이})=(\text{밑넓이})+(\text{옆넓이})$$

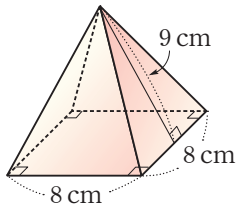
$$=9\pi+21\pi=30\pi(\text{cm}^2)$$



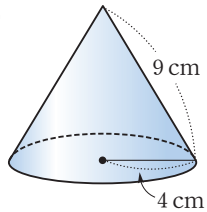
답 (1) $84\ \text{cm}^2$ (2) $30\pi\ \text{cm}^2$

1 다음 뿔의 겉넓이를 구하시오. (단, 사각뿔의 옆면은 모두 합동이다.)

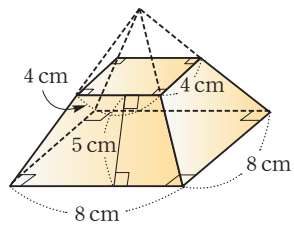
(1)



(2)



2 오른쪽 사각뿔대의 겉넓이를 구하시오. (단, 사각뿔대의 옆면은 모두 합동이다.)



뿔의 부피는 어떻게 구할까?

생각 펼치기

다음과 같이 밑면이 합동이고, 높이가 같은 사각뿔 모양의 그릇과 사각기둥 모양의 그릇이 있다. 이 사각뿔 모양의 그릇에 서로 다른 색의 모래를 가득 채워서 사각기둥 모양의 그릇에 세 번 부으면 사각기둥이 가득 채워진다. 물음에 답해 보자.



1. 사각뿔의 부피와 사각기둥의 부피 사이에는 어떤 관계가 있는지 말해 보자.

뿔의 부피

생각 펼치기에서 사각뿔 모양의 그릇에 모래를 가득 채워서 3번 부으면 사각기둥 모양의 그릇을 가득 채울 수 있다. 즉, 사각뿔의 부피는 사각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$이다.



카발리에리(Cavalieri, F. B., 1598~1647)는 이탈리아의 수학자로, '밑면이 서로 합동이고 높이가 서로 같은 뿔은 모두 그 부피가 같다.'는 원리를 발견하였다. (출처: 정영우 외 1인, 「각뿔의 부피 구하기에 대한 수학사적 고찰」)

일반적으로 각뿔과 원뿔의 부피는 밑면이 합동이고 높이가 각각 같은 각기둥과 원기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$임이 알려져 있다. 따라서 뿔의 부피는

$$(\text{뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(\text{기둥의 부피})=\frac{1}{3}\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

뿔의 부피

$$(\text{뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$$

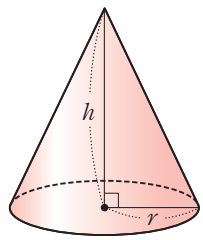
특히, 밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원뿔에서

$$(\text{밑넓이})=\pi r^2$$

이므로 원뿔의 부피 V는

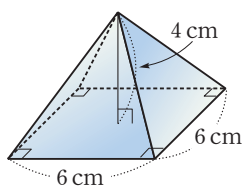
$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

이다.

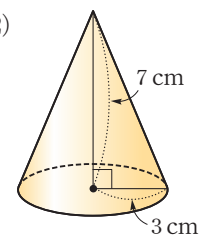


함께 해 보기 2 다음 뿔의 부피를 구하시오. (단, 사각뿔의 옆면은 모두 합동이다.)

(1)



(2)



풀이 (1) $(\text{밑넓이})=6\times6=36(\text{cm}^2)$

$$(\text{부피})=\frac{1}{3}\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$$
$$=\frac{1}{3}\times36\times4=48(\text{cm}^3)$$

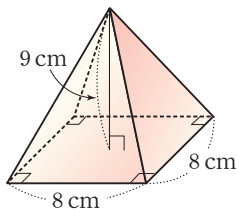
(2) $(\text{밑넓이})=\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

$$(\text{부피})=\frac{1}{3}\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$$
$$=\frac{1}{3}\times9\pi\times7=21\pi(\text{cm}^3)$$

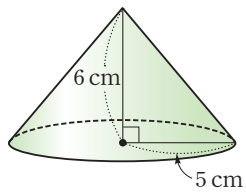
답 (1) $48\ \text{cm}^3$ (2) $21\pi\ \text{cm}^3$

3 다음 뿔의 부피를 구하시오. (단, 사각뿔의 옆면은 모두 합동이다.)

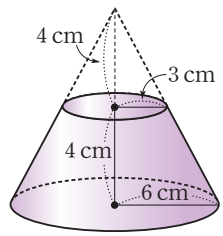
(1)



(2)

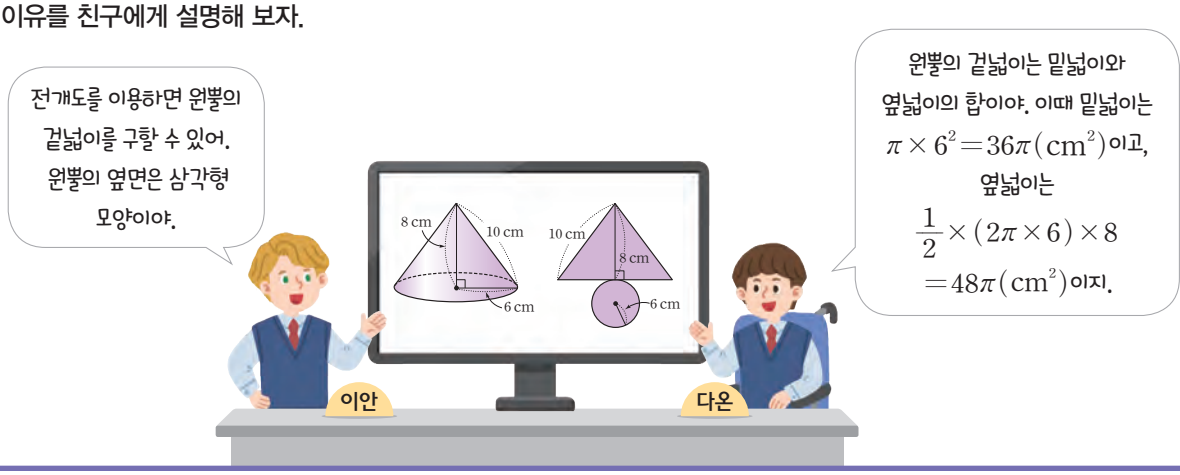


4 오른쪽 원뿔대의 부피를 구하시오.



더 생각 나아가기 문제 해결 추론 의사소통

다음은 원뿔의 겉넓이를 구하는 과정에서 이안이와 다온이가 나눈 대화이다. 잘못된 부분을 모두 찾아 바르게 고치고, 그 이유를 친구에게 설명해 보자.



스스로 점검하기

정답과 해설 311쪽

1

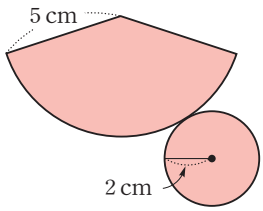
다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) (뿔의 겉넓이) = ( ) + ( )

(2) (뿔의 부피) = $\frac{\square}{\square}$ × ( ) × ( )

2

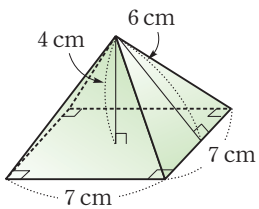
오른쪽 그림과 같은 전개도로 만들어지는 원뿔의 겉넓이를 구하시오.



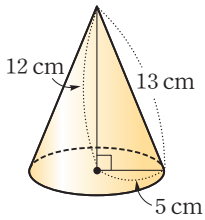
3

다음 뿔의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오. (단, 사각뿔의 옆면은 모두 합동이다.)

(1)

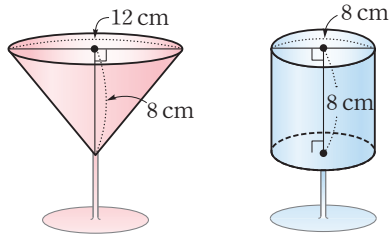


(2)



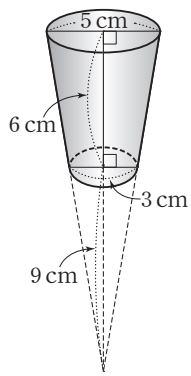
4

다음 그림과 같은 원뿔과 원기둥 모양의 잔에 음료를 가득 채울 때, 더 많은 음료가 들어가는 잔은 무엇인지 구하시오. (단, 잔의 두께는 생각하지 않는다.)



5 실생활 연결

오른쪽 그림은 어느 공장에서 생산하는 원뿔대 모양의 정수기용 종이컵에 연장선을 그은 것이다. 다음 물음에 답하시오. (단, 종이의 두께는 생각하지 않으며, $\pi = 3.14$로 계산한다.)



(1) 종이컵에 물을 가득 채울 때, 물의 부피를 구하시오.

(2) 태윤이가 가지고 있는 재사용 물병의 부피가 140 cm^3일 때, 종이컵을 최소한 몇 번 사용해야 물병을 가득 채울 수 있는지 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/nFe15ZrMM0TdhMAK

자기 평가

뿔의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.	
구체적인 사물과 전개도를 이용하여 뿔의 성질을 탐구하고 설명할 수 있다.	

05 구의 겉넓이와 부피

[학습 목표] 구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

구의 겉넓이는 어떻게 구할까?

생각 펼치기

다음 단계에 따라 구 모양의 오렌지를 이용하여 구의 겉넓이와 원의 넓이 사이의 관계를 알아보려고 한다. 물음에 답해 보자.



❶ 오렌지의 껍질을 모두 벗겨 보자.



❷ 오렌지를 반으로 자른 단면과 반지름의 길이가 같은 원을 여러 개 그려 보자.



❸ 오렌지의 껍질로 몇 개의 원이 채워지는지 알아보자.

1. ❸에서 오렌지의 껍질은 몇 개의 원을 채울 수 있는지 말해 보자.

2. 구의 겉넓이와 원의 넓이 사이에는 어떤 관계가 있는지 말해 보자.

구의 겉넓이



아르키메데스(Archimedes, B.C. 287?~B.C. 212)는 고대 그리스의 수학자로, 구의 겉넓이는 그 구와 반지름이 같은 원의 넓이의 4배임을 증명하였다.
(출처: 김화영, 『교과서를 만든 수학자들』)

생각 펼치기에서 알 수 있듯이 일반적으로 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이는 반지름의 길이가 r인 원의 넓이의 4배가 된다. 따라서 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이는

$$(\text{구의 겉넓이}) = 4 \times (\text{원의 넓이}) = 4 \times \pi r^2 = 4\pi r^2$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

구의 겉넓이

반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이 S는

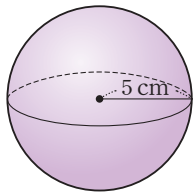
$$S = 4\pi r^2$$

확인하기 반지름의 길이가 3 cm인 구의 겉넓이 S는

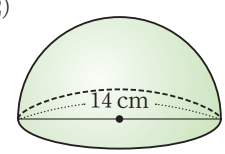
$S = 4\pi \times \square = \square\,(\text{cm}^2)$

1 다음 입체도형의 겉넓이를 구하시오.

(1)



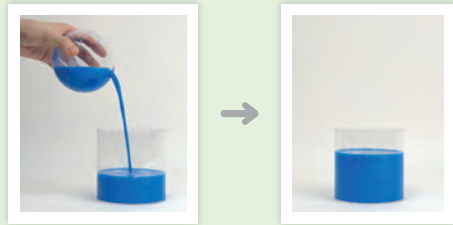
(2)



구의 부피는 어떻게 구할까?

생각 펼치기

오른쪽 그림과 같이 구 모양의 그릇에 물을 가득 채워서 원기둥 모양의 그릇에 붓는 실험을 하였다. 구의 지름의 길이와 원기둥 밑면의 지름의 길이, 원기둥의 높이가 모두 같을 때, 다음 물음에 답해 보자.



1. 구 모양의 그릇의 물을 원기둥 모양 그릇에 모두 부으면 원기둥의 높이의 몇 분의 몇까지 차오르는지 말해 보자.

2. 구의 부피와 원기둥의 부피 사이에는 어떤 관계가 있는지 말해 보자.

구의 부피

생각 펼치기에서 알 수 있듯이 일반적으로 반지름의 길이가 r인 구의 부피는 밑면의 반지름의 길이가 r이고 높이가 $2r$인 원기둥의 부피의 $\frac{2}{3}$이다. 따라서 반지름의 길이가 r인 구의 부피는

$$(\text{구의 부피})=\frac{2}{3}\times(\text{원기둥의 부피})=\frac{2}{3}\times(\pi r^2\times 2r)=\frac{4}{3}\pi r^3$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

구의 부피

반지름의 길이가 r인 구의 부피 V는

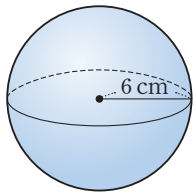
$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

확인하기 반지름의 길이가 3 cm인 구의 부피 V는

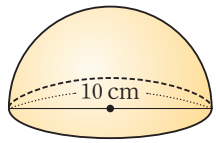
$$V=\frac{4}{3}\pi\times\square=\square\,(\text{cm}^3)$$

2 다음 입체도형의 부피를 구하시오.

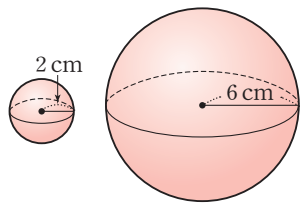
(1)



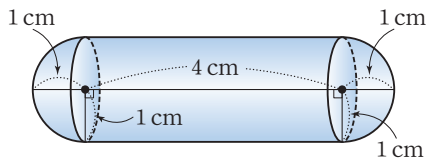
(2)



3 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 2 cm, 6 cm인 두 구의 부피의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내시오.



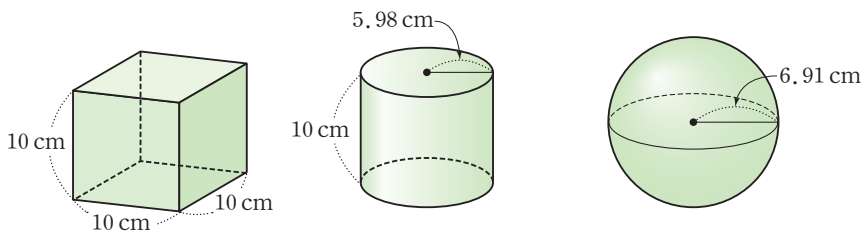
4 다음 그림과 같은 입체도형의 부피를 구하시오.



생각 더 나아가기

추론 의사소통 정보처리

다음 그림은 겉넓이가 모두 약 600 cm^2인 사각기둥, 원기둥, 구이다. 물음에 답해 보자.



(1) 사각기둥, 원기둥, 구의 부피를 각각 구해 보자. (단, 원주율은 3.14로 계산하고, 반올림하여 소수 둘째 자리까지 나타낸다.)

(2) (1)의 결과를 바탕으로 겉넓이가 같을 때, 입체도형의 모양과 그 부피 사이의 관계에 대해 설명해 보자.

스스로 점검하기

정답과 해설 311쪽

1

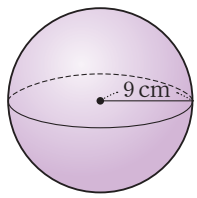
다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이는 [ ] 이다.

(2) 반지름의 길이가 r인 구의 부피는 [ ] 이다.

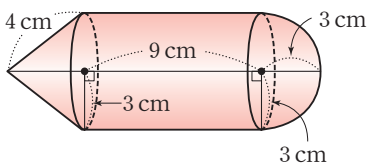
2

오른쪽 구의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.



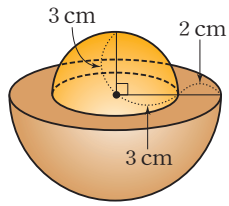
3

다음 그림과 같은 입체도형의 겉넓이를 구하시오.



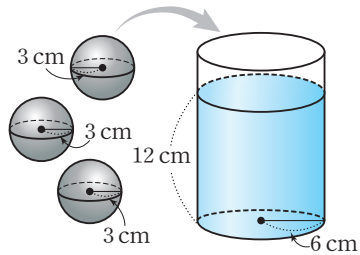
4

오른쪽 그림은 반지름의 길이가 서로 다른 두 개의 반구를 포개어 놓은 것이다. 이 입체도형의 겉넓이를 구하시오.



5 실생활 추론

다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6 cm인 원기둥 모양의 그릇에 물의 높이가 12 cm가 되도록 물을 채웠다. 이 그릇에 반지름의 길이가 3 cm인 구 모양의 쇠구슬 세 개를 물에 완전히 잠기도록 넣을 때, 올라간 물의 높이를 구하시오. (단, 물은 넘치지 않는다고 한다.)



https://code.jihak.co.kr/qr/ap39rymJqDiNSHjN

자기 평가		
	구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.	
	실생활에서 구 모양의 도형을 찾아보고 입체도형에 흥미를 갖는다.	

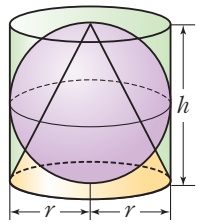
수학으로 세상보기

입체도형을 연구한 수학자, 아르키메데스

연결



고대 그리스의 수학자이자 물리학자인 아르키메데스(Archimedes, B.C. 287?~B.C. 212)는 원주율, 포물선을 비롯한 수학적 지식을 연구하고, 지렛대, 나선식 펌프, 기중기를 비롯한 발명품을 만들었다. 그의 수많은 업적 중에서 원뿔, 구, 원기둥의 부피 사이의 관계에 대한 연구가 있는데, 그 내용은 다음과 같다.



오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 r인 원기둥 안에 꼭 맞게 들어가는 원뿔과 구가 있다고 하면 원기둥과 원뿔의 높이는 구의 지름의 길이와 같다. 즉,

$$h=2r$$

이다.

이때 원뿔, 구, 원기둥의 부피를 각각 구하면

$$(\text{원뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times 2r=\frac{2}{3}\pi r^3$$

$$(\text{구의 부피})=\frac{4}{3}\pi r^3$$

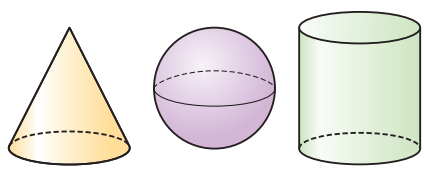
$$(\text{원기둥의 부피})=(\text{밑넓이})\times(\text{높이})=\pi r^2\times 2r=2\pi r^3$$

이다.

따라서 원뿔, 구, 원기둥의 부피의 비는

$$\frac{2}{3}\pi r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3 : 2\pi r^3 = 1 : 2 : 3$$

이다.





아르키메데스는 이 연구 업적을 자랑스러워하며 "이보다 아름다운 것은 없을 거야! 내가 죽으면 이 발견을 내 묘비에 새겨 주게."라고 말했다고 한다. 아르키메데스가 죽은 이후 그의 친구와 제자들은 원기둥과 그 안에 꼭 맞게 들어간 구가 그려진 그림을 그의 묘비에 새겨 그를 추모했다고 한다.

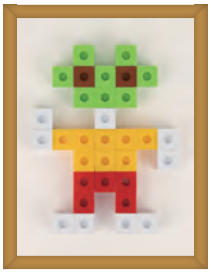
(출처: 홍갑주, 『아르키메데스가 들려주는 무게중심과 회전체 이야기』)

연결큐브로 만드는 정육면체 퍼즐

연결큐브는 상하좌우가 모두 결합이 가능한 플라스틱 큐브이다. 연결큐브는 모양판 위에 배치하여 다양한 모양을 만들기도 하고, 덧셈과 뺄셈, 길이를 비교하는 데 활용하기도 하며, 색이 다른 연결큐브를 연결하여 규칙을 만들고 이를 활용한 놀이를 할 수도 있다. 연결큐브를 이용하면 평면도형뿐만 아니라 다양한 입체도형도 만들 수 있다.



연결큐브


연결큐브로 만든 작품

연결큐브를 이용하여 정육면체 모형을 만들어 보자. [준비물: 연결큐브]

1 오른쪽 그림과 같이 한 모서리에 연결큐브가 4개씩 들어가고, 겉면만 연결큐브로 둘러싸인 정육면체 모형을 만들 때 필요한 연결큐브의 개수를 생각해 보자.



2 다음 단계에 따라 연결큐브를 연결해 보면서 **1**과 같은 정육면체 모형을 만들기 위해서는 A 모형과 B 모형을 각각 몇 개씩 사용해야 할지 말해 보자. 또, 그 이유를 A 모형과 B 모형에 사용된 연결큐브의 개수와 관련지어 친구에게 설명해 보자.

❶ 다음 그림과 같이 A 모형과 B 모형을 만든다.


A 모형

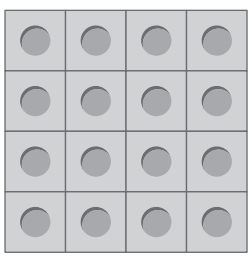

B 모형

❷ 오른쪽 그림과 같이 A 모형과 B 모형을 결합한다.



3 한 모서리에 연결큐브가 4개씩 들어가는 정육면체 모형을 **2**의 B 모형 4개로 옆면을 구성하여 만들려고 할 때, 다음 물음에 답해 보자.

(1) 정육면체 모형의 두 밑면을 각각 어떻게 만들어야 하는지 C 모형의 도안을 오른쪽에 있는 모형판 위에 그리고, 자신의 도안을 친구에게 설명해 보자.



모형판

(2) B 모형과 C 모형을 결합하여 한 모서리에 연결큐브가 4개씩 들어가는 정육면체 모형을 만들어 보자.

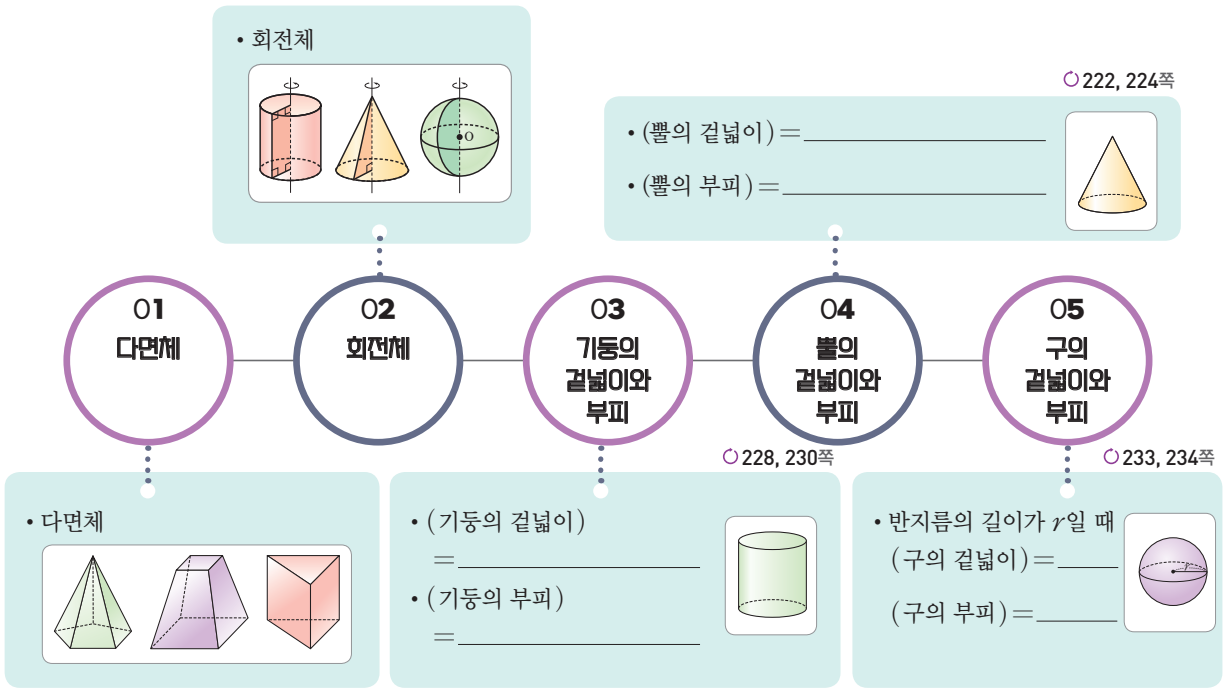
| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	연결큐브를 이용하여 정육면체를 만들 수 있다.		
	정육면체를 만들기 위해 필요한 도안을 그리고 설명할 수 있다.		
태도	연결큐브를 활용한 입체도형 만들기 활동을 통해 수학에 흥미를 느낀다.		

스스로 마무리하기

생각 완성하기

● 각 단원의 내용을 정리하여 완성해 보자.



●○○

1 다음 중 모든 면이 삼각형인 다면체를 모두 고르면? (정답 2개)

① 삼각기둥 ② 삼각뿔 ③ 오각뿔
④ 정사면체 ⑤ 사각뿔대

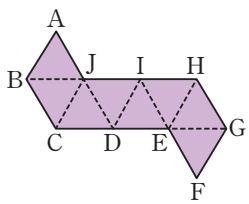
●●○

2 다음 조건을 모두 만족시키는 정다면체의 모서리의 개수를 구하시오.

(가) 각 면이 합동인 정오각형이다.
(나) 각 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3이다.

●●○

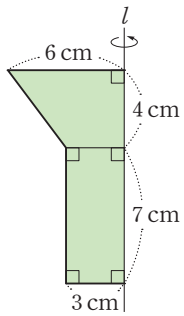
3 오른쪽 그림과 같은 전개도로 만든 정다면체에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① 꼭짓점의 개수는 8개이다.
② 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수는 4개이다.
③ 모서리의 개수는 12개이다.
④ 모서리 FG와 평행한 모서리는 모서리 BC이다.
⑤ 모서리 AB와 겹치는 모서리는 모서리 IH이다.

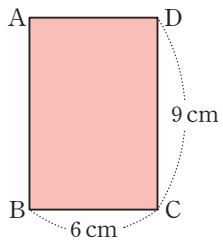
4 ●●○

오른쪽 그림과 같은 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시켜 회전체를 만들었다. 이 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이를 구하시오.



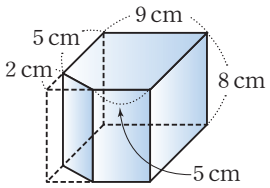
5 ●●○

오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD를 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$를 회전축으로 하여 1회전 시킨 회전체의 부피를 각각 V, W라고 할 때, $|V-W|$의 값을 구하시오.



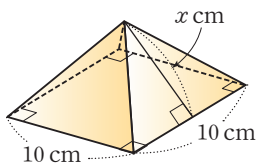
6 ●●○

오른쪽 그림과 같이 직육면체를 밑면에 수직인 평면으로 잘라내고 남은 입체도형의 부피를 구하시오.



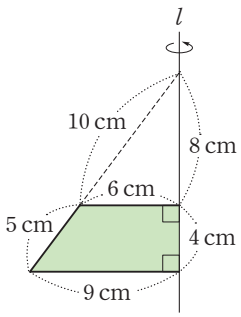
7 ●●○

오른쪽 사각뿔의 겉넓이가 $240\ \text{cm}^2$일 때, x의 값을 구하시오. (단, 옆면은 모두 합동이다.)



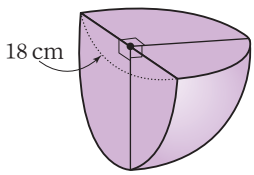
8 ●●○

오른쪽 그림과 같은 사다리꼴을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킨 회전체의 겉넓이와 부피를 각각 구하시오.



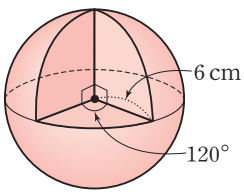
9 ●●○

오른쪽 그림은 지름의 길이가 18 cm인 구의 일부분이다. 이 입체도형의 겉넓이를 구하시오.



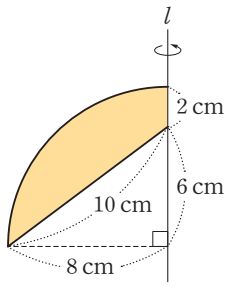
10 ●●○

오른쪽 그림은 반지름의 길이가 6 cm인 구의 일부분이다. 이 입체도형의 부피를 구하시오.



11 ●●●

오른쪽 그림의 색칠한 부분을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킨 회전체의 겉넓이를 구하시오.

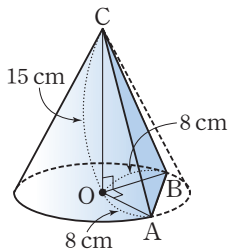


스스로 마무리하기

서술형 문제

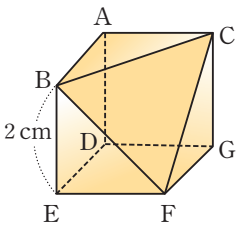
●●●

12 다음 그림은 원뿔을 밑면인 원 O의 둘레 위의 두 점 A, B와 꼭짓점 C를 지나는 평면으로 잘라서 만든 입체도형이다. $\angle AOB=90^\circ$일 때, 이 입체도형의 부피를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.



●●○

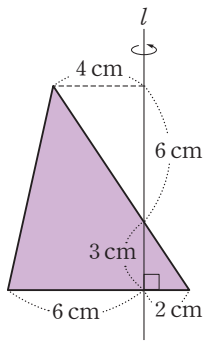
13 다음 그림과 같이 정육면체의 일부가 잘려나간 모양의 큐브 치즈가 있다. 원래의 큐브 치즈 1개의 무게가 5.4 g일 때, 남은 큐브 치즈의 무게가 얼마인지 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.



사고력 문제

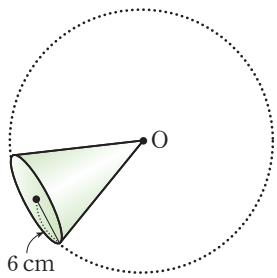
●●●

14 오른쪽 그림과 같이 삼각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킨 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 잘라서 생긴 단면의 넓이를 구하시오.



●●●

15 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 원뿔을 점 O를 중심으로 3바퀴 돌리면 원래의 자리로 되돌아온다. 이때 원뿔의 겉넓이를 구하시오.



https://code.jihak.co.kr/qr/1gqlVKVF8HRqKa9O

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검하여 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

다양한 교구나 공학 도구를 이용하여 입체도형의 성질을 탐구하고 추론할 수 있다.	
입체도형의 성질을 문제 상황에 적절히 활용하여 끈기 있게 해결한다.	
이 단원의 학습에 적극적이고 자신감 있게 참여하였다.	
친구의 의견을 존중하고 경청하였다.	

+꿈을 비춰 주는 수학 등대

세상을 바꾸는 따뜻한 발명, 적정 기술

발명품은 어두웠던 세상이 밝게 빛나도록 하고, 멀리 떨어진 곳도 짧은 시간에 이동하게 한다. 그러나 이러한 발명품의 혜택을 모든 사람들이 누리는 것은 아니다. 많은 사람들은 아직도 전기나 마실 물조차 얻지 못하고 있다. 또, 오염된 식수로 인해 전염병이 퍼지기도 한다. 이에 지역 사회의 여러 조건을 고려하고, 지속가능한 개발을 추구하기 위해 적정 기술이 주목받고 있다.



라이프 스트로



와카 워터 탑

적정 기술이 무엇인가요?



적정 기술 발명가

한 사회의 윤리, 문화, 사회, 환경적인 측면을 모두 고려하여 적은 비용으로 제품을 제작할 수 있고 유지 관리가 쉬우며 친환경적인 기술을 적정 기술이라고 합니다.

적정 기술을 활용하는 분야에서 활동하려면 무엇을 준비해야 하나요?



적정 기술 발명가

적정 기술이 활용된 제품을 만들고 보급하려면 화학, 생명 공학을 비롯한 과학 기술 전문가뿐만 아니라 제품을 설계하는 산업 디자인 전문가, 제품을 지속적으로 제작, 유통, 보급하는 기업가 등이 협력해야 합니다. 따라서 관련된 분야의 전문 지식과 세상을 바라보는 따뜻한 시선이 필요합니다.

입체도형을 활용한 적정 기술의 사례에는 무엇이 있나요?



적정 기술 발명가

라이프 스트로는 파이프 안에 활성탄을 채워 넣은 원기둥 모양의 정수 기구입니다. 라이프 스트로에 입을 대고 물을 빨아들이면, 물이 활성탄을 통과하면서 정수되어 안전한 물을 마실 수 있습니다. 와카 워터 탑은 깨끗한 물을 모을 수 있는 장치입니다. 대나무 등 식물의 줄기를 엮어 틀을 만들면, 큰 일교차로 인해 수증기가 응결되어 아래에 있는 회전체 모양의 항아리 구조물에 모입니다. 적은 비용으로 하루에 약 $100\ \mathrm{L}$의 물을 모을 수 있어 효율이 높습니다.

(출처: 장수영 외 8인, 『10대를 위한 적정 기술 콘서트』)

Ⅷ

자료와 문제 해결

01 대푯값

02 줄기와 잎 그림

03 도수분포표

04 히스토그램과 도수분포다각형

05 상대도수와 그 그래프

06 통계적 문제 해결



| 배운 내용 |

초3~4

- 그림그래프
- 막대그래프
- 꺾은선그래프

초5~6

- 평균
- 띠그래프, 원그래프

| 이어질 내용 |

중2

- 경우의 수와 확률

중3

- 산포도
- 상자그림과 산점도



사람들의 체형이나 체격, 소비 경향이나 선호도 등을 자료로 만들어 정리하면 필요한 상품을 미리 예측하여 생산할 수 있다. 이처럼 효과적으로 정리된 자료들을 활용하여 합리적인 의사 결정을 할 수 있다.

이 단원에서는 자료를 정리하여 내용을 쉽게 알아볼 수 있도록 표나 그래프로 나타내고, 이를 해석하는 방법을 배운다.

이것만은 알고 가기

| 정답과 해설 313쪽 |

초 3~4 막대그래프

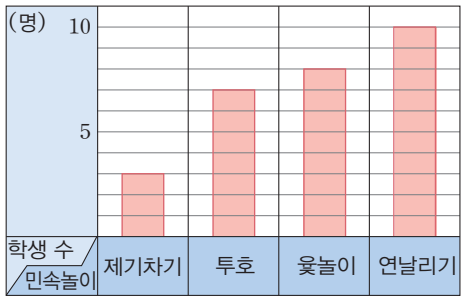
잘함 보통 모름

1 오른쪽은 다유네 반 학생들이 좋아하는 민속놀이를 조사하여 나타낸 막대그래프이다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 가장 많은 학생들이 좋아하는 민속놀이는 무엇인지 구하시오.

(2) 조사에 참여한 학생은 몇 명인지 구하시오.

좋아하는 민속놀이별 학생 수



• 막대그래프에서는 눈금을 이용하여 막대의 길이를 읽어 항목별 수량을 알 수 있다.

초 5~6 평균

잘함 보통 모름

2 다음 표는 어느 반에서 5일 동안 누리소통망에 바람직한 댓글 달기를 한 결과를 조사하여 나타낸 것이다. 5일 동안 달린 바람직한 댓글 수의 평균을 구하시오.

바람직한 댓글 수

일	1일	2일	3일	4일	5일
바람직한 댓글 수(개)	3	4	6	5	2

• (평균) $=\frac{\text{(자료의 합계)}}{\text{(자료의 개수)}}$

초 5~6 원그래프

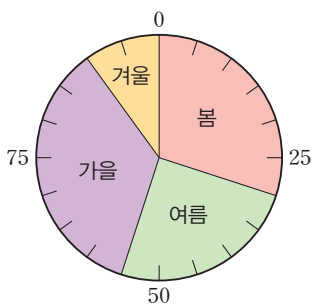
잘함 보통 모름

3 오른쪽은 태성이네 반 학생 20명이 좋아하는 계절을 조사하여 나타낸 원그래프이다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 가을을 좋아하는 학생은 전체의 몇 %인지 구하시오.

(2) 여름을 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하시오.

좋아하는 계절



• (백분율)
$=$(비율) $\times 100$
$=\frac{\text{(비교하는 양)}}{\text{(기준량)}}\times 100$

• 원그래프에서 작은 눈금 한 칸은 5 %를 나타낸다.

01 대푯값

[학습 목표] 중앙값, 최빈값의 뜻을 알고, 자료의 특성에 따라 적절한 대푯값을 선택하여 구할 수 있다.

중앙값은 무엇일까?

생각 펼치기

안전·건강 교육

학생 건강 체력 평가 제도는 학생들의 비만과 체력 저하를 방지하고자 개발된 건강 체력 관리 프로그램으로, 평가 결과를 토대로 신체 활동 처방이 제공된다.

다음은 지홍이네 반 여학생 7명이 학생 건강 체력 평가 제도에서 왕복 오래달리기를 한 결과를 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답해 보자.



왕복 오래달리기 기록

(단위: 회)

19	17	21	15
21	22	60	

1. 왕복 오래달리기 기록의 평균을 구해 보자.
2. 왕복 오래달리기 기록을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 한가운데 있는 값을 구해 보자.

대푯값

나이, 키, 점수 등과 같이 자료를 수량으로 나타낸 것을 **변량**이라고 한다.

우리 반 수학 점수의 평균, 하루 평균 독서 시간과 같이 자료 전체의 특징을 대표할 수 있는 하나의 수로 나타낸 값이 필요한 경우가 있다.

이와 같이 자료 전체의 특징을 대표적으로 나타낸 값을 그 자료의 **대푯값**이라고 한다. 대푯값에는 여러 가지가 있으나 평균을 가장 많이 사용한다.



케틀레(Quételet, L. A. J., 1796~1874)는 벨기에의 통계학자로, 사람의 특성을 설명하는 '평균인'의 개념을 제시하며 평균이라는 대푯값을 처음으로 도입하였다.
(출처: 통계청, 2018)

생각 펼치기에서 왕복 오래달리기 기록의 평균은

$$\frac{19+17+21+15+21+22+60}{7}=25(\text{회})$$

이다.

그런데 학생 7명 중에서 왕복 오래달리기 기록이 평균 이상인 경우는 1명뿐이고, 평균 미만인 경우는 6명이므로 평균은 이 자료의 전체적인 특징을 잘 나타낸다고 할 수 없다.

중앙값

변량 중 매우 크거나 매우 작은 값이 있는 경우에 평균은 그 극단적인 값의 영향을 많이 받는다. 이러한 경우에는 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 한가운데에 있는 값이 평균보다 그 자료 전체의 특징을 더 잘 나타낼 수 있다. 이 값을 그 자료의 **중앙값**이라고 한다.

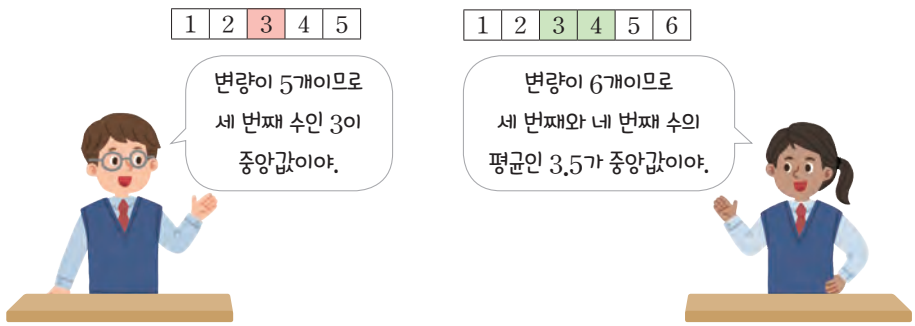
생각 펼치기 의 왕복 오래달리기 기록을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

15, 17, 19, 21, 21, 22, 60

이므로 중앙값은 21회이다.

중앙값을 구할 때 변량의 개수가 홀수이면 한가운데에 있는 값을 중앙값으로 하고, 짝수이면 한가운데에 있는 두 값의 평균을 중앙값으로 한다.

확인하기



1 다음 자료의 중앙값을 구하시오.

(1) 3, 21, 18, 22, 20

(2) 9, 8, 5, 4, 28, 5

2 다음은 원재네 모둠 학생 8명을 대상으로 1년 동안 관람한 영화의 편 수를 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답하시오.

(단위: 편)

4	3	5	1	4	3	22	2

(1) 관람한 영화 편 수의 평균과 중앙값을 각각 구하시오.

(2) 평균과 중앙값 중에서 이 자료의 특징을 더 잘 나타내는 것을 말하고, 그 이유를 설명하시오.

최빈값은 무엇일까?

생각 펼치기

다음은 예린이네 옷 가게에서 공장에 티셔츠를 주문하기 위하여 하루 동안 판매한 티셔츠의 크기를 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답해 보자.



하루 동안 판매한 티셔츠의 크기

(단위: cm)

100	95	100	85	105
105	100	95	85	90

1. 하루 동안 판매한 티셔츠 크기의 평균과 중앙값을 각각 구해 보자.

2. 하루 동안 가장 많이 판매한 티셔츠의 크기를 구해 보자.

최빈값

최빈값에서 최빈(最頻)은 '가장 자주'라는 뜻이다.

생각 펼치기에서 알 수 있듯이 티셔츠를 판매해야 하는 옷 가게에서는 판매한 티셔츠 크기의 평균이나 중앙값보다 가장 많이 판매한 티셔츠의 크기가 더 중요하다.

이와 같이 자료에서 가장 많이 나타나는 값을 그 자료의 **최빈값**이라고 한다.

일반적으로 옷의 크기와 같이 규격화된 자료, 에너지 효율 등급과 같이 등급화된 자료에서는 자료의 대푯값으로서 최빈값이 적절하다. 그리고 좋아하는 계절, 혈액형 등과 같이 자료의 값이 수가 아닌 경우에도 대푯값으로 최빈값을 사용한다.

평균이나 중앙값은 값이 하나로 정해지지만, 최빈값은 자료에 따라서 두 개 이상일 수도 있다.

확인하기

(1) 자료가 4, 5, 3, 5, 5, 6일 때, 5가 세 번으로 가장 많이 나타나므로 이 자료의 최빈값은 □이다.

(2) 자료 6, 9, 8, 3, 8, 2, 9에서 8과 9가 각각 두 번씩 가장 많이 나타나므로 이 자료의 최빈값은 □와/과 □이다.

3 다음 자료의 최빈값을 구하시오.

(1) 어느 신발 가게에서 하루 동안 판매된 운동화의 크기

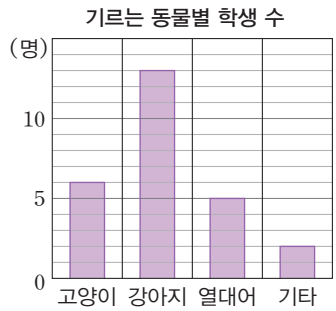
(단위: mm)

240	270	250	250	230	260
260	245	240	260	265	260

(2) 학생들이 좋아하는 분식의 종류

라면	김밥	어묵	떡볶이	김밥	만두	떡볶이

4 오른쪽 그림은 채움이네 반 학생들이 어떤 동물을 많이 기르는지 조사하여 나타낸 막대그래프이다. 이 반 학생들이 기르는 동물의 최빈값을 구하시오.



이와 같이 대푯값으로 평균이 가장 많이 사용되지만 자료에 따라 중앙값이나 최빈값이 자료의 특징을 더 잘 나타낼 수 있으므로 자료의 특성에 따라 적절한 대푯값을 선택하는 것이 중요하다.

더 생각 나아가기 추론 의사소통

다음은 시연이네 반 학생 10명의 제기차기 횟수, 원하는 학급 티셔츠 색, 국어 수행평가 점수를 조사하여 나타낸 자료이다. 세 자료의 대푯값으로 평균, 중앙값, 최빈값 중 적절한 것을 골라 그 값을 구하고, 그 이유를 친구들과 이야기해 보자.

제기차기 횟수 (단위: 회)

3	4	2	5
3	5	6	7
2	42		

원하는 학급 티셔츠 색

흰색	검은색	분홍색	분홍색
검은색	노란색	흰색	검은색
분홍색	분홍색		

국어 수행 평가 점수 (단위: 점)

10	9	10	8
7	8	9	10
10	9		

스스로 점검하기

정답과 해설 313쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 자료를 수량으로 나타낸 것을 [ ](이)라고 한다.

(2) 자료 전체의 특징을 대표적으로 나타낸 값을 그 자료의 [ ](이)라고 한다.

(3) 자료를 크기순으로 나열하였을 때 한가운데에 있는 값을 그 자료의 [ ](이)라고 한다.

(4) 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값을 그 자료의 [ ](이)라고 한다.

2

다음 자료의 중앙값, 최빈값을 각각 구하시오.

(1) 8, 9, 7, 1, 9

(2) 24, 22, 37, 24, 19, 24

3

다음 표는 윤수네 반 학생들의 혈액형을 조사하여 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 혈액형의 최빈값을 구하시오.

혈액형	A	B	O	AB	합계
학생 수(명)	3	7	8	2	20

4

다음 세 자료 A, B, C에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오.

자료 A 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6

자료 B 11, 12, 12, 14, 15, 18, 900

자료 C 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9

보기

ㄱ. 자료 A의 평균, 중앙값, 최빈값은 모두 같다.

ㄴ. 자료 B는 평균이 자료의 중심적인 경향을 가장 잘 나타내어 준다.

ㄷ. 자료 C의 최빈값은 2개 이상이다.

5

창의·융합 문제 해결

어느 농구 팀 선수 8명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 4번째 선수의 키가 179 cm이고 중앙값은 180 cm이다. 이 팀에 키가 182 cm인 선수가 들어올 때, 선수 9명의 키의 중앙값을 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/RuJZ2VAASVxlKGa8

자기 평가

자료의 특성에 따라 적절한 대푯값을 선택하여 구할 수 있다.	
자료의 상황에 맞게 대푯값을 구해 보며 각 대푯값의 가치와 유용성을 알 수 있다.	

수학으로 세상보기

내 용돈을 가져가라!

연결

1994년에 미국의 프로 야구는 선수들의 파업으로 월드 시리즈가 취소되는 등 구단주와 선수 노조 사이에 사상 가장 긴 싸움이 있었다. 구단주와 선수 노조의 싸움은 그 원인이 연봉 조정이었기에 양쪽 모두 야구팬들의 비난을 받았다. 이에 구단주와 선수 노조는 파업 기간 중 팬들의 감정과 여론을 각자 자신에게 유리한 방향으로 이끌기 위해 노력했다.

구단주들은 평균 연봉이 약 120만 불이나 되는 선수들이 파업을 한다고 말하면서 엄청난 소득을 올리는 선수들이 돈 욕심을 부리는 것이라고 팬들이 선수들을 비난하도록 유도했다. 그리고 그 의도는 성공적이었고 심지어 10살짜리 어린 야구팬이 '돈을 원하면 내 용돈을 가져가라.'라고 쓰인 피켓을 들고 야구장에서 항의 시위를 벌이기도 했다.

실제로 그 당시 선수들의 평균 연봉은 구단주들이 말한 대로 약 120만 불이었다. 그러나 그 내용을 자세히 살펴보면 다르게 생각할 수 있다. 사실은 500만 불 이상을 받는 소수의 고액 연봉 선수들부터 10만 불 정도의 최저 임금을 받는 선수들까지 다양했던 것이다. 그래서 평균은 약 120만 불이었지만 중앙값은 그보다 훨씬 적은 40만 불, 최빈값은 30만 불 정도였다.

선수들이 연봉을 많이 받는다는 여론을 이끌고 싶었던 구단주의 입장에서는 대푯값 중 평균을 사용하는 것이 당연했다. 반면 낮은 임금은 받는 선수들을 대변하는 선수 노조 입장에서는 최빈값인 30만 불로 대응하는 것이 유리했다. 그러나 이런 상황에서는 중앙값인 40만 불로 양측 주장의 적절성을 판단하여 상황을 이해하는 것이 가장 바람직했을 것으로 보인다.

(출처: 이정진 외 7인, 『손안의 통계』)



02 줄기와 잎 그림

[학습 목표] 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타내고 해석할 수 있다.

줄기와 잎 그림은 무엇일까?

생각 펼치기

다음은 어느 자전거 대회에 참가한 자전거 동호회 회원들의 나이를 조사한 자료이다. 물음에 답해 보자.

자전거 대회에 참가한 회원들의 나이

(단위: 세)

48	17	35	59	30	31	21
64	30	28	45	26	29	51
22	21	43	27	25	37	

1. 대회에 참가한 회원 중에서 나이가 가장 많은 사람은 몇 세인지 말해 보자.
2. 대회에 참가한 회원 중에서 사람 수가 가장 많은 연령대를 말해 보자.

줄기와 잎 그림

생각 펼치기에서 대회에 참가한 회원들의 각 나이는 알 수 있지만 가장 많은 연령대, 전체 회원들 나이의 분포 상태 등은 쉽게 알 수 없다. 이를 알기 위해서는 자료를 목적에 따라 알맞게 정리할 필요가 있다.

위의 자료를 다음 순서에 따라 정리해 보자.

❶ 변량을 줄기와 잎으로 구분한다. 이때 줄기는 십의 자리의 숫자, 잎은 일의 자리의 숫자로 정한다.

❷ 세로선을 긋고, 세로선 왼쪽에 줄기를 작은 수부터 크기순으로 세로로 나열한다.

❸ 세로선의 오른쪽에 잎을 작은 수부터 일정한 간격을 두고 가로로 나열한다. 이때 중복되는 잎은 중복된 횟수만큼 모두 나열한다.

(1|7은 17세)는 줄기가 1이고 잎이 7일 때, 17세임을 뜻한다.

잎을 작은 수부터 크기순으로 쓰면 자료를 해석할 때 편리하다.

자전거 대회에 참가한 회원들의 나이

(1|7은 17세)

줄기	잎
1	7
2	1 1 2 5 6 7 8 9
3	0 0 1 5 7
4	3 5 8
5	1 9
6	4

이와 같은 방법으로 나타낸 그림을 **줄기와 잎 그림**이라고 한다. 줄기와 잎 그림으로 자료를 정리하면 원래의 변량을 정확히 알 수 있을 뿐만 아니라 자료의 전체적인 분포 상태도 쉽게 파악할 수 있다.

함께 해 보기 1 다음은 어느 지역에서 12월 한 달 동안 일교차를 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답하시오.

12월 한 달 동안의 일교차

(단위: ℃)

8.2	7.8	9.5	9.5	9.8	7.2	10.6	9.0
6.1	12.4	9.6	7.3	9.3	7.2	5.2	10.6
5.0	7.3	7.4	8.7	6.1	8.9	8.3	6.6
5.1	9.9	9.2	8.3	6.8	11.5	6.7	

(1) 줄기와 잎 그림을 그리고, 잎이 가장 많은 줄기를 구하시오.

(2) 일교차가 두 번째로 큰 날의 일교차를 구하시오.

(3) 줄기와 잎 그림에서 알 수 있는 분포의 특징을 말하시오.

주어진 변량이 소수이면 변량의 소수점을 기준으로 하여 변량을 줄기와 잎으로 나눌 수 있다.

풀이 (1) 줄기와 잎 그림을 그리면 오른쪽 그림과 같으며, 잎이 가장 많은 줄기는 9이다.

(2) 일교차가 큰 쪽부터 차례대로 나열하면 12.4 ℃, 11.5 ℃, 10.6 ℃, … 이므로 일교차가 두 번째로 큰 날의 일교차는 11.5 ℃이다.

(3) 일교차가 가장 큰 날의 일교차는 12.4 ℃이고, 일교차가 가장 작은 날의 일교차는 5.0 ℃이다. 일교차가 9.0 ℃ 이상 10.0 ℃ 미만인 날이 가장 많았다.

한 달 동안의 일교차

(5|0은 5.0 ℃)

줄기	잎
5	0 1 2
6	1 1 6 7 8
7	2 2 3 3 4 8
8	2 3 3 7 9
9	0 2 3 5 5 6 8 9
10	6 6
11	5
12	4

답 (1) 풀이 참조, 9 (2) 11.5 ℃ (3) 풀이 참조



투키(Tukey, J. W., 1915~2000)는 미국의 수학자로, 자료 분석의 한 방법으로서 줄기와 잎 그림을 처음으로 제시하였다. (출처: Chun-houh Chen 외 2인, 『Handbook of Data Visualization』)

1 다음은 지우네 반 학생들이 일 년 동안 학교 도서관에서 대출한 책 수를 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답하시오.

학생들이 대출한 책 수

(단위: 권)

6	29	11	20	26	10	5
8	23	32	21	17	22	6
23	16	31	16	28	18	9

학생들이 대출한 책 수

(0|5는 5권)

줄기	잎
0	5

(1) 줄기와 잎 그림을 완성하고, 잎이 가장 많은 줄기를 구하시오.

(2) 지우가 대출한 책의 수가 26권일 때, 지우보다 대출한 책의 수가 더 많은 학생은 몇 명인지 구하시오.

(3) 줄기와 잎 그림에서 알 수 있는 특징을 말하시오.

공학 도구로 줄기와 잎 그림 그리기

이지통계는 통계를 공부할 수 있도록 개발된 웹 기반 통계 공학 도구이다.
(https://www.ebsmath.co.kr/easyTong/etMiddle)

이지통계를 이용하여 **생각 펼치기**의 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타내 보자.

❶ 자료 입력에서 변량을 모두 입력한다.

자료 입력 | 입력도구 | Σ 통계값 | 설정

No.	자료
1	48
2	17
3	35
4	59
5	30
6	31
7	21
8	64
9	30
10	28
11	45
12	26
13	29
14	51
15	22
16	21
17	43
18	27
19	25
20	37

❷ 에서 줄기와 잎 그림을 눌러 줄기와 잎 그림을 나타낸다.

줄기와 잎 그림 | Σ 통계값 | 설정

1 | 7 은 17

줄기	잎
1	7
2	1 8 6 9 2 1 7 5
3	5 0 1 0 7
4	8 5 3
5	9 1
6	4

❸ 설정에서 OFF 정렬하기 를 ON 정렬하기 로 바꾸어 잎을 크기순으로 정렬한다.

줄기와 잎 그림 | Σ 통계값 | 설정

줄기 설정 | ON 자동설정 | ON 정렬하기 | 모아보기 | 배경색 | 두 자료

1 | 7 은 17

줄기	잎
1	7
2	1 1 2 5 6 7 8 9
3	0 0 1 5 7
4	3 5 8
5	1 9
6	4

❹ Σ 통계값 에서 평균, 중앙값, 최빈값을 눌러 대푯값을 확인할 수 있다.

줄기와 잎 그림 | Σ 통계값 | 설정

평균 : 34.45 | 중앙값 : 30 | 최빈값 : 21, 30 | 최댓값 : | 최솟값 :

1 | 7 은 17

줄기	잎
1	7
2	1 1 2 5 6 7 8 9
3	0 0 1 5 7
4	3 5 8
5	1 9
6	4

https://code.jihak.co.kr/qr/VYuHxomgecHmu3al

생각 더 나아가기 정보처리

공학 도구

다음은 윤진이네 과수원에서 윤진이가 딴 사과의 무게를 조사하여 나타낸 자료이다. 공학 도구를 이용하여 다음의 자료를 주어진 단계에 따라 2가지의 줄기와 잎 그림으로 나타내고, 자료의 분포 상태를 파악하기에 어느 쪽이 더 편리한지 말해 보자.

❶ 오른쪽의 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타내 보자.

❷ 설정 에서 줄기 설정 을 눌러 보자.

❸ 줄기 설정 창에서 줄기의 자릿수를 '십의 자리 이상'과 '백의 자리 이상'으로 나타내 보자.

사과의 무게 (단위: g)

314	297	303	290
288	293	308	301
287	294	311	302
296	312	306	310
296	292		

https://code.jihak.co.kr/qr/TR6yOK4KYulOSCaJ

스스로 점검하기

정답과 해설 314쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

줄기와 잎 그림에서 세로선의 왼쪽에 있는 수를 [ ], 세로선의 오른쪽에 있는 수를 [ ](이)라고 한다.

2

다음 표는 여러 가지 과일의 100 g당 열량을 조사하여 나타낸 것이다. 줄기와 잎 그림을 완성하시오.

과일의 100 g당 열량

(단위: kcal)

과일	열량	과일	열량	과일	열량
귤	48	구아바	33	살구	30
다래	67	무화과	57	포도	60
단감	51	배	45	앵두	61
레몬	36	복숭아	49	오렌지	47
망고	61	블루베리	48	키위	54
머루	79	사과	57	석류	77

과일의 100 g당 열량

(3|0은 30 kcal)

줄기	잎
3	0

3

다음은 어느 봉사 활동에 참가한 봉사자의 나이를 조사하여 나타낸 줄기와 잎 그림이다. 물음에 답하시오.

봉사자의 나이

(1|4는 14세)

줄기	잎
1	4 8 9
2	0 1 3 7 8 9
3	1 2 4 4 6 7
4	2 5 6
5	1 9

(1) 전체 봉사자의 수를 구하시오.

(2) 나이가 세 번째로 많은 봉사자의 나이를 구하시오.

4

실생활 의사소통

다음은 어느 지하철역의 평일 오전 열차 시각표의 일부를 나타낸 줄기와 잎 그림이다. 물음에 답하시오.

열차 시각표

(5|28은 5시 28분)

줄기	잎
5	28 48 58
6	07 22 35 47 53
7	01 07 14 18 23 27 32 40 46 53 58
8	05 09 15 24 30 35 39 44 48 55
9	03 10 16 22 28 34 42 49 56
10	01 07 13 21 30 39 47 53

(1) 열차 운행 횟수가 가장 많은 시간대를 구하시오.

(2) 열차 운행 횟수에 대한 분포의 특징을 말하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/HJ7XywfxE17NXy5W

자기 평가

자료를 줄기와 잎 그림으로 나타내고 해석할 수 있다.	
공학 도구를 이용하여 다양한 자료를 줄기와 잎 그림으로 정리, 분석하고, 줄기와 잎 그림의 유용성을 알게 되었다.	

03 도수분포표

[학습 목표] 자료를 도수분포표로 나타내고 해석할 수 있다.

도수분포표는 무엇일까?

생각 펼치기

환경·지속 가능발전 교육

다음은 어느 지역 11월 한 달 동안의 하루 평균 미세먼지 농도를 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답해 보자.

하루 평균 미세먼지 농도

(단위: $\mu g/m^3$)

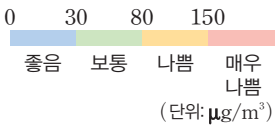
날짜	미세먼지 농도	날짜	미세먼지 농도	날짜	미세먼지 농도
1일	34	11일	17	21일	124
2일	38	12일	17	22일	40
3일	42	13일	26	23일	26
4일	54	14일	61	24일	26
5일	66	15일	57	25일	46
6일	61	16일	50	26일	23
7일	33	17일	34	27일	37
8일	8	18일	60	28일	47
9일	8	19일	106	29일	58
10일	12	20일	147	30일	25

1. 위 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타낼 때, 어떤 점이 불편한지 말해 보자.

2. 하루 평균 미세먼지 농도가 80 $\mu g/m^3$ 이상인 날은 모두 며칠인지 말해 보자.

미세먼지란 일상생활, 교통, 산업 활동 등에 의해 발생하는 대기 오염 물질로 대기 중에 장기간 떠다니는 지름 10 μm 이하의 먼지를 말한다.

미세먼지 측정 등급



(단위: $\mu g/m^3$)

도수분포표

생각 펼치기의 변량을 줄기와 잎 그림으로 나타낼 때, 줄기를 백의 자리의 수로 정하면 줄기가 2개로 너무 적고, 줄기를 백의 자리의 수와 십의 자리의 수로 정하면 줄기가 15개로 너무 많아서 자료의 분포 상태를 잘 알아보기 어렵다.

이와 같은 경우에는 자료의 분포 상태를 더 잘 나타내는 다른 방법으로 자료를 정리할 필요가 있다.

오른쪽 〈표 1〉은 생각 펼치기의 자료에서 미세먼지 농도를 20 $\mu g/m^3$ 간격으로 구분하여 구간을 정하고, 각 구간에 속하는 날수를 조사하여 정리한 것이다.

이와 같이 자료를 정리하면 생각 펼치기의 자료보다 자료의 분포 상태를 알아보기 쉽다. 예를 들어 〈표 1〉에서 하루 평균 미세먼지 농도가 80 $\mu g/m^3$ 이상인 날수가 3일임을 쉽게 알 수 있다.

자료의 개수를 셀 때, /, //, ///, ////, 𝍸 또는 一, 丅, 下, 正, 正을 사용하면 편리하다.

〈표 1〉 하루 평균 미세먼지 농도

미세먼지 농도($\mu g/m^3$)	날수(일)	
$0^{\text{이상}}$ ~ $20^{\text{미만}}$	𝍸	5
20 ~ 40	𝍸 𝍸	10
40 ~ 60	𝍸 ///	8
60 ~ 80	////	4
80 ~ 100		0
100 ~ 120	/	1
120 ~ 140	/	1
140 ~ 160	/	1
합계	30	

〈표 1〉에서와 같이 변량을 일정한 간격으로 나눈 구간을 **계급**, 구간의 너비를 **계급의 크기**, 각 계급에 속하는 자료의 수를 그 계급의 **도수**라고 한다. 그리고 〈표 1〉과 같이 변량을 몇 개의 계급으로 나누고 각 계급의 도수를 조사하여 나타낸 표를 **도수분포표**라고 한다.

도수는 어느 한 계급에 나타나는 자료의 횟수를 뜻하는 말이다.

도수분포표에서 각 계급의 가운데 값을 그 계급의 계급값이라고 한다.

확인하기 〈표 1〉의 도수분포표에서 도수가 가장 큰 계급은 [ ]이다. 또한 미세먼지 농도가 62 $\mu g/m^3$인 날이 속하는 계급의 도수는 [ ]일이다.

수학 호기심

도수분포표에서 가장 큰 변량을 알 수 있을까?

1 다음은 어느 지역 16개 마을의 1인당 1일 평균 생활 폐기물 발생량을 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답하시오.

1인당 1일 평균 생활 폐기물 발생량

(단위: kg)

0.98	1.16	1.27	1.05
0.92	1.01	1.20	1.04
1.10	1.45	1.40	1.30
1.21	1.39	1.38	1.35

1인당 1일 평균 생활 폐기물 발생량

생활 폐기물 발생량(kg)	마을 수(곳)
$0.8^{\text{이상}}$ ~ $1.0^{\text{미만}}$	
합계	

(1) 위의 자료를 보고, 도수분포표를 완성하시오.

(2) (1)에서 만든 도수분포표에서 도수가 가장 큰 계급을 구하시오.

(3) 1인당 1일 평균 생활 폐기물 발생량이 1.2 kg 미만인 마을의 수를 구하시오.

공학 도구로 도수분포표 나타내기

이지통계를 이용하여 **생각 펼치기**의 자료를 도수분포표로 나타내 보자.

❶ 자료 입력에서 변량을 모두 입력한다.

❷ 에서 도수분포표를 눌러 도수분포표를 나타낸다.

자료 입력 | 입력도구 | ∑ 통계값 | 설정

No.	자료
1	34
2	38
3	42
4	54
5	66
⋮	⋮
29	58
30	25

도수분포표 | ∑ 통계값 | 설정

계급	도수
0이상~10미만	2
10~20	3
20~30	5
30~40	5
⋮	⋮
120~130	1
130~140	0
140~150	1
합계	30

https://code.jihak.co.kr/qr/ODPm5ZHchYbGFNLp

2 공학 도구

이지통계를 이용하여 〈표 1〉을 도수분포표로 나타낸 후 다음의 주어진 단계에 따라 계급의 크기를 바꿔 보고, 자료의 분포 상태를 알아보기 적합한지 말하시오.

❶ 설정의 계급 설정을 누르시오.

❷ '계급 설정' 창에서 계급의 크기를 100으로 하여 도수분포표를 나타내시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/yU7Hv3AjjlIDXix6

일반적으로 도수분포표를 만들 때, 자료의 분포 상태를 잘 나타내기 위해서 계급의 크기는 모두 같게 하고 계급의 개수는 자료의 양에 따라 보통 5~15개 정도로 하는 것이 좋다.

더 생각 나아가기

추론 연결

민주 시민 교육

여성 1명이 평생 동안 낳을 것으로 예상되는 평균 자녀 수를 합계 출산율이라고 하는데, 우리나라의 2021년 합계 출산율은 0.81명이다. 오른쪽은 우리나라를 포함한 경제협력개발기구(OECD) 회원국 38개 나라의 2021년 합계 출산율을 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 이 표를 보고 알 수 있는 사실을 말해 보자.

경제협력개발기구 회원국 합계 출산율

합계 출산율(명)	나라 수(개)
0.5이상 ~ 1.0미만	1
1.0 ~ 1.5	11
1.5 ~ 2.0	25
2.0 ~ 2.5	0
2.5 ~ 3.0	0
3.0 ~ 3.5	1
합계	38

(출처: 경제협력개발기구, 2023)

스스로 점검하기

정답과 해설 314쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

변량을 몇 개의 계급으로 나누고, 각 계급의 도수를 조사하여 나타낸 표를 [ ](이)라고 한다.

2

다음은 어느 지역에서 6월 한 달 동안의 최고 기온을 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답하시오.

최고 기온

(단위: ℃)

28.6	24.5	32.7	24.8	32.6	28.1
26.9	25.1	31.5	28.1	31.0	28.1
32.6	25.8	29.2	25.1	26.4	27.9
29.7	24.5	27.1	25.1	24.9	26.1
27.0	26.6	20.1	29.0	30.5	24.5

(1) 오른쪽 도수분포표를 완성하시오.

(2) 도수가 가장 큰 계급을 구하시오.

최고 기온

최고 기온(℃)	날수(일)
$20^{\text{이상}} \sim 22^{\text{미만}}$	
합계	

3

오른쪽은 에너지 수호 천사단에 참여하는 학생 30명의 에코마일리지를 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 에코마일리지 점수가 40점 이상인 학생 수를 구하시오.

에코마일리지 점수

점수(점)	학생 수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 10^{\text{미만}}$	4
10 ~ 20	5
20 ~ 30	7
30 ~ 40	8
40 ~ 50	4
50 ~ 60	2
합계	30

4

실생활 연결

오른쪽은 어느 지역 학교 80곳의 주변 환경 소음을 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 다음 물음에 답하시오.

(1) A의 값을 구하시오.

(2) 소음도가 60 dB 이상인 지역의 수는 전체의 몇 %인지 구하시오.

학교 주변 환경 소음

소음도(dB)	지역 수(곳)
$40^{\text{이상}} \sim 45^{\text{미만}}$	1
45 ~ 50	4
50 ~ 55	17
55 ~ 60	24
60 ~ 65	20
65 ~ 70	A
70 ~ 75	1
합계	80

https://code.jihak.co.kr/qr/d4Kzo2M8MBOaMbxi

자기 평가

자료를 도수분포표로 나타내고 해석할 수 있다.	
공학 도구를 이용하여 자료를 도수분포표로 나타내고 유용성을 알게 되었다.	

04 히스토그램과 도수분포다각형

[학습 목표] 자료를 히스토그램과 도수분포다각형으로 나타내고 해석할 수 있다.

히스토그램은 무엇일까?

생각 펼치기

환경·지속 가능발전 교육

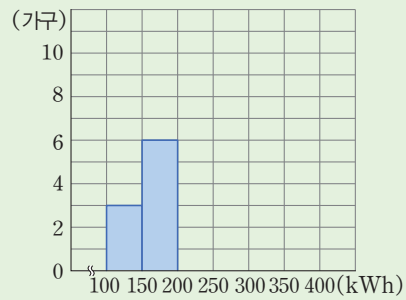


지구촌 불 끄기는 매년 3월 마지막 토요일 저녁 8시 반부터 1시간 동안 불을 끄는 것으로, 기후 위기와 환경 변화의 심각성을 공유하기 위한 세계적인 캠페인이다.

다음은 현지네 마을에서 환경 보호를 위한 지구촌 불 끄기 행사에 참여한 가구의 한 달 전력 소비량을 조사하여 나타낸 도수분포표이고, 오른쪽 그래프는 도수분포표의 처음 두 계급을 각각 직사각형으로 나타낸 것이다. 물음에 답해 보자.

가구별 한 달 전력 소비량

전력 소비량(kWh)	가구 수(가구)
$100^{\text{이상}}$ ~ $150^{\text{미만}}$	3
150 ~ 200	6
200 ~ 250	11
250 ~ 300	7
300 ~ 350	2
350 ~ 400	1
합계	30



1. 위의 그래프에서 가로축과 세로축은 각각 무엇을 나타내는지 말해 보자.
2. 위의 도수분포표의 나머지 계급에 대하여 같은 방법으로 직사각형을 그려서 그래프를 완성해 보자.

히스토그램

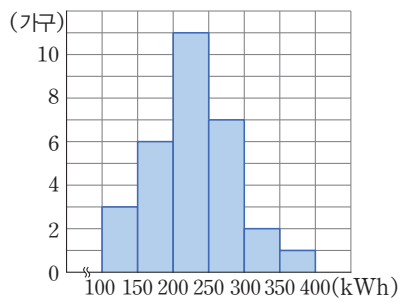
오른쪽 그림은 **생각 펼치기**의 도수분포표를 이용하여 다음 순서에 따라 그래프로 나타낸 것이다.

❶ 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 적는다.

❷ 세로축에 도수를 적는다.

❸ 각 계급의 크기를 가로로 하고, 도수를 세로로 하는 직사각형을 그린다.

〈그림 1〉



히스토그램의 각 직사각형에서 가로의 길이인 계급의 크기는 일정하므로 직사각형의 넓이는 세로의 길이인 각 계급의 도수에 정비례한다.

이와 같이 나타낸 그래프를 **히스토그램**이라고 한다. 도수분포표를 히스토그램으로 나타내면 자료의 전체적인 분포 상태를 한눈에 쉽게 알아볼 수 있다.

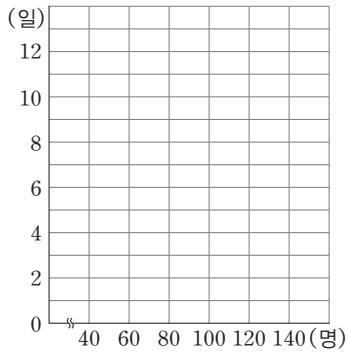


피어슨(Pearson, K., 1857~1936)은 영국의 통계학자로, 히스토그램이라는 개념 및 용어를 처음으로 제안하였다.
(출처: Raymond Flood 외 2인, 『Mathematics in Victorian Britain』, Yadolah Dodge, 『The Concise Encyclopedia of Statistics』)

1 다음은 어느 누리집의 일일 방문자 수를 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 이 도수분포표를 히스토그램으로 나타내시오.

누리집 일일 방문자 수

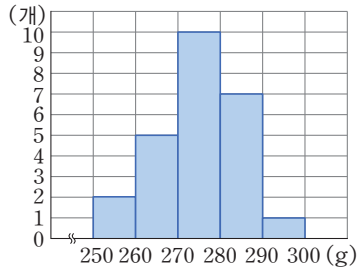
방문자 수(명)	날수(일)
$40^{\text{이상}}$ ~ $60^{\text{미만}}$	3
60 ~ 80	5
80 ~ 100	12
100 ~ 120	6
120 ~ 140	4
합계	30



2 오른쪽은 양파 25개의 무게를 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 양파의 개수가 가장 많은 계급을 구하시오.

(2) 무게가 280 g 이상인 양파의 개수를 구하시오.



도수분포다각형은 무엇일까?

도수분포다각형

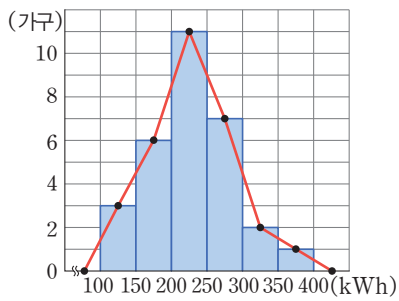
오른쪽 그림은 〈그림 1〉의 히스토그램을 이용하여 다음 순서에 따라 그래프로 나타낸 것이다.

❶ 히스토그램에서 각 직사각형의 윗변 중앙에 점을 찍는다.

❷ 히스토그램의 양 끝에 도수가 0인 계급이 하나씩 더 있는 것으로 생각하고 그 중앙에 점을 찍는다.

❸ 위에서 찍은 점을 선분으로 연결한다.

〈그림 2〉



이와 같은 방법으로 그린 그래프를 **도수분포다각형**이라고 한다.

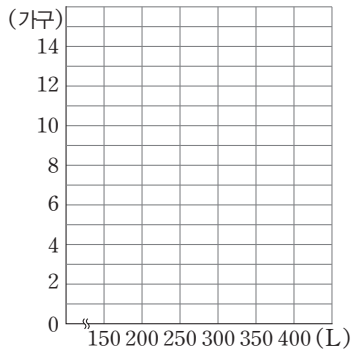
도수분포다각형을 이용하면 히스토그램과 마찬가지로 자료의 분포 상태를 한눈에 알아볼 수 있다.

도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같다.

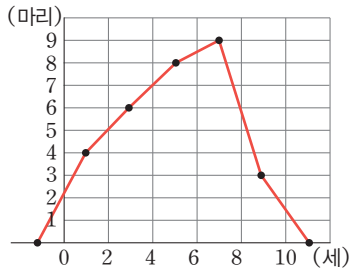
3 다음은 어느 마을에서 가구별로 하루 동안 사용한 수돗물의 양을 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 이 표를 히스토그램과 도수분포다각형으로 나타내시오.

하루 동안 사용한 수돗물의 양

수돗물의 양(L)	가구 수(가구)
150 이상 ~ 200 미만	5
200 ~ 250	10
250 ~ 300	14
300 ~ 350	8
350 ~ 400	3
합계	40



4 오른쪽은 어느 유기견 보호 센터에서 유기견들의 치아 상태로 나이를 측정하여 나타낸 도수분포다각형이다. 다음 물음에 답하시오.



(1) 측정 대상이 된 유기견의 수를 구하시오.

(2) 나이가 6세 이상인 유기견은 전체의 몇 %인지 구하시오.

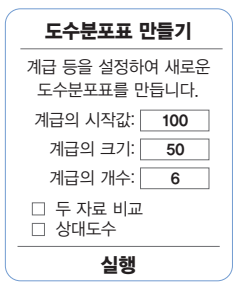
(3) 도수분포다각형에서 알 수 있는 분포의 특징을 말하시오.

도수분포다각형은 히스토그램을 그리지 않고 도수분포표에서 직접 그릴 수도 있다.

공학 도구로 히스토그램, 도수분포다각형 나타내기

이지통계를 이용하여 생각 펼치기의 자료를 히스토그램과 도수분포다각형으로 나타내 보자.

❶ ☰에서 도수분포표를 눌러 나타난 '도수분포표 만들기' 창에서 계급의 시작값을 100, 계급의 크기를 50, 계급의 개수를 6으로 입력하고 실행을 누른다.

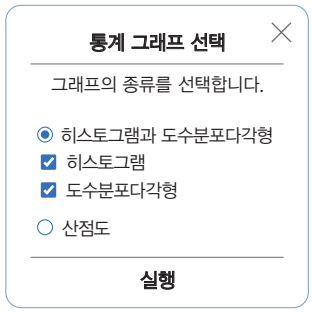


❷ 도수분포표에서 도수 칸에 생각 펼치기의 도수분포표와 같이 도수를 입력한다.

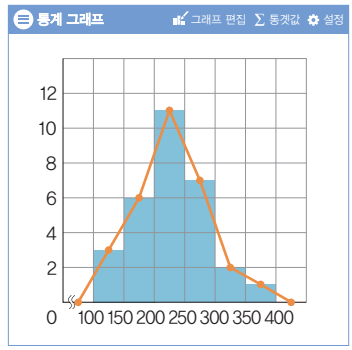


계급	도수
100 이상~150 미만	3
150~200	6
200~250	11
250~300	7
300~350	2
350~400	1
합계	30

❸ 에서 통계 그래프를 눌러 나타난 '통계 그래프 선택' 창에서 히스토그램과 도수분포다각형을 선택한다.



❹ 실행을 눌러 히스토그램과 도수분포다각형을 나타낸다.



https://code.jihak.co.kr/qr/M98MJtTSMhc9xlvP

5 공학 도구

다음은 어느 지역의 축제에 방문한 방문객 30명의 나이를 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답하시오.

축제 방문객의 나이

(단위: 세)

32	48	39	32	48	39	16	28	41	23
52	51	28	11	48	47	51	23	51	41
56	53	49	56	28	32	28	39	52	17

공학 도구에서 설정의 계급 설정을 선택하면 계급의 크기를 변경할 수 있다.

https://code.jihak.co.kr/qr/lLaM5bURexdhR4L9

(1) 이 자료를 공학 도구를 이용하여 계급의 크기가 10인 히스토그램으로 나타내시오.

(2) 이 자료를 공학 도구를 이용하여 계급의 크기가 5인 히스토그램으로 나타내시오.

(3) 계급의 크기가 10인 히스토그램과 계급의 크기가 5인 히스토그램에서 알 수 있는 내용에 어떤 차이가 있는지 설명하시오.

더 생각 나아가기 의사소통 연결 정보처리

혈액형과 키를 조사한 자료를 정리하여 막대그래프 또는 히스토그램으로 나타내려고 할 때, 어떤 자료를 어떤 그래프로 나타내는 것이 적합한지 친구들과 이야기해 보자.



스스로 점검하기

| 정답과 해설 315쪽 |

1

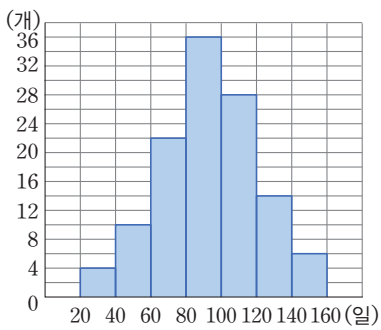
다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 도수분포표의 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형으로 나타낸 그래프를 □(이)라고 한다.

(2) 히스토그램의 각 직사각형의 윗변의 중앙에 점을 찍고, 양 끝에 도수가 0인 계급이 하나씩 더 있는 것으로 생각하여 그 중앙에 점을 찍은 다음, 그 점을 선분으로 연결하여 그린 그래프를 □(이)라고 한다.

2

다음은 시연이네 슈퍼마켓에서 파는 과자의 남은 유통 기한을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 물음에 답하시오.



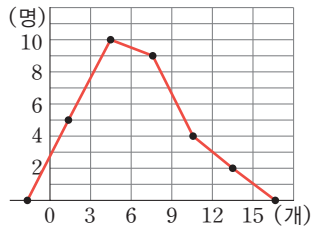
(1) 조사한 과자의 수를 구하시오.

(2) 남은 유통 기한이 60일 미만인 과자의 수를 구하시오.

(3) 히스토그램에서 알 수 있는 분포의 특징을 말하시오.

3

오른쪽은 주아네 반 학생들의 필기구의 수를 조사하여 나타낸 도수분포다각형이다. 다음 물음에 답하시오.



(1) 학생 수가 가장 많은 계급을 구하시오.

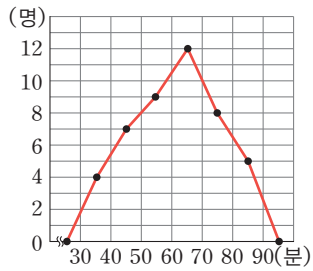
(2) 필기구의 수가 9개 이상인 학생은 전체의 몇 %인지 구하시오.

(3) 도수분포다각형에서 알 수 있는 분포의 특징을 말하시오.

4

실생활 추론

오른쪽은 어느 반 학생들의 하루 동안 가족과 대화한 시간을 조사하여 나타낸 도수분포다각형이다. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르시오.



보기

ㄱ. 계급의 개수는 7이다.

ㄴ. 계급의 크기는 10분이다.

ㄷ. 대화 시간이 가장 긴 학생의 가족 간의 대화 시간은 90분이다.

ㄹ. 대화 시간이 70분 이상인 학생은 50분 미만인 학생보다 2명이 더 많다.

https://code.jihak.co.kr/qr/segsjSV2zG3CtJg6

자기 평가

자료를 히스토그램, 도수분포다각형으로 나타내고 해석할 수 있다.	
히스토그램과 도수분포다각형의 편리함과 유용성을 알게 되었다.	

수학으로 세상보기

표와 그래프의 함정

문제 해결 의사소통

정답과 해설 315쪽

우리는 신문, 잡지, 방송 등 언론 매체에서 다양한 표나 그래프를 접하고 있지만 때로는 잘못된 표현으로 이를 해석하는 데에 혼란을 겪을 때가 많다. 따라서 자료를 정리하여 표를 만들거나 그래프를 그릴 때에는 자료의 분포 상태나 특징을 정확하게 전달할 수 있도록 해야 하고, 표나 그래프를 보는 사람도 정확하게 해석할 수 있어야 한다. 다음 세 학생이 표나 그래프를 해석한 것을 보고, 각 학생이 이야기한 내용에 어떤 문제점이 있는지 제시된 표나 그래프를 근거로 말해 보자.

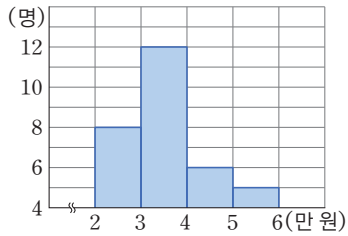
1 우리 반 학생들의 수면 시간

수면 시간(시간)	학생 수(명)
$5^{\text{이상}}$ ~ $5.5^{\text{미만}}$	6
5.5 ~ 6	6
6 ~ 7	6
7 ~ 8	6
8 ~ 9	6
합계	30



세라 도수분포표에서 각 계급의 도수가 모두 6으로 같아. 따라서 우리 반 학생들의 수면 시간은 골고루 분포되어 있는 것 같아.

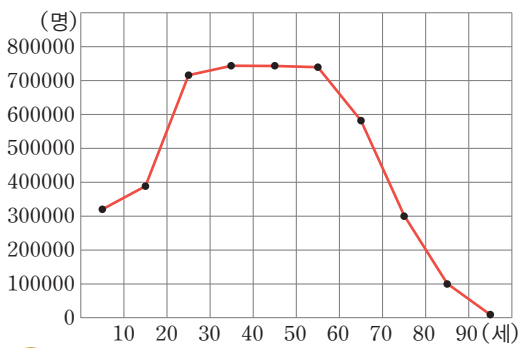
2 우리 반 학생들의 한 달 평균 통신비



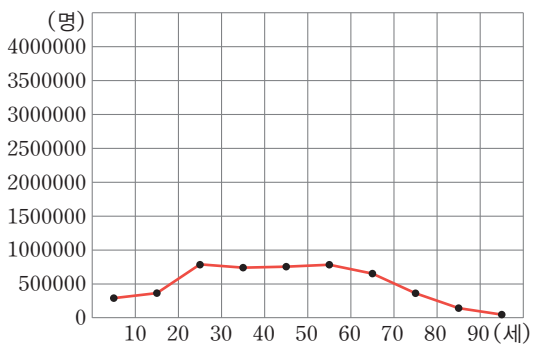


지우 히스토그램을 보면 두 번째 계급의 직사각형의 세로의 길이가 첫 번째 계급의 직사각형의 세로의 길이의 2배야. 따라서 한 달 평균 통신비가 3만 원 대인 학생의 수가 2만 원 대인 학생의 수의 2배야.

3 2020년 서울의 남자 나이별 인구 분포



2020년 서울의 여자 나이별 인구 분포



(출처: 통계청, 2020)



이안 도수분포다각형의 높낮이 차이가 여자보다 남자가 훨씬 커. 따라서 나이에 따른 2020년 서울의 나이별 인구수는 남자가 여자에 비해 차이가 커.

05 상대도수와 그 그래프

[학습 목표] 상대도수를 구하고, 상대도수의 분포를 표나 그래프로 나타내고 해석할 수 있다.

상대도수는 무엇일까?

생각 펼치기

환경·지속 가능발전 교육



플로깅은 조깅을 하면서 동시에 쓰레기를 줍는 운동으로, 건강과 환경을 동시에 챙길 수 있다.

다음은 가족과 함께 하는 플로깅 활동에 참가한 참가자의 나이를 각각 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 물음에 답해 보자.

〈표 1〉 참가자들의 나이

나이(세)	참가자 수(명)	
	A 코스	B 코스
$10^{\text{이상}} \sim 20^{\text{미만}}$	2	3
20 ~ 30	8	4
30 ~ 40	12	13
40 ~ 50	10	18
50 ~ 60	8	12
합계	40	50

1. 두 코스 중에서 30대 참가자의 수는 어느 코스가 더 많은지 말해 보자.

2. 두 코스 중에서 30대 참가자의 비율은 어느 코스가 더 많은지 말해 보자.

상대도수

생각 펼치기에서 A 코스와 B 코스의 30대 참가자의 수는 각각 12명, 13명이므로 30대 참가자의 수가 더 많은 코스는 B 코스이다. 그러나 A 코스의 30대 참가자의 비율은 $\frac{12}{40}=0.3$, B 코스의 30대 참가자의 비율은 $\frac{13}{50}=0.26$이므로 30대 참가자의 비율이 더 높은 코스는 A 코스이다.

도수의 총합이 다른 두 집단의 분포를 비교할 때에는 각 계급의 도수보다 각 계급의 도수가 전체에서 차지하는 비율을 비교하는 것이 더 바람직하다. 이때 도수의 총합에 대한 각 계급의 도수의 비율을 그 계급의 **상대도수**라고 한다.

$$(\text{어떤 계급의 상대도수})=\frac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})}$$

〈표 2〉는 〈표 1〉의 도수분포표에서 각 계급의 상대도수를 구하여 만든 상대도수의 분포표이다. 이 표에서 알 수 있듯이 각 계급의 상대도수의 합은 항상 1이고, 상대도수는 0 이상 1 이하의 수이다.

(상대도수의 합)
$=\frac{\{(\text{각 계급의 도수})\text{의 합}\}}{(\text{도수의 총합})}$
$=\frac{(\text{도수의 총합})}{(\text{도수의 총합})}=1$

〈표 2〉 참가자들의 나이

나이(세)	상대도수	
	A 코스	B 코스
$10^{\text{이상}}$ ~ $20^{\text{미만}}$	0.05	0.06
20 ~ 30	0.2	0.08
30 ~ 40	0.3	0.26
40 ~ 50	0.25	0.36
50 ~ 60	0.2	0.24
합계	1	1

1 **다음은 어느 중학교의 1학년 학생과 3학년 학생의 급식 만족도를 조사하여 나타낸 상대도수의 분포표이다. 물음에 답하시오.**

급식 만족도

급식 만족도(점)	1학년		3학년	
	학생 수(명)	상대도수	학생 수(명)	상대도수
$50^{\text{이상}}$ ~ $60^{\text{미만}}$	9	0.05	14	0.07
60 ~ 70	27	0.15		0.2
70 ~ 80	72		72	
80 ~ 90	27			0.25
90 ~ 100	45		24	
합계	180	1	200	1

(1) 위의 표를 완성하시오.

(2) 급식 만족도가 70점 이상 80점 미만인 학생의 비율은 어느 학년이 더 높다고 할 수 있는지 말하고, 그 이유를 설명하시오.

상대도수의 분포표와 그 그래프

도수분포표와 마찬가지로 상대도수의 분포표도 그래프로 나타내면 자료의 분포 상태를 한눈에 알아볼 수 있을 뿐만 아니라 자료를 비교하는 데 편리하다.

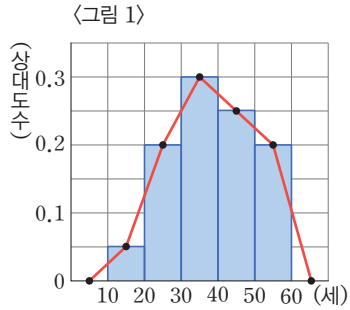
오른쪽 그래프는 〈표 2〉에서 A 코스의 참가자들의 나이에 대한 상대도수의 분포표를 다음 순서에 따라 그래프로 나타낸 것이다.

❶ 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 적는다.

❷ 세로축에 상대도수를 적는다.

❸ 히스토그램 또는 도수분포다각형과 같은 방법으로 나타낸다.

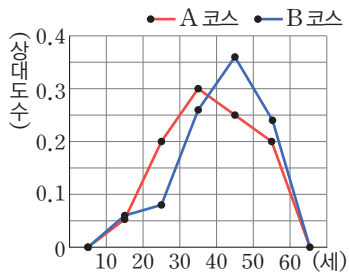
〈그림 1〉



같은 방법으로 〈표 2〉에서 B 코스 참가자들의 나이에 대한 상대도수의 분포표의 그래프를 〈그림 1〉의 그래프와 함께 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

이처럼 도수의 총합이 다른 두 자료의 상대도수의 분포를 도수분포다각형 모양의 그래프로 나타내면 상대도수의 분포 상태를 비교하기 편리하다.

〈그림 2〉



확인하기 〈그림 2〉의 그래프에서

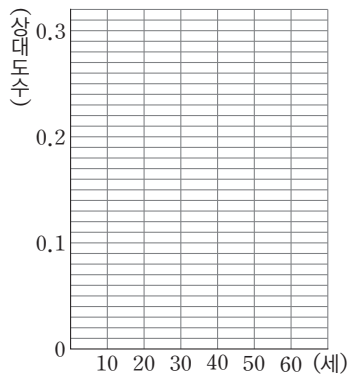
(1) 참가자들의 나이가 30세 이상 40세 미만인 참가자의 비율은 □코스가 더 높다.

(2) 참가자의 나이가 40세 이상인 계급에서 B 코스의 상대도수가 더 크므로 □코스가 □코스보다 참가자들의 나이가 상대적으로 더 많다고 할 수 있다.

2 다음은 A 동호회 회원과 B 동호회 회원의 나이를 조사하여 나타낸 상대도수의 분포표이다. 물음에 답하시오.

동호회 회원의 나이

나이(세)	상대도수	
	A 동호회	B 동호회
$10^{\text{이상}}$ ~ $20^{\text{미만}}$	0.18	0.1
20 ~ 30	0.26	0.2
30 ~ 40	0.22	0.16
40 ~ 50	0.2	0.24
50 ~ 60	0.14	0.3
합계	1	1



(1) 두 동호회의 상대도수의 분포표를 도수분포다각형 모양의 그래프로 나타내시오.

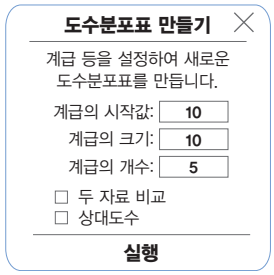
(2) A 동호회의 상대도수가 B 동호회의 상대도수보다 큰 계급을 모두 구하시오.

(3) 두 동호회 중에서 회원들의 나이가 더 많다고 할 수 있는 동호회는 어느 곳인지 말하고, 그 이유를 설명하시오.

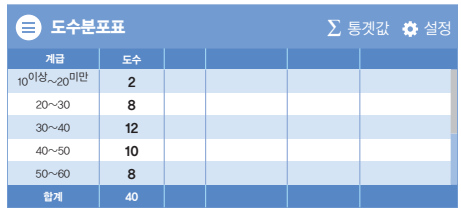
공학 도구로 상대도수의 분포표와 그 그래프 나타내기

이지통계를 이용하여 **생각 펼치기**의 〈표 1〉에서 A 코스의 자료를 상대도수의 분포표와 그 그래프로 나타내 보자.

❶ ☰에서 도수분포표를 눌러 나타난 '도수분포표 만들기' 창에서 계급의 시작값을 10, 계급의 크기를 10, 계급의 개수를 5로 입력하고 실행을 누른다.



❷ 도수분포표에서 도수 칸에 〈표 1〉 A 코스의 도수를 입력한다.



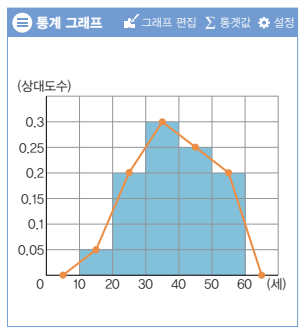
계급	도수
10이상~20미만	2
20~30	8
30~40	12
40~50	10
50~60	8
합계	40

❸ ⚙ 설정에서 OFF 상대도수를 ON 상대도수로 변경하여 상대도수의 분포표로 나타낸다.



계급	도수
10이상~20미만	0.05
20~30	0.2
30~40	0.3
40~50	0.25
50~60	0.2
합계	1

❹ ☰에서 통계 그래프를 눌러 상대도수의 분포표를 그래프로 나타낸다.

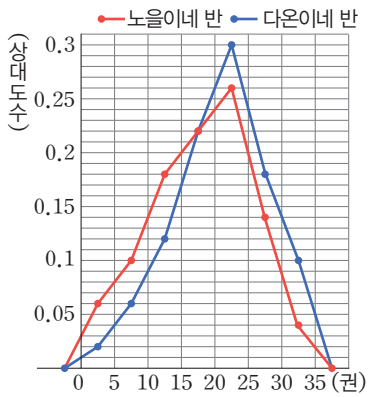


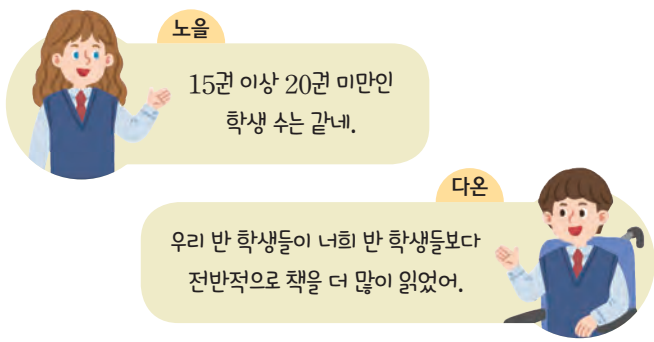
https://code.jihak.co.kr/qr/QyXxm2HX4okpMaOX

더 생각 나아가기

추론 의사소통 정보처리

다음은 노을이네 반과 다온이네 반 학생들이 올해 읽은 책의 권수를 조사하여 상대도수의 분포를 그래프로 각각 나타낸 것이다. 노을이와 다온이의 말이 옳은지 판단하고, 그 이유를 설명해 보자.





스스로 점검하기

정답과 해설 316쪽

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

(1) 도수분포표에서 도수의 총합에 대한 각 계급의 도수의 비율을 그 계급의 상대도수라고 한다. ( )

(2) 상대도수의 분포표에서 상대도수의 합은 항상 0이다. ( )

2

다음은 서유네 반 학생들의 하루 동안 받은 메일의 개수를 조사하여 나타낸 상대도수의 분포표이다. 물음에 답하시오.

메일의 개수

메일의 개수(개)	학생 수(명)	상대도수
$2^{\text{이상}}$ ~ $6^{\text{미만}}$	1	0.04
6 ~ 10	5	A
10 ~ 14	6	0.24
14 ~ 18	B	0.36
18 ~ 22	4	C
합계	D	E

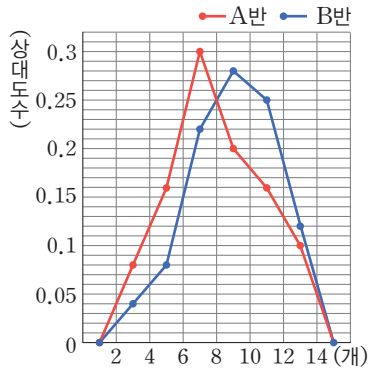
(1) A, B, C, D, E의 값을 각각 구하시오.

(2) 하루 동안 받은 메일의 개수가 14개 이상 22개 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/OptzKgE6b1cOM63j

3

오른쪽은 도영이네 학교 A반 학생과 B반 학생의 자유투 성공 횟수에 대한 상대도수의 분포를 그래프로 나타낸 것이다. 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르시오.



보기

ㄱ. A반보다 B반이 비교적 자유투를 더 많이 성공했다.

ㄴ. 10개 이상 자유투를 성공한 학생의 비율은 B반이 더 높다.

ㄷ. 자유투를 6개 이상 8개 미만 성공한 학생 수는 A반이 더 많다.

4

실생활 추론

다음 어느 회사 직원들의 직업 만족도에 대한 대화를 읽고, 이 회사의 직원 중 직업 만족도가 7점 미만인 직원은 모두 몇 명인지 구하시오.

예원 직업 만족도가 9점 이상인 직원이 2명 있어.

여진 7점 이상 9점 미만인 계급의 상대도수는 0.7이야.

종호 7점 미만인 직원의 전체 직원에 대한 비율은 0.2래.

자기 평가

상대도수를 구하고, 그 분포를 표나 그래프로 나타내고 해석할 수 있다.	
상대도수의 필요성과 유용성을 알게 되었다.	

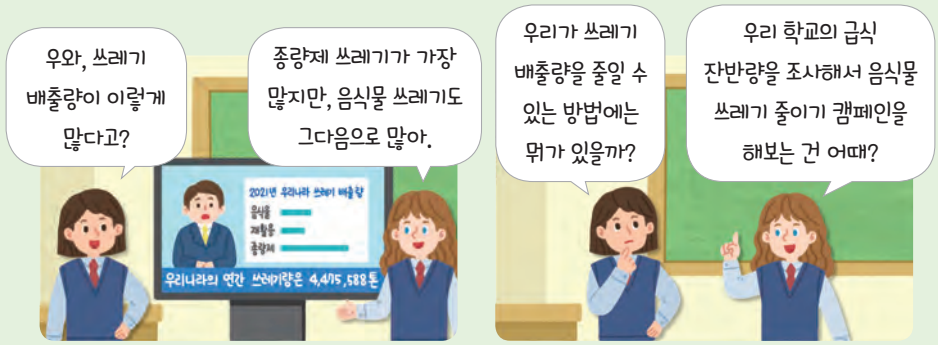
06 통계적 문제 해결

[학습 목표] 통계적 탐구 문제를 설정하고, 공학 도구를 이용하여 자료를 수집하여 분석하고, 그 결과를 해석할 수 있다.

통계를 이용하여 문제를 어떻게 해결할까?

생각 펼치기

다음 학생들의 대화를 읽고 물음에 답해 보자.



1. 자료를 조사하여 숫자나 그래프로 정보를 나타내면 유용한 점이 무엇인지 이야기해 보자.
2. 음식물 쓰레기 줄이기 캠페인을 위해 어떤 자료를 조사하는 것이 좋을지 이야기해 보자.

탐구 문제 설정하기

사회 현상이나 자연 현상을 규명하기 위해 하나의 값이 아닌 여러 개의 값들로 구성된 자료를 분석하여 이로부터 나오는 정보를 숫자나 그래프 등으로 나타낸 것을 통계라고 한다. **생각 펼치기**에서 학생들은 통계를 이용하면 다음과 같은 탐구 문제를 해결할 수 있다.

- 우리 학교의 일일 급식 잔반량 분포는 어떠한가?
- 우리 반 친구들의 월별 급식 잔반량은 대략 얼마인가?

통계를 이용하여 해결할 수 있는 탐구 문제를 통계적 탐구 문제라고 한다.

통계를 이용하여 문제를 해결하기 위해서는 탐구 문제를 명확하게 설정할 필요가 있다. 탐구 문제는 사람들에게 가치가 있고 흥미가 있어야 하며 관련 자료를 수집, 분석하여 명확한 답을 낼 수 있고 의도가 분명한 것이 좋다. 탐구 문제는 다음과 같은 네 단계를 거쳐 해결할 수 있다.

1 탐구 문제 설정하기

› 해결할 가치가 있는 주제를 선정하고, 통계를 이용하여 조사할 수 있는 탐구 문제를 설정한다.

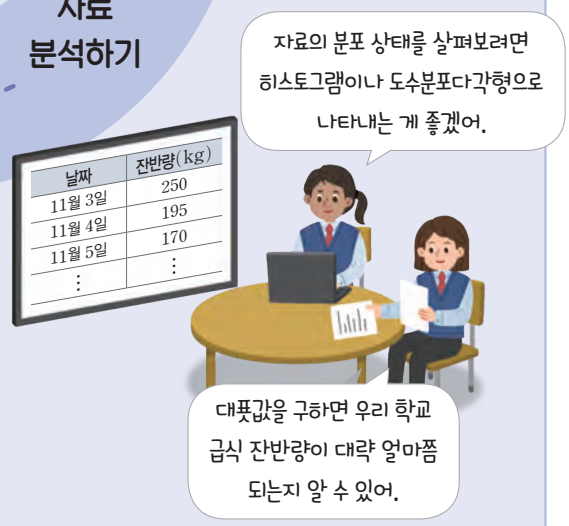


2 자료 수집하기

› 조사 목적에 맞게 자료 수집 계획을 세우고 자료를 수집한다.

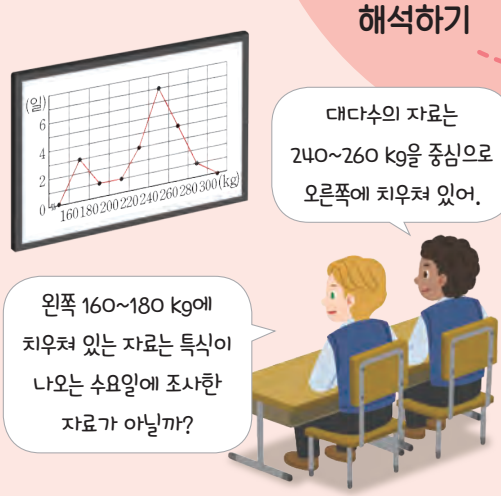


3 자료 분석하기



› 자료의 특성과 목적에 맞게 표, 그래프, 수치 등으로 나타내어 분석한다.

4 결과 해석하기



› 분석 결과를 탐구 문제와 맥락에 맞게 해석한다.

자료 수집하기

국가통계포털이나 통계지리정보서비스, 교육통계서비스 등을 이용하면 공공 기관에서 수집한 대규모의 자료를 쉽게 활용할 수 있다.

자료 수집은 설정된 탐구 문제에 따라 설문 조사, 실험, 관찰 등을 통해 이루어지며, 각종 미디어나 인터넷 검색, 통계 포털 등을 이용하여 다른 사람이 조사한 자료를 활용할 수도 있다. 자료를 수집할 때에는 수집 방법이 적절한지, 조사 대상이 전체 집단을 대표할 수 있는지, 탐구 문제에 적합한 자료를 수집하였는지 등을 판단해야 한다.

1 **다음은 가영이네 모둠에서 통계를 이용하여 해결하고자 하는 탐구 문제를 나열한 것이다. 각각 어떤 방법으로 자료를 수집하는 것이 좋을지 말하시오.**

㈎ 우리 학교 학생들이 좋아하는 계절
㈏ 우리 학교의 연도별 입학생 수
㈐ 우리 반 학생들의 50 m 달리기 기록

자료 분석하기

수집한 자료를 자료의 특성과 목적에 맞게 표, 그래프, 대푯값 등으로 나타내어 분석할 수 있다. 이때, 공학 도구를 이용하면 자료를 여러 가지 표나 그래프로 쉽게 나타낼 수 있다.

2 **다음 표는 현지가 지역별 중학교 수의 분포를 알아보기 위해 공공 자료를 이용하여 우리나라 전국 17개 시 · 도의 중학교 수를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.**

공학 도구

전국 17개 시 · 도의 중학교 수 (2022년 기준)

지역	중학교 수	지역	중학교 수	지역	중학교 수
강원	161	대전	89	전남	250
경기	653	부산	170	전북	211
경남	265	서울	390	제주	45
경북	261	세종	27	충남	185
광주	92	울산	64	충북	128
대구	125	인천	142		

(출처: 교육통계서비스, 2022)

(1) 공학 도구를 이용하여 평균과 중앙값을 각각 구하고, 이 중 대푯값으로 적절한 것은 무엇인지 말하시오.

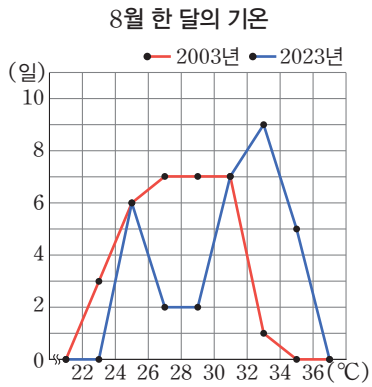
(2) 공학 도구를 이용하여 여러 가지 그래프로 나타내고, 각 그래프의 편리한 점을 말하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/jTekrn701L0SMlrN

결과 해석하기

자료를 분석하여 나타낸 표나 그래프, 대푯값은 통계적 탐구 문제의 맥락에 맞게 해석해야 한다. 또한, 수집한 자료나 분석 결과가 적절한지 판단해 보고, 결과를 해석하여 얻은 통계 정보를 바탕으로 다른 사람과 토론을 하여 합리적인 문제 해결 방안을 찾을 수도 있다.

3 다음 그래프는 준성이가 살고 있는 지역의 2003년 8월과 2023년 8월 한 달의 기온을 각각 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.

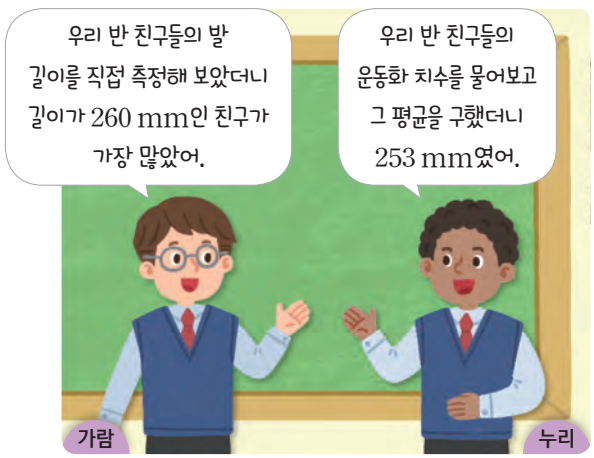


(1) 2003년 8월과 2023년 8월 한 달의 기온 분포가 지니는 특징을 비교하여 설명하시오.

(2) 이 그래프를 이용하여 준성이는 자신이 살고 있는 지역에 무엇을 건의할 수 있는지 말하시오.

더 생각 나아가기 의사소통 연결 정보처리

다음은 가람이와 누리가 각자 자신의 반 친구들의 발 길이를 조사하여 비교하는 통계적 문제 해결 과정의 일부이다. 수집한 자료나 분석 결과가 적절한지 판단하고, 그 이유를 말해 보자.





통계를 이용하여 진로 탐색하기

오른쪽 그림은 교육부에서 2022년에 실시한 중학생의 희망 직업 상위 10개를 워드 클라우드로 나타낸 것이다. 나의 흥미, 관심, 진로에 맞는 여러 가지 탐구 문제를 설정하여 통계적 문제 해결을 수행해 보자.



(출처: 교육부, 한국직업능력연구원, 2022)

1 탐구 문제 설정하기

다음 과정을 거쳐 모둠별로 탐구 문제를 설정해 보자.

❶ 위 직업 목록을 참고하여 각자 가장 관심이 있는 직업을 정한다.
❷ 자신이 정한 직업과 관련하여 평소 궁금했거나 탐구해 보고 싶은 주제를 정한다.
❸ 모둠에서 다음 기준을 이용하여 각자의 주제를 평가해 보자.
(1) 해결할 가치가 있고 사람들에게 흥미로운가?
(2) 통계를 이용하여 관련 자료를 수집, 조사, 분석할 수 있는가?
(3) 명확한 답을 낼 수 있고 의도가 분명한가?
❹ 가장 높은 평가를 받은 주제를 이용하여 모둠에서 해결할 탐구 문제를 설정한다.

2 자료 수집하기

1에서 설정한 탐구 문제에 적절한 자료 수집 계획을 세워 보고, 실제로 자료를 수집해 보자.

탐구 문제	
조사 내용	
조사 대상	
조사 방법	
조사 기간	

| 정답과 해설 317쪽 |

3 자료 분석하기

다음은 여러 가지 그래프와 그 그래프를 사용할 때 편리한 점을 설명한 것이다. 공학 도구를 이용하여 **2**에서 수집한 자료를 아래의 여러 가지 그래프로 나타내 보고, 탐구 문제와 수집한 자료의 특성에 맞는 그래프가 무엇인지 토론해 보자.

https://code.jihak.co.kr/qr/xpn0wP3hoXhdxR61

❶ 막대그래프: 항목별 수량을 비교할 때 편리하다.
❷ 꺾은선그래프: 시간에 따른 변화를 알아보기에 편리하다.
❸ 원그래프: 집단 내에서 항목별 비율을 비교하기에 편리하다.
❹ 띠그래프: 각 집단에서 항목이 차지하는 비율을 비교하기에 편리하다.
❺ 히스토그램, 도수분포다각형: 구간별 분포 상태를 확인하기에 편리하며, 비율을 나타내거나 비교할 때 상대도수를 이용할 수 있다.

4 결과 해석하기

자료의 분포 상태를 바탕으로 **3**에서 그린 그래프를 해석해 보고, 자신의 주장이나 의견을 써 보자.

5 반성하기

수집한 자료나 분석 결과가 적절한지 판단해 보고, 만약 적절하지 않다면 계획을 어떻게 수정할 것인지 논의해 보자.

| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	통계적 탐구 문제를 설정하고 적절한 계획을 세워 자료를 수집하였다.		
	수집한 자료를 탐구 문제와 수집한 자료의 특성에 맞는 그래프로 나타내고, 탐구 문제와 연결하여 해석하였다.		
태도	프로젝트 활동의 문제를 해결하는 과정에서 통계의 필요성과 유용성을 알게 되었다.		
	모둠 활동 중 모둠원들의 의견을 존중하고 통계적 근거를 바탕으로 합리적 의사결정을 하였다.		

스스로 마무리하기

생각 완성하기

● 각 단원의 내용을 정리하여 완성해 보자.



●○○

1 다음은 10개의 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열한 것이다. 이 자료의 중앙값이 15일 때, x의 값은?

5, 6, 6, 9, x, 16, 16, 18, 20, 22

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

●○○

2 다음은 여준이네 반 학생 20명의 줄넘기 횟수를 조사하여 나타낸 줄기와 잎 그림이다. 그림을 보고 줄넘기 횟수의 중앙값과 최빈값을 각각 구하시오.

줄넘기 횟수

(1|3은 13회)

줄기	잎
1	3 4 6 9
2	0 2 3 5 6 6
3	1 3 3 5 8 8 8
4	1 1 2

3 다음은 여찬이네 반 학생들의 1분 동안의 윗몸일으키기를 한 기록을 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 물음에 답하시오.

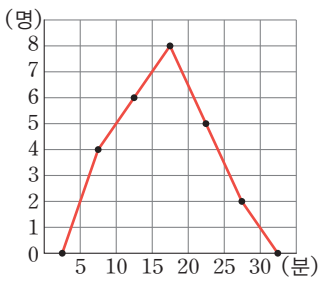
1분 동안의 윗몸 일으키기 기록

윗몸일으키기 횟수(회)	학생 수(명)
$10^{\text{이상}} \sim 20^{\text{미만}}$	1
$20 \sim 30$	3
$30 \sim 40$	12
$40 \sim A$	9
$50 \sim 60$	B
합계	27

(1) A, B의 값을 각각 구하시오.

(2) 도수가 가장 큰 계급을 구하시오.

4 오른쪽은 한별이네 반 학생들의 등교 시간을 조사하여 나타낸 도수분포다각형이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① 등교 시간이 15분 이상 20분 미만인 학생이 가장 많다.

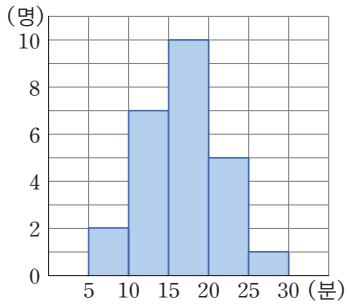
② 등교 시간이 25분 이상 30분 미만인 학생이 가장 적다.

③ 등교 시간이 가장 긴 학생은 29분이다.

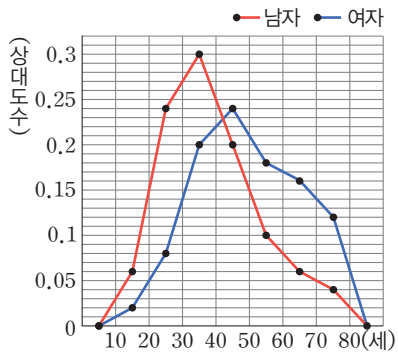
④ 등교 시간이 5번째로 긴 학생은 등교 시간이 최소 25분이다.

⑤ 한별이네 반 학생들의 절반 이상은 등교 시간이 15분 이상이다.

5 다음은 아인이네 반 학생들의 점심 식사 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 권장 식사 시간이 15분 이상이라고 할 때, 권장 식사 시간을 지킨 학생은 전체의 몇 %인지 구하시오.



6 다음은 남자 100명과 여자 150명이 참가한 어느 건강 걷기 행사의 참가자 나이에 대한 상대도수의 분포를 그래프로 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.



(1) 여자 참가자의 비율보다 남자 참가자의 비율이 더 높은 계급의 개수를 구하시오.

(2) 남자 참가자와 여자 참가자 중 참가자의 나이가 상대적으로 더 많은 쪽은 어느 쪽인지 구하시오.

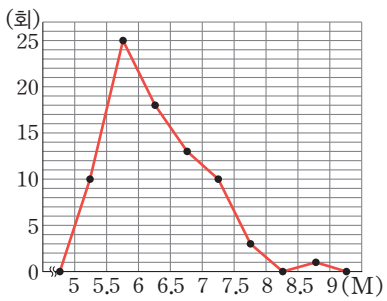
스스로 마무리하기

서술형 문제

7 오른쪽은 어느 학급 학생들의 수학 성적을 조사하여 나타낸 도수분포표이다. A : B = 3 : 2일 때, 도수가 가장 큰 계급을 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

수학 성적(점)	학생 수(명)
$40^{\text{이상}}$ ~ $50^{\text{미만}}$	2
50 ~ 60	11
60 ~ 70	A
70 ~ 80	B
80 ~ 90	6
90 ~ 100	1
합계	40

8 다음은 어느 해 A 지역에서 발생한 규모 5.0 이상의 지진 발생 횟수를 조사하여 나타낸 도수분포다각형이다. 규모 7.5 이상인 지진은 전체의 몇 %인지 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.



사고력 문제

9 다음 표는 영혁이네 학교 1학년 1반과 1학년 전체 학생의 달리기 기록을 조사하여 나타낸 상대도수의 분포표인데 일부가 찢어져서 보이지 않는다. 주어진 표가 아래 조건을 모두 만족시킬 때, 물음에 답하시오.

달리기 기록(초)	상대도수	
	1반	전체
$5^{\text{이상}}$ ~ $6^{\text{미만}}$	0.08	0.04
6 ~ 7	0.2	0.25
7 ~ 8	0.36	0.33
8 ~ 9	0.24	0.24
9 ~ 10		
합계	1	1

(가) 1반에서 달리기 기록이 9초 이상 10초 미만인 학생 수가 3명이다.
(나) 1학년 전체에서 달리기 기록이 9초 이상 10초 미만인 학생은 28명이다.

(1) 1반 전체 학생 수와 1학년 전체 학생 수를 각각 구하시오.

(2) 1반에서 7등인 학생은 1학년 전체에서 최소 몇 등을 하는지 구하시오.

https://code.jihak.co.kr/qr/VLeWeTKGkroVYfRg

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검하여 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

공학 도구를 이용하여 다양한 자료를 정리, 분석하여 문제를 해결할 수 있다.	
자료와 정보를 목적에 맞게 수집하고 변환하고 정리할 수 있다.	
이 단원의 학습에 적극적이고 자신감 있게 참여하였다.	
문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였다.	

+꿈을 비춰 주는 수학 등대

미래를 예측하는 데이터 과학자!



데이터는 잘 정리된 자료만을 의미하는 것이 아니다. 매일 매일 쏟아져 나오는 텍스트, 이미지, 음원, 영상 등도 데이터라고 할 수 있다. 이렇게 거대한 규모, 다양한 분야의 데이터는 기존의 컴퓨팅 기술로는 저장, 관리, 분석이 불가능한데 이러한 데이터의 집합 및 관련 기술과 인력을 빅데이터라고 한다.

데이터 과학자는 인터넷, 휴대 전화, 감시용 카메라 등 다양한 곳에서 생성된 빅데이터를 다루며, 데이터를 분석하는 것을 넘어 그것에 적절한 의미와 가치를 부여하여 새로운 정보를 알아내는 일을 한다. 이러한 빅데이터와 데이터 과학자는 현재 인류가 마주한 다양한 분야의 문제를 해결하는 데 크게 기여할 것으로 예측하고 있다.

데이터 과학자의 중요한 역할은 무엇인가요?



데이터 과학자

현재 우리 세계는 디지털 가속화, 기후 및 생태 변화 등 끊임없이 변화가 일어나면서 모든 분야에서 불확실성이 점점 커지고 있습니다. 이러한 측면에서 데이터 과학자는 데이터를 분석하여 불확실한 미래에 대해 예측을 하는 매우 중요한 역할을 수행하고 있습니다.

데이터 과학자는 어떤 분야에서 활동하나요?



데이터 과학자

데이터 과학자는 데이터가 있는 모든 곳에서 일을 합니다. 정부 기관, 기업, 금융 기관뿐 아니라 의료 기관이나 각종 기업 등 여러 분야에서 활동하고 있습니다.

데이터 과학자가 되려면 무엇을 공부해야 하나요?

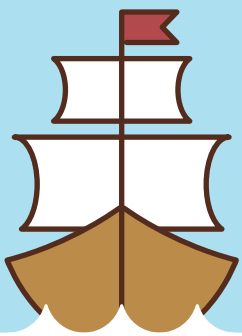


데이터 과학자

데이터 과학자가 되려면 수학과 통계학을 열심히 공부해야 하며, 데이터 처리와 분석 능력과 같은 전문성 또한 필요합니다.

(출처: 교육부, 한국직업능력연구원, 2018)

정답과 해설



I 소인수분해

이것만은 알고 가기 10쪽

1 (1) 1, 5 (2) 1, 2, 3, 4, 6, 12
(3) 3, 6, 9, 12, … (4) 8, 16, 24, 32, …

2 (1) 1, 2, 4, 8 (2) 1, 2, 4, 8

3 (1) 1, 3, 9 (2) 9

4 (1) 12, 24, 36, 48, … (2) 12

01 소수와 합성수 11~13쪽

생각 펼치기

1 $5=1\times5=5\times1$이므로 1가지이다.

2 $6=1\times6=6\times1$, $6=2\times3=3\times2$이므로 2가지이다.

확인하기 소수, 합성수

1 소수: 3, 13, 23 합성수: 10, 16, 21

2 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

확인하기 (1) 밑, 지수 (2) $3^2\times5^2$

3 (1) 5^3 (2) $2^2\times7^3$

생각 더 나아가기

4시간은 240분이고 20분마다 2배로 분열하므로 240분 후에는 2^{12}배로 분열한다.

+ 스스로 점검하기 14쪽

1 (1) 소수 (2) 합성수
(3) 거듭제곱, 밑, 지수

2 (1) 2, 5, 11, 17 (2) 8, 24, 27
(3) 1

3 ㄴ, ㄹ

4 31, 37, 41, 43, 47

5 51

6 3^5개

02 소인수분해 15~16쪽

생각 펼치기

1 2, 3

2 1, 2, 3, 4, 6, 12　　소수: 2, 3

1 (1) 3^3　(2) $2^2\times3^2$　(3) $2^4\times3$　(4) $2^3\times7$

2 (1) 1, 2, 4, 5, 10, 20

(2) 1, 3, 7, 9, 21, 63

(3) 1, 3, 7, 21

(4) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

생각 더 나아가기

11은 8보다 큰 수이지만, 11의 약수는 2개, 8의 약수는 4개로 11의 약수의 개수가 8의 약수의 개수보다 더 적다.

+ 스스로 점검하기 17쪽

1 (1) 소인수　(2) 소인수분해

2 2, 3, 7

3 (1) $2^3\times3$　(2) $2^3\times5$　(3) 3×5^2　(4) 2×7^2

4 (1) 1, 2, 4, 8, 16, 32

(2) 1, 3, 5, 9, 15, 25, 45, 75, 225

(3) 1, 2, 4, 13, 26, 52

(4) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

5 12, 18, 27, 36, 54

6 (1) $2^2\times7$　(2) 7

수학으로 세상보기 18쪽

1 주어진 수를 소인수분해하면

$6=2\times3$, $12=2^2\times3$, $35=5\times7$,

$30=2\times3\times5$, $20=2^2\times5$,

$39=3\times13$, $9=3^2$, $22=2\times11$

이고, 방법에 따라 수를 지워 나간다.

2 생략

03 최대공약수 19~20쪽

생각 펼치기

1 $24=2^3\times3$, $30=2\times3\times5$

2 $6=2\times3$

1 (1) 25 또는 5^2　(2) 18 또는 2×3^2

(3) 4 또는 2^2　(4) 6 또는 2×3

2 (1), (3)

3 (1) 6 또는 2×3　(2) 12 또는 $2^2\times3$

(3) 15 또는 3×5　(4) 18 또는 2×3^2

생각 더 나아가기

| 예시 | 두 수를 최대공약수로 나눈 몫들은 항상 서로소이다. 나눈 몫들이 서로소가 아니면 공통인 소인수가 남아 있는 것이므로 두 수를 나눈 수가 최대공약수가 될 수 없기 때문이다.

+ 스스로 점검하기 21쪽

1 (1) ×　(2) ○

2 (1) 60 또는 $2^2\times3\times5$　(2) 12 또는 $2^2\times3$

3 13, 35, 77

4 (1) 20 또는 $2^2\times5$　(2) 12 또는 $2^2\times3$

5 1, 3, 7, 9, 21, 63

6 (1) ㉡과 ㉣　(2) ㉠과 ㉣

04 최소공배수 22~23쪽

생각 펼치기

1 $6=2\times3$, $8=2^3$

2 $24=2^3\times3$

수학 호기심 서로소인 두 수는 공통인 소인수가 없으므로 두 수를 곱하여 최소공배수를 구한다.

1 (1) 60 또는 $2^2\times3\times5$　(2) 252 또는 $2^2\times3^2\times7$

(3) 105 또는 $3\times5\times7$　(4) 180 또는 $2^2\times3^2\times5$

2 최소공배수: 48 또는 $2^4\times3$, 공배수: 48, 96, 144

3 (1) 216 또는 $2^3\times3^3$　(2) 1260 또는 $2^2\times3^2\times5\times7$

(3) 72 또는 $2^3\times3^2$　(4) 252 또는 $2^2\times3^2\times7$

생각 더 나아가기

$54=2\times3^3$ $72=2^3\times3^2$ $126=2\times3^2\times7$ 2×3^2 이므로 최대공약수는 $2\times3^2=18$이다.	$54=2\times3^3$ $72=2^3\times3^2$ $126=2\times3^2\times7$ $2^3\times3^3\times7$ 이므로 최소공배수는 $2^3\times3^3\times7=1512$이다.

+ 스스로 점검하기 24쪽

1 (1) × (2) ○

2 (1) 1350 또는 $2\times3^3\times5^2$ (2) 252 또는 $2^2\times3^2\times7$

3 (1) 540 또는 $2^2\times3^3\times5$ (2) 1080 또는 $2^3\times3^3\times5$

4 ㄱ, ㄷ

5 $a=3$, $b=2$

6 140

+수학으로 세상보기 25쪽

1 십간이 을인 해는 10년에 한 번씩 돌아오기 때문에 을로 시작하는 해는 항상 일의 자리 수가 5이다.

2 | 예시 | 2023년은 계묘년이고, 육십갑자는 60년에 한번 돌아오므로 이전에 같은 육십갑자의 해는 1963년이다.

3 | 예시 | 2018년은 무술년이므로 60년 후인 2078년도 무술년이다. 2080년은 2078년도로부터 2년 후이므로 경자년이다.

수학으로 탐험하기 26~27쪽

1 '행복'을 암호 변환표에서 찾으면

14, 31, 8, 6, 25, 1

이다. 더하는 수가 3이므로 3을 더하면

17, 34, 11, 9, 28, 4

이다. 소수 5를 곱하면

85, 170, 55, 45, 140, 20

이므로 암호는 85, 170, 55, 45, 140, 20이다.

2 27, 81, 30, 96, 12, 27, 87을 소인수분해하면

$27=3^3$, $81=3^4$, $30=2\times3\times5$, $96=2^5\times3$,

$12=2^2\times3$, $87=3\times29$

이므로 공통인 소인수는 3이다. 이때 3으로 나누면

9, 27, 10, 32, 4, 9, 29

이다. 더하는 수가 2이므로 각 수에서 2를 빼면

7, 25, 8, 30, 2, 7, 27

이므로 이를 암호 변환 표에서 찾으면

ㅅ, ㅗ, ㅇ, ㅣ, ㄴ, ㅅ, ㅜ이다. 따라서 해독한 글자는 '소인수'이다.

3 | 예시 | '수학'을 더하는 수 3, 소수 5를 이용하여 암호로 만들면

50, 150, 85, 120, 20

이다.

스스로 마무리하기 28~30쪽

1 ② **2** ④ **3** ㄴ, ㄹ

4 ④ **5** $a=8$, $b=4$, $c=2$

6 ㉠ 3^2, ㉡ $3^2=9$, ㉢ 2, ㉣ $2\times3^2=18$

7 $a=14$, $b=42$ **8** 5쌍

9 6개 **10** 5 **11** $2^2\times3^2\times7$

12 $\frac{189}{2}$ **13** 3개 **14** 54

15 6개

16 $a=300$, $b=4$ 또는 $a=100$, $b=12$

10 최소공배수는 두 수의 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 지수가 큰 것을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱을 모두 택하여 곱한 수이다. 최소공배수 150을 소인수분해하면

$150=2\times3\times5^2$이고, 세 자연수 $5\times x$, $6\times x$, $10\times x$의 최소공배수는 $2\times3\times5\times x$이므로 $x=5$이다.

11 ㈎에서 A와 $2^3\times3$의 최대공약수는 $2^2\times3$이므로 $A=2^2\times3\times k$의 꼴로 나타낼 수 있다. 따라서 A와 $2^3\times3$의 최소공배수는 $2^3\times3\times k$이다. ㈏에서 최소공배수는 $2^3\times3^2\times7$이므로 $2^3\times3\times k=2^3\times3^2\times7$이 성립하여 k는 3×7이다. 따라서 A는 $2^2\times3^2\times7$이다.

12 $\frac{10}{27}$, $\frac{16}{63}$의 어느 것에 곱해도 항상 자연수가 되게 하는 기약분수를 $\frac{b}{a}$라 하면 a는 $10=2\times5$와 $16=2^4$의

최대공약수인 2, b는 $27=3^3$, $63=3^2\times7$의 최소공배수인 $3^3\times7$이어야 한다.

따라서 $\frac{3^3\times7}{2}=\frac{189}{2}$이다.

13 $A=2^2\times3^3$의 약수를 구하면

1, 2, 2^2, 3, 3^2, 3^3, 2×3, 2×3^2, 2×3^3, $2^2\times3$, $2^2\times3^2$, $2^2\times3^3$

이다. 이때 $12=2^2\times3$이므로 12의 배수는 A의 약수 중 $2^2\times3$을 인수로 가진 수이다.

따라서 $2^2\times3$, $2^2\times3^2$, $2^2\times3^3$으로 3개이다.

채점 기준	배점 비율
(i) A의 약수를 구한 경우	60 %
(ii) 12의 배수를 구한 경우	40 %

14 $36=2^2\times3^2$, $90=2\times3^2\times5$, $18=2\times3^2$, $540=2^2\times3^3\times5$이므로

N은 $2\times3^3=54$, $2\times3^3\times2=108$, $2\times3^3\times5=270$, $2\times3^3\times2\times5=540$이 될 수 있다.

이 중 가장 작은 수는 54이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 36, 90, 18, 540을 소인수분해한 경우	30 %
(ii) 조건에 맞는 N의 값을 구한 경우	60 %
(iii) 가장 작은 N의 값을 구한 경우	10 %

15 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 그 수가 1이거나 그 수를 소인수분해하였을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. $288=2^5\times3^2$에서 2의 지수가 홀수이고 3의 지수는 짝수이므로

2, 2^3, 2^5, 2×3^2, $2^3\times3^2$, $2^5\times3^2$으로 나누면 된다.

따라서 이를 만족시키는 자연수 a의 개수는 6이다.

16 두 자연수 a, b의 최대공약수가 4이므로 $a=4\times x$, $b=4\times y$ (x, y는 서로소)이다.

또, 최소공배수가 300이므로 $300=4\times x\times y$이다.

$x\times y=75=3\times5^2$이고, 이것의 약수를 구하면

1, 3, 5, $3\times5=15$, 25, $3\times5^2=75$이다. 이때 x, y는 서로소이므로 $x=75$, $y=1$ 또는 $x=25$, $y=3$이다. 따라서 $a>b$이므로

$a=4\times75=300$, $b=4\times1=4$ 또는

$a=4\times25=100$, $b=4\times3=12$이다.

Ⅱ 정수와 유리수

이것만은 알고 가기 34쪽

1 (1) 23 (2) 91

2 (1) $\frac{11}{6}$ (2) $\frac{4}{21}$ (3) $\frac{10}{3}$ (4) $\frac{16}{3}$

3 (1) < (2) > (3) > (4) =

4 (1) 2.4 (2) 0.816 (3) 3.2 (4) 8

01 정수와 유리수의 뜻 35~37쪽

생각 펼치기

1 0 ℃보다 10 ℃가 낮다.

2 월요일

1 (1) −5 kg (2) +3000원

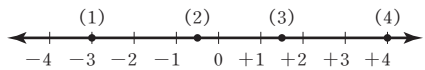
2 양의 정수: +5, +7

음의 정수: −1, −9

3 (1) +8.3, $+\frac{6}{2}$, $+\frac{5}{6}$ (2) $-\frac{4}{3}$, $-\frac{10}{5}$, −3.5

(3) +8.3, $-\frac{4}{3}$, $+\frac{5}{6}$, −3.5

4



생각 더 나아가기

| **예시** | 내가 간식비로 2000원을 썼다는 표시야.

음의 부호는 양의 부호와 반대되는 성질을 나타내므로 손해, 감소 등을 간단히 나타낼 수 있다.

스스로 점검하기 38쪽

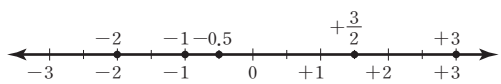
1 (위에서부터) 정수, 음의 정수, 정수가 아닌 유리수

2 (1) +2, $+\frac{6}{3}$

(2) −0.8, −4.2, −1, −3

(3) −0.8, $+\frac{2}{5}$, −4.2

3 −1



4 0, -3

5 산

02 정수와 유리수의 대소 관계 39~41쪽

생각 펼치기

1 동생: -4, 영희: $+4$



2 원점으로부터 영희가 심은 나무까지의 거리: 4 m

원점으로부터 동생이 심은 나무까지의 거리: 4 m

1 (1) $|+7|=7$ (2) $\left|+\frac{9}{4}\right|=\frac{9}{4}$

(3) $|-1.7|=1.7$ (4) $|-14|=14$

2 (1) $+3$, -3 (2) $+\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{2}$

확인하기 (1) 크다 (2) 작다

3 (1) $<$ (2) $>$ (3) $>$ (4) $>$

4 (1) $a\geq-5$ (2) $b\leq+3$

(3) $-\frac{1}{2}<c\leq+1$ (4) $-\frac{1}{3}\leq d<+\frac{1}{3}$

생각 더 나아가기

이안: 모든 수의 절댓값은 항상 0보다 크거나 같다.

세라: 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

+ 스스로 점검하기 42쪽

1 (1) 절댓값 (2) 작다

2 (1) 6 (2) $\frac{3}{2}$ (3) 5 (4) 2.3

3 -5, $+3$, -2.5, $+\frac{7}{4}$

4 (1) $+3>+1.5$ (2) $-3.2<-2.6$

5 ㄱ, ㄹ

6 (1) 2 (2) 1개

03 정수와 유리수의 덧셈 43~46쪽

생각 펼치기

1 $+4$

2 -2

1 (1) $+9$ (2) -4 (3) -1 (4) $+3$

2 (1) $+4.5$ (2) -5 (3) -1.4 (4) -1

3 -1 ℃

4 (1) -6 (2) $+\frac{1}{3}$ (3) $+7.4$

생각 더 나아가기

숫자 카드에서 세 장을 뽑아 합을 구할 때 그 합이 가장 큰 수는 두 양수와 절댓값이 가장 작은 음수가 적힌 카드를 뽑으면 되므로

$$\left(+\frac{5}{2}\right)+(+7)+\left(-\frac{1}{3}\right)=+\frac{19}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$=+\frac{57}{6}+\left(-\frac{2}{6}\right)$$
$$=+\frac{55}{6}$$

이다. 세 장을 뽑아 합을 구할 때 가장 작은 수는 두 음수와 절댓값이 가장 작은 양수가 적힌 카드를 뽑으면 되므로

$$(-4)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{5}{2}\right)=-\frac{13}{3}+\left(+\frac{5}{2}\right)$$
$$=-\frac{26}{6}+\left(+\frac{15}{6}\right)$$
$$=-\frac{11}{6}$$

이다. 따라서 $a=+\frac{55}{6}$, $b=-\frac{11}{6}$이다.

+ 스스로 점검하기 47쪽

1 (1) 합 (2) 차

2 (1) $+9$ (2) $+7$ (3) $-\frac{13}{8}$ (4) $+2.1$

3 ㉠ 교환법칙, ㉡ 결합법칙

4 (1) $+\frac{7}{10}$ (2) -3

5 $-\frac{37}{20}$

6 $a=0$, $b=-1$, $c=+1$, $d=+3$

04 정수와 유리수의 뺄셈 48~50쪽

생각 펼치기

1 $+1$

2 $+5$

1 (1) $+6$ (2) -2 (3) $+\frac{39}{20}$ (4) -7.6

2 (1) -11 (2) $-\frac{9}{2}$ (3) $+8.9$

3 (1) -3 (2) $\frac{5}{2}$ (3) -6 (4) $-\frac{13}{4}$

생각 더 나아가기

카이로는 $+2$, 뉴욕은 -5이므로

$(+2)-(-5)=(+2)+(+5)=+7$

이고 카이로는 뉴욕보다 7시간 빠르다.

따라서 카이로가 4월 9일 오전 6시일 때, 뉴욕은 4월 8일 오후 11시이다.

+ 스스로 점검하기 51쪽

1 부호, 덧셈

2 (1) $+7$ (2) $+15$ (3) $-\frac{19}{10}$ (4) $+1.5$

3 -13

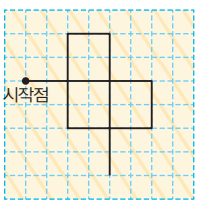
4 (1) 0 (2) 3

5 25

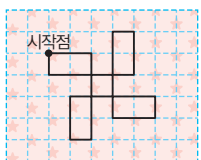
6 3칸

+수학으로 세상보기 52쪽

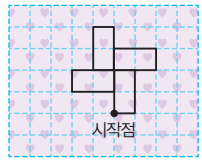
1



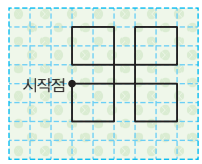
2 | 예시 | 오른쪽과 같이 시작점을 잡으면 $+2$, -4, -1, $+2$, $+4$, -1, -2, $+4$, $+1$, -2, -4, $+1$이고 이 수들을 를 모두 더하면 0이다.



3 주어진 수를 모두 더하면 0이므로 시작점으로 돌아온다.



4 | 예시 | $+5$, -2, -2, $+5$, $+2$, -2, -5, $+2$, $+2$, -5, -2, $+2$를 무늬로 그려 보면 오른쪽 그림과 같다.



05 정수와 유리수의 곱셈 53~57쪽

생각 펼치기

1 2씩 작아진다.

2 (위에서부터) -2, -4

1 (1) $+27$ (2) -10 (3) $+\frac{1}{6}$ (4) -0.42

2 (1) $+13$ (2) $+75$ (3) $+15$ (4) -3

수학 호기심 $-2^2=-4$, $(-2)^2=4$로 값이 서로 다르다.

3 (1) 84 (2) $-\frac{1}{3}$

생각 펼치기

5, 10, 5, 10

확인하기 (1) -3, 10, 7 (2) 11, 22

수학 호기심 $a\times(b-c)=a\times b+a\times(-c)$이다.

4 (1) 11 (2) -13

생각 더 나아가기

[노을이의 방법]

$(-12)\times 105=-(12\times 105)=-1260$

[가람이의 방법]

$(-12)\times 105=(-12)\times(100+5)$

$=(-12)\times 100+(-12)\times 5$

$=-1200+(-60)=-1260$

두 방법의 계산 결과는 같다.

+ 스스로 점검하기 58쪽

1 (1) 양 (2) 음 (3) 0

2 (1) $+15$ (2) -10 (3) 0 (4) $+\frac{1}{4}$

3 ㉠ 교환법칙, ㉡ 결합법칙

4 $+3$ **5** 100, -1100

6 $\frac{19}{12}$점

06 정수와 유리수의 나눗셈 59~61쪽

생각 펼치기

1 $+3$

2 -4

1 (1) $+12$ (2) -2 (3) -0.6 (4) $+1.7$

확인하기 $-\frac{1}{2}$, -2

2 (1) $\frac{1}{11}$ (2) $-\frac{1}{3}$ (3) $-\frac{8}{5}$ (4) $\frac{10}{23}$

3 (1) -16 (2) $+\frac{13}{9}$

4 (1) -9 (2) 4

생각 더 나아가기

곱셈, 나눗셈을 먼저 하고 덧셈, 뺄셈은 나중에 계산해야 한다. 따라서

$12-8\div4\times(-6)=12-2\times(-6)$

$=12-(-12)=24$

+ 스스로 점검하기 62쪽

1 (1) 양 (2) 음 (3) 역수

2 $+2$

3 (1) -8 (2) $+\frac{3}{4}$ (3) $+\frac{1}{12}$ (4) $-\frac{1}{4}$

4 ㉤ − ㉣ − ㉢ − ㉡ − ㉠, -2

5 $-a^2<-a<\frac{1}{a^2}<\frac{1}{a}$

6 (1) 32 (2) -4 (3) -7

+ 수학으로 세상보기 63쪽

1 (1) -122 (2) 45

2 첫 번째 = 단추는 결과를 나타내며 두 번째 = 단추부터는 이전에 수행된 연산이 다시 실행된다.

(1) 32, $2\times2\times2\times2\times2$

(2) 35, $5+5+5+5+5+5+5$

3 (1) 295 (2) 59049

수학으로 탐험하기 64~65쪽

1

2	9	4
7	5	3
6	1	8

2 | 예시 |

-3	2	1
4	0	-4
-1	-2	3

3 | 예시 |

0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$
1	$\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{5}$
$-\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

4 | 예시 |

$\frac{3}{7}$	$-\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	0
$-\frac{1}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{1}{7}$

스스로 마무리하기 66~68쪽

1 ① **2** ⑤ **3** ③

4 ② **5** $\frac{61}{12}$

6 $-\frac{5}{2}\le a<\frac{19}{3}$, 9개 **7** $-\frac{5}{12}$, $\frac{5}{12}$

8 ③ **9** $-\frac{7}{18}$ **10** ②

11 8 **12** $\frac{19}{6}$ **13** 1800 m

14 $b-a$, b, a, $a-b$ **15** -7

12 어떤 수를 □라고 하면 $\square+\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{2}{3}$이므로

$\square=\frac{2}{3}-\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{23}{12}$이다.

따라서 바르게 계산하면 $\frac{23}{12}-\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{19}{6}$이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 어떤 수를 구한 경우	50 %
(ii) 바르게 계산하여 답을 구한 경우	50 %

13 (희수가 이동한 거리)$=50\times20=1000(\mathrm{m})$

(시은이가 이동한 거리)$=40\times20=800(\mathrm{m})$

이다. 희수와 시은이가 이동한 길을 수직선 위에 나타내면 희수의 위치에 대응하는 수를 $+1000$, 시은이의 위치에 대응하는 수를 -800이라고 할 수 있으므로 희수와 시은이 사이의 거리는

$1000-(-800)=1800(\mathrm{m})$이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 희수와 시은이가 이동한 거리를 구한 경우	40 %
(ii) 희수와 시은이의 위치에 대응하는 수를 구한 경우	30 %
(iii) 희수와 시은이 사이의 거리를 구한 경우	30 %

14 $\frac{a}{b}<0$이므로 a와 b의 부호는 다르고 $a>b$이므로

$a>0$, $b<0$이다.

(음수) $-$ (양수) $=$ (음수) $+$ (음수) $=$ (음수)이므로

$b-a<0$이고, $b-a<b$이다.

(양수) $-$ (음수) $=$ (양수) $+$ (양수) $=$ (양수)이므로

$a-b>0$이고, $a<a-b$이다.

따라서 $b-a<b<a<a-b$이다.

15 ㈎에서 세 수의 곱이 음수이고, ㈏에서 세 수의 합도 음수이므로 세 수 중 한 수가 음수, 나머지 두 수가 양수인 경우와 세 수가 모두 음수인 경우가 가능하다.

㈎에서 $abc=-8$이고, ㈐에서 세 수의 절댓값의 크기를 고려하면 $|a|=4$, $|b|=1$, $|c|=2$이다.

세 조건을 만족시키는 a, b, c의 값과 그때 세 수의 합은 다음과 같다.

(i) $a=-4$, $b=1$, $c=2$일 때 $a+b+c=-1$

(ii) $a=4$, $b=-1$, $c=2$일 때 $a+b+c=5$

(iii) $a=4$, $b=1$, $c=-2$일 때 $a+b+c=3$

(iv) $a=-4$, $b=-1$, $c=-2$일 때 $a+b+c=-7$

따라서 세 수의 합이 -1이 되는 a, b, c의 값은

$a=-4$, $b=1$, $c=2$이므로

$a-b-c=-4-1-2=-7$이다.

Ⅲ 문자와 식

이것만은 알고 가기 72쪽

1 (1) $\triangle-4$ (2) $\bigcirc\times2+\star\times5$

2 (1) 10^4 (2) $(-1)^3$ (3) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$ (4) $5^3\times7^2$

3 (1) -3 (2) 1 (3) 3 (4) 8

4 (1) -1 (2) 11

01 문자의 사용과 식의 값 73~76쪽

생각 펼치기

(위에서부터) 100×2, 100×3, 100×4

1 $(100\times\square)$ MiB

1 (1) $(3\times a)$ cm (2) $(3\times p+5)$개 (3) $10\times x+y$

2 (1) $4x$ (2) $-0.1ab$

(3) $2x^2y$ (4) $-3(a-b)$

확인하기 (1) -4, 4 (2) 3

3 (1) $\frac{y}{5}$ (2) $\frac{ab}{3}$

(3) $\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{y}$ (4) $-\frac{a+b}{c}$

4 (1) $\frac{10000}{a}$원 (2) $4t$ km (3) $\frac{x+y}{2}$점

5 가람: $3\div a\times b=\frac{3}{a}\times b=\frac{3b}{a}$

앞에서부터 나눗셈 기호를 곱셈 기호로 고쳐 간단히 나타내야 한다.

노을: $a\times(-2)=-2a$

곱셈 기호를 생략할 때 수를 문자 앞에 써야 한다.

다온: $x\div(y\div z)=x\div\left(\frac{y}{z}\right)=x\times\frac{z}{y}=\frac{xz}{y}$

괄호가 있는 식에서 나눗셈 기호는 바로 생략하지 않고 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

생각 펼치기

$0.03\times x=0.03x(\mathrm{L})$

| 예시 | 몸무게가 60 kg이면 $0.03\times60=1.8(\mathrm{L})$이다.

6 (1) 7 (2) 0

7 (1) 5 (2) -1

생각 더 나아가기

$x=67$을 주어진 식에 대입하면

$\frac{5}{9}(x-32)=\frac{5}{9}\times(67-32)=\frac{5}{9}\times35=\frac{175}{9}$

이고, $175\div9=19.44\cdots$이므로 반올림하여 소수 첫째 자리까지 나타내면 19.4 ℃이다.

+ 스스로 점검하기 77쪽

1 (1) × (2) ○ (3) ○

2 (1) $\frac{xy}{3}$ (2) $\frac{-2(a+b)}{c}$

3 (1) $(2a+2b)$ cm (2) $(10000-1200p)$원
(3) $(60x+70y)$ km

4 (1) $\frac{ah}{2}$ (2) $\frac{h(a+b)}{2}$

5 (1) 6 (2) $-\frac{13}{3}$

6 초속 339.4 m

02 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈 78~81쪽

생각 펼치기

〈그림 1〉의 직사각형의 넓이는 $x\times5=5x$,
〈그림 2〉의 직사각형의 넓이는 $y\times3=3y$,
〈그림 3〉의 직사각형의 넓이는 $1\times2=2$이다.
따라서 이들의 합을 식으로 나타내면 $5x+3y+2$이다.

1

다항식	항	x의 계수	y의 계수	상수항
$2x+y-1$	$2x$, y, -1	2	1	-1
$-x+3y+1$	$-x$, $3y$, 1	-1	3	1
$\frac{x}{4}-\frac{3}{2}y-\frac{1}{5}$	$\frac{x}{4}$, $-\frac{3}{2}y$, $-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{5}$

확인하기 (1) $3x^2$, 2, 2 (2) $5x$, 1, 1

2 (1) 1 (2) 1 (3) 2 (4) 2
따라서 일차식은 (1), (2)이다.

3 세라: 다항식 $3x+1$의 차수는 1이고, 3은 x의 계수이다.
지우: 다항식 $-\frac{x}{3}+2$에서 x에 $-\frac{1}{3}$이 곱해져 있으므로 x의 계수는 $-\frac{1}{3}$이다.

생각 펼치기

1 $24x$원 **2** $(24x\times5)$원

확인하기 (1) 2, 12 (2) 3, 4, 3, 3, 4

4 (1) $-20y$ (2) $-9x$

5 (1) $a-\frac{7}{3}$ (2) $-12x+6$
(3) $-5-2b$ (4) $-14y+4$

생각 더 나아가기

분배법칙을 이용하여 일차식과 수의 곱셈을 할 경우, 일차식의 모든 항에 그 수를 곱하여 계산해야 한다.
따라서 $3(2a-1)=3\times2a-3\times1=6a-3$이다.
분배법칙을 이용하여 일차식을 수로 나누는 경우, 나누는 수가 정수이면 분수의 꼴로 나타내어 계산할 수 있다. 이때 분자에 있는 모든 항에 대하여 나눗셈을 적용할 수 있도록 해야 한다.
따라서 $\frac{-4a+6}{2}=\frac{-4a}{2}+\frac{6}{2}=-2a+3$이다.

+ 스스로 점검하기 82쪽

1 (1)—(ㄷ), (2)—(ㄴ), (3)—(ㄱ)

2 (1) 항: $3a$, $-5b$
a의 계수: 3
b의 계수: -5
(2) 항: $\frac{1}{8}x$, $-0.1y$, $\frac{3}{2}$
x의 계수: $\frac{1}{8}$
y의 계수: -0.1

3 ㄱ, ㄷ, ㄹ

4 (1) $-36y$ (2) $15b$

5 $6x-36$

6 A 마트가 $5x$원, B 마트가 $5.1x$원이므로 A 마트가 더 저렴하다.

03 일차식의 덧셈과 뺄셈 83~85쪽

생각 펼치기

1 (앞표지의 넓이)$=10\times x=10x(\text{cm}^2)$

(뒷표지의 넓이)$=15\times x=15x(\text{cm}^2)$

2 (펼쳐진 책자의 넓이)$=25\times x=25x(\text{cm}^2)$

1 (1) $8x$와 $3x$ (2) $3y$와 y, -7과 9

2 (1) $11x$ (2) $6y-8$

(3) $0.8a+0.5$ (4) $-\frac{1}{4}b+1$

3 (1) $2x-4$ (2) $-2y+3$

(3) $2x-11$ (4) $4y-9$

4 $26a-18$

생각 더 나아가기

표의 세 번째 열에 일차식이 두 칸 채워져 있으므로 ㉣에 들어갈 일차식부터 구할 수 있다.

$(-x+4)+x+$㉣$=3x+3$이므로

㉣$=(3x+3)-(-x+4)-x=3x-1$

이다. 같은 방법으로 나머지 칸에 들어갈 일차식을 구하면 ㉠ $x+2$, ㉡ $3x-3$, ㉢ $x+1$, ㉤ $3x-2$, ㉥ $-x+5$이다.

+ 스스로 점검하기 86쪽

1 (1) 동류항 (2) 괄호 **2** ㄱ, ㄷ

3 (1) $7x+6$ (2) $-8a-3$ (3) $5y+3$

4 $9a-8$ **5** $3x+33$

6 $(4x-22)$ km

04 방정식과 그 해 87~91쪽

생각 펼치기

$30x+240=360$

1 (2), (4)

2 (1) $3ab=5$ (2) $2x+1=3x$

확인하기 2, 5, 참, 해, 근

3 (2), (4) **4** (3), (4)

생각 펼치기

1 (2)는 양쪽 접시에서 같은 무게의 형광펜을 하나씩 내려놓은 것이다.

(3)은 양쪽 접시에 올려진 지우개와 수정테이프의 무게를 각각 두 배로 늘린 것이다.

(4)는 양쪽 접시에 올려진 지우개와 수정테이프의 무게를 각각 반으로 줄인 것이다.

2 (1)에서는 접시저울의 양쪽에 같은 무게의 물건을 더하여도 접시저울은 평형을 이룬다는 것을 알 수 있다.

(2)에서는 접시저울의 양쪽에서 같은 무게의 물건을 빼어도 접시저울은 평형을 이룬다는 것을 알 수 있다.

(3)에서는 접시저울의 양쪽의 무게를 같은 비율로 늘려도 접시저울은 평형을 이룬다는 것을 알 수 있다.

(4)에서는 접시저울의 양쪽의 무게를 같은 비율로 줄여도 접시저울은 평형을 이룬다는 것을 알 수 있다.

확인하기 (1) 9 (2) -7

5 (1) 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. 또는 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

(2) 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다. 또는 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.

6 (1) $x=7$ (2) $x=14$

확인하기 x

7 (1) $2x=-1-3$ (2) $8x=11+5$

(3) $2x+3x=15$ (4) $2x-x=-4+2$

생각 더 나아가기

노을이는 이항할 때 항의 부호를 바꾸지 않았다. 이를 바르게 고치면 $2x=11+3$이다.

다온이는 문자 앞에 곱해진 계수만 이항을 하였다. 방정식의 좌변의 $-2x$에서 -2가 아닌 $-2x$를 이항할 수 있다. 이를 바르게 고치면 $0=8+2x$이다.

+ 스스로 점검하기 92쪽

1 (1) 방정식, 항등식 (2) 해, 근

2 ㄴ, ㄹ **3** ㄴ, ㄷ

4 ㉠ 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. 또는 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

㉡ 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다. 또는 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.

5 (1) $x-2x=3$ (2) $11x-4x=-2+5$

6 10 g

05 일차방정식의 풀이 93~97쪽

생각 펼치기

-2, x

1 등식의 양변에 같은 수를 더하거나 빼어도 등식은 성립한다.

2 $x-4+(-2)+x=x+x-4-2=2x-6=0$

확인하기 (1) 이다 (2) 이 아니다

1 (1), (2), (4)

2 (1) $x=3$ (2) $x=-\frac{2}{3}$

3 (1) $x=2$ (2) $x=\frac{11}{3}$

4 (1) $x=\frac{28}{5}$ (2) $x=-4$

5 (1) $x=36$ (2) $x=15$

생각 펼치기

(첫째 날 참여한 학생의 수)$=x$, $200=x+(x+50)$

6 23 cm **7** 17년 후

생각 더 나아가기

| 예시 | 가을이는 빙수를 만들어 먹기 위해 과일 가게에서 수박 2통과 5000원짜리 딸기 한 팩을 구매하고 47000원을 지불하였다. 수박 한 통의 가격은 얼마인지 구하시오.

| 정답 | 21000원

+ 스스로 점검하기 98쪽

1 일차방정식 **2** ㄱ, ㄴ

3 (1) $x=\frac{7}{2}$ (2) $x=4$ (3) $x=-4$

4 -2 **5** 34, 35

6 20분 후

수학으로 탐험하기 100~101쪽

1 **| 예시 |**

1일 에너지 섭취량	계란 볶음밥: 584.71 kcal 배추김치: 10.66 kcal ⋮ 합계: 약 2660 kcal
1일 에너지 소비량	약 2460 kcal
운동 목표	산책으로 200 kcal 소비하기
운동 시간	나의 몸무게는 50 kg이므로 목표 운동 시간을 x시간이라고 하면 $3.52\times50\times x=200$, $x=1.13\cdots$ 시간 단위를 분 단위로 바꾸려면 60을 곱해야 하므로 $60x=68.18\cdots$ 따라서 목표 운동 시간은 약 69분이다.

스스로 마무리하기 102~104쪽

1 $(8000-1000a-700b)$원 **2** ②

3 ⑤ **4** ⑤ **5** ⑤

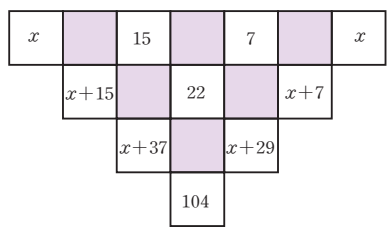
6 ㄴ, ㄷ **7** ⑤ **8** 7

9 ① **10** 36 **11** 19

12 -1 **13** 40 **14** 6분

15 105명

11



$(x+37)+(x+29)=104$, $2x+66=104$

$2x=38$, $x=19$

12 $0.25x+\frac{7}{4}=\frac{1}{6}x+2$를 풀면 $x=3$이다.

$\frac{3-2x}{3}+1=\frac{x+3a}{4}$에 $x=3$을 대입하면

$\frac{3-2\times3}{3}+1=\frac{3+3a}{4}$에서 $a=-1$

채점 기준	배점 비율
(i) 일차방정식의 해를 구한 경우	50 %
(ii) a의 값을 구한 경우	50 %

13 직사각형 ABCD에서 선분 AD와 BC의 길이가 같으므로

$(x+3)+(2x+1)$

$=(4x-5)+(x+2)+(3x-3)$

$3x+4=8x-6,\ 5x=10,\ x=2$

이므로 $\overline{AD}=10,\ \overline{CD}=4$이다. 따라서 직사각형 ABCD의 넓이는 $\overline{AD}\times\overline{CD}=10\times4=40$이다.

채점 기준	배점 비율
(i) x의 값을 구한 경우	70 %
(ii) 직사각형 ABCD의 넓이를 구한 경우	30 %

14 전체 청소한 양을 1이라고 하면 유경이는 혼자 동아리실을 청소하는 데 12분이 걸리므로 1분 동안 하는 청소의 양은 $\frac{1}{12}$이고, 정하는 혼자 동아리실을 청소하는 데 18분이 걸리므로 1분 동안 하는 청소의 양은 $\frac{1}{18}$이라고 할 수 있다. 함께 청소한 시간을 x분이라고 하면

$\frac{1}{12}\times2+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{18}\right)x=1,\ x=6$

이다. 유경이가 2분 동안 혼자 청소하고 유경이와 정하가 함께 6분 동안 청소를 했으므로

$\frac{1}{12}\times2+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{18}\right)\times6=\frac{1}{6}+\frac{5}{6}=1$

이다. 따라서 구한 해는 문제의 뜻에 맞는다.

15 긴 의자의 개수를 x개라고 하면

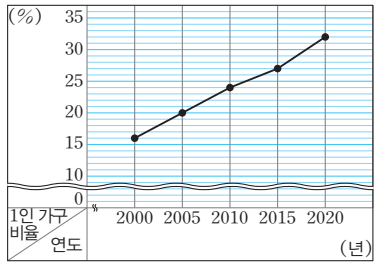
$8x+9=9(x-3)+8\times3,\ x=12$

이다. 긴 의자 12개에 8명씩 앉을 때 9명이 앉지 못하므로 학생 수는 $8\times12+9=105$(명)이다. 또, 9명씩 앉으면 마지막 3개의 의자에는 8명씩 앉게 되므로 학생 수는 $9\times9+8\times3=105$(명)이다. 따라서 구한 해는 문제의 뜻에 맞는다.

Ⅳ 좌표평면과 그래프

이것만은 알고 가기 108쪽

1



2 16, 20, $\triangle=4\times\square$

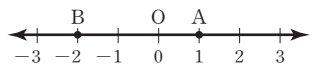
3 $-4,\ -1.5,\ 1,\ 4.5$

4 (1) 13000x원 (2) xy cm^2

01 순서쌍과 좌표 109~111쪽

생각 펼치기

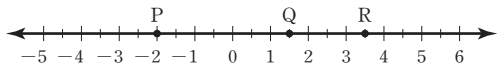
1



2 수직선 위의 두 점 A, B에 대응하는 수는 각각 1, -2이다.

1 (1) A(-4), B$\left(\frac{1}{2}\right)$, C(5)

(2)

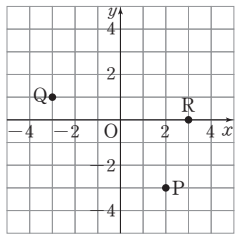


생각 펼치기

2열 3번째 줄

2 (1) A$(-3,\ -2)$, B$(0,\ 2)$, C$(1,\ -4)$

(2)



수학 호기심 x축 위의 점의 좌표는 y좌표가 항상 0이고, y축 위의 점의 좌표는 x좌표가 항상 0이다.

3 (1) 제4사분면 (2) 제2사분면

(3) 제3사분면

(4) 어느 사분면에도 있지 않다.

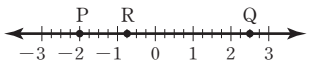
생각 더 나아가기

영화관의 좌석 번호, 스포츠 경기장의 좌석 번호, 지도상의 경도와 위도 등 다양한 예가 있다.

+ 스스로 점검하기 112쪽

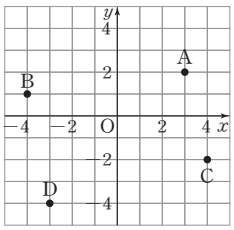
1 (1) ○ (2) ○ (3) ×

2



3 A(2, 1), B(−4, 3), C(−2, −2), D(0, −3)

4

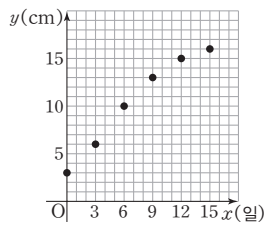


5 (1) 제2사분면 (2) 제4사분면

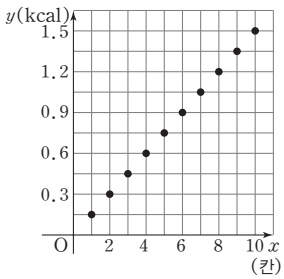
6 A(4, 2)

02 그래프 113~117쪽

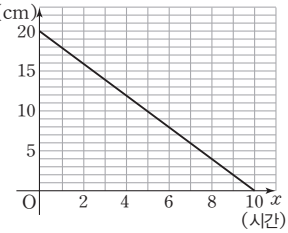
생각 펼치기



1



2



생각 펼치기

1 x축은 시간(분)을, y축은 이동 거리(m)를 나타낸다.

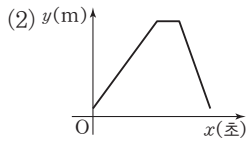
2 집에서 출발한 후 학교에 도착할 때까지 걸린 시간은 12분이고 이동 거리는 500 m이다.

3 집에서 출발한 후 학교에 가는 도중 2분 동안 멈춰서 있었다.

3 (1) 16초 (2) 14초, 12 m (3) 6초

4 (1) 회전목마가 출발하자 내가 탄 목마가 올라갔다 내려갔다를 일정하게 반복하였다.

(2)



생각 더 나아가기

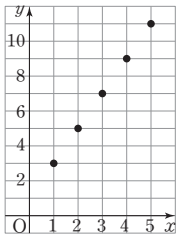
가 – (ㄷ), 나 – (ㄱ), 다 – (ㄴ)

- 용기 가는 위로 갈수록 폭이 넓어지므로 물의 높이가 처음에 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가하는 그래프 (ㄷ)과 짝을 이룬다.
- 용기 나는 처음에는 폭이 일정하다가 어느 높이부터는 위로 갈수록 좁아진다. 이에 따라, 물의 높이가 일정하게 증가하다가 점점 빠르게 증가하는 그래프 (ㄱ)과 짝을 이룬다.
- 용기 다는 폭이 위로 갈수록 넓어졌다가 중간 높이부터는 위로 갈수록 폭이 좁아진다. 이에 따라 물의 높이가 처음에는 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가하고, 중간 높이 이후 다시 점점 빠르게 증가하는 그래프 (ㄴ)과 짝을 이룬다.

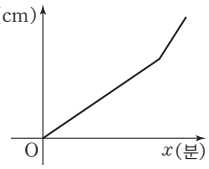
+ 스스로 점검하기 118쪽

1 (1) 변수 (2) 그래프

2 (1, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 9), (5, 11)



3



4 (1) 4시간, 280 km (2) 1시간

5 (1) 12시 (2) 6시간

수학으로 세상보기 119쪽

1 (1) 30분

(2) | **예시** | 토끼는 달리기 경주를 시작한 후 10분까지 거북이보다 앞서 달렸지만, 10분 후부터 40분까지는 멈춰 있었다. 그리고 40분부터 결승점에 도착할 때까지 달렸지만 거북이보다 늦게 도착하였다.

2 (1) 두 식물의 키가 같은 때는 두 그래프가 만나는 경우이고 이것은 2번 있었다.

(2) 측정을 시작한 지 10일 후부터는 백색광에서 자란 식물이 녹색광에서 자란 식물보다 점점 더 빨리 자랐다.

03 정비례 120~124쪽

생각 펼치기

1

x(시간)	1	2	3	4
y(km)	1.5	3	4.5	6

2 $y=1.5x$

1 21, 28, 35

2 (1)

x(분)	1	2	3	4	5	…
y(m)	300	600	900	1200	1500	…

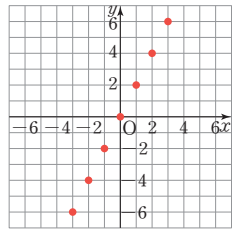
(2) $y=300x$ (3) 15분

3 | **예시** | 1 L의 휘발유로 12 km를 이동할 수 있는 자동차가 있다. 이 자동차가 연료 x L로 이동할 수 있는 거리를 y km라고 할 때, x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=12x$이므로 y는 x에 정비례한다.

생각 펼치기

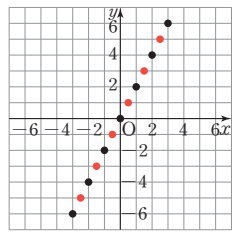
1

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−6	−4	−2	0	2	4	6

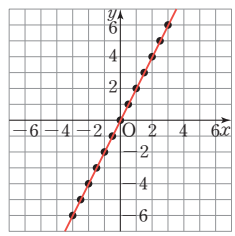


2

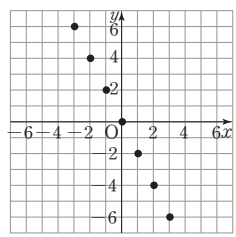
x	−2.5	−1.5	−0.5	0.5	1.5	2.5
y	−5	−3	−1	1	3	5



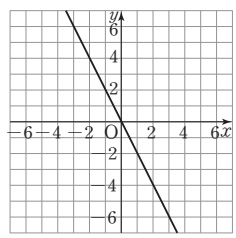
3



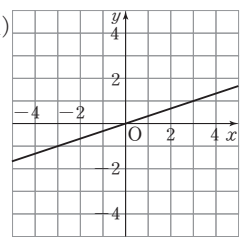
4 (1)



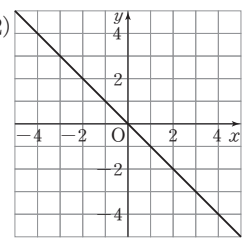
(2)



5 (1)



(2)

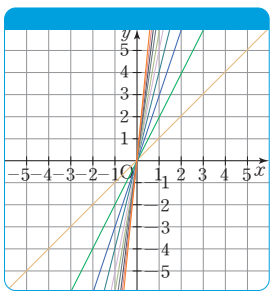


6 (1) 3 (2) $-\frac{2}{3}$

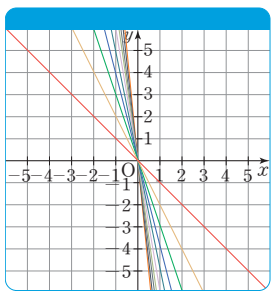
생각 더 나아가기

| 예시 | a의 값이 1, 2, 3, …, 9, 10일 때 정비례 관계 $y=ax$(단, $a\neq0$인 상수)의 그래프를 그려 보면 〈그림 1〉과 같다. 즉, $a>0$일 때 a의 값이 클수록 점점 y축에 가까워진다는 것을 알 수 있다.

또, a의 값이 -1, -2, -3, …, -9, -10일 때의 그래프를 그려보면 〈그림 2〉와 같다. 즉, $a<0$일 때 a의 값이 작을수록 y축에 가까워진다는 것을 알 수 있다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

스스로 점검하기 125쪽

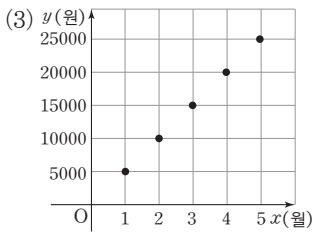
1 (1) 정비례 (2) $y=ax$(단, $a\neq0$)
(3) 직선

2 (1)

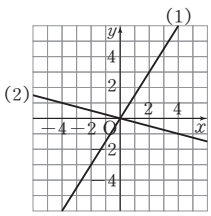
x(개월)	1	2	3	4	5
y(원)	5000	10000	15000	20000	25000

(2) $y=5000x$

(3)



3



(1) 제1, 3사분면
(2) 제2, 4사분면

4 (1)

x(그루)	1	2	3	4	5	…
y(kg)	14	28	42	56	70	…

(2) $y=14x$ (3) 3600그루

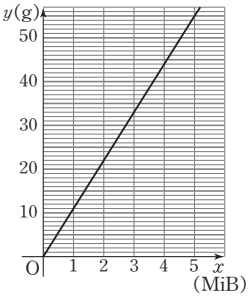
수학으로 세상보기 126쪽

1 (1)

x(MiB)	1	2	3	4	5
y(g)	11	22	33	44	55

(2) $y=11x$

(3)



2 4015000 g(또는 4015 kg)

3 | 예시 | 하루에 동영상 시청을 1시간, 전화 통화를 20분 하는 경우 디지털 탄소 발자국은 다음과 같다.
동영상 시청: $1\times6=6$(g)
전화 통화: $3.6\times20=72$(g)
디지털 탄소 발자국을 줄이기 위해서 동영상 화질을 낮춰서 보거나 시청 시간을 줄일 수 있다.

04 반비례 127~130쪽

생각 펼치기

1

x(m/s)	1	2	3	4
y(초)	120	60	40	30

2 $xy=120$ 또는 $y=\frac{120}{x}$

1 20, 15

2 (1)

x(조각)	5	10	15	20	…
y(g)	360	180	120	90	…

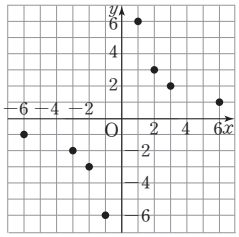
(2) $y=\frac{1800}{x}$ (3) 75 g

3 | 예시 | 20 L의 물통에 매분 x L씩 물을 채울 때 가득 찰 때까지 걸리는 시간을 y분이라고 하면 관계식은 $y=\frac{20}{x}$이므로 반비례 관계이다.

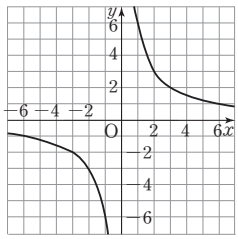
생각 펼치기

1

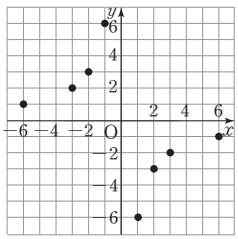
x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1



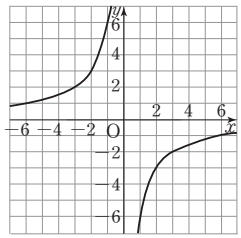
2



4 (1)



(2)

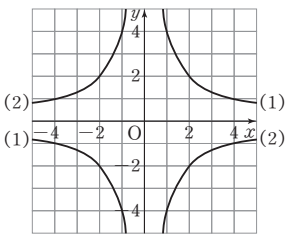


?! 수학 호기심

예를 들어 $y=\frac{3}{x}$일때 $xy=3$이라고 표현할 수 있다.

이때 $x=0$이면 y의 값을 구할 수 없다.

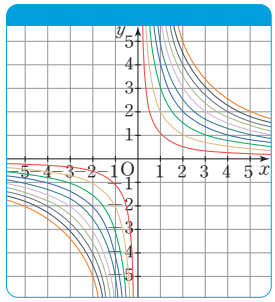
5



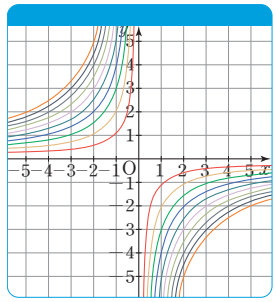
생각 더 나아가기

| 예시 | a의 값이 1, 2, 3, …, 9, 10일 때 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)의 그래프를 그려 보면 〈그림 1〉과 같다. 이를 통해 $a>0$일 때 a의 값이 클수록 점점 원점에서 멀어진다는 것을 알 수 있다.

또, a의 값이 -1, -2, -3, …, -9, -10일 때 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)의 그래프를 그려보면 〈그림 2〉와 같다. 이를 통해 $a<0$일 때 a의 값이 작을수록 원점에서 멀어진다는 것을 알 수 있다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

+ 스스로 점검하기 131쪽

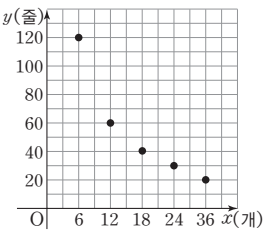
1 (1) 반비례 (2) $y=\frac{a}{x}$(단, $a\neq0$)

(3) 1, 3

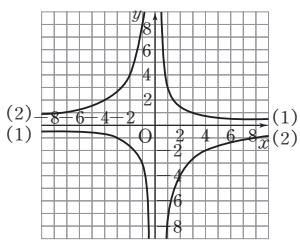
2 (1)

x(개)	6	12	18	24	36	…
y(줄)	120	60	40	30	20	…

(2) $y=\frac{720}{x}$ (3)



3



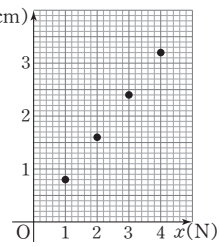
(1) 제 1, 3사분면

(2) 제 2, 4사분면

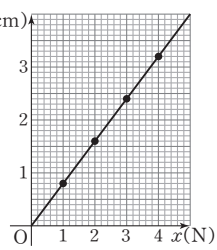
4 40 cm^3

수학으로 탐험하기 132~133쪽

1 (1) 정비례 관계가 있다. (2)



(3)

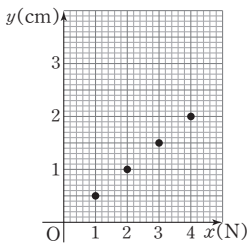


그래프는 원점과 점 $(1, 0.8)$을 지나므로 $y=ax$에 대입하면 $a=0.8$이다. 따라서 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=0.8x$이다.

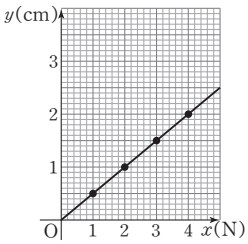
(4) 용수철이 늘어나는 길이와 용수철을 당기는 힘의 크기 사이에는 정비례 관계가 성립한다.

2 (1) | 예시 |

100 g 추의 개수(개)	1	2	3	4
x(N)	1	2	3	4
y(cm)	0.5	1	1.5	2



(2) | 예시 | 그래프는 원점과 점 $(1, 0.5)$를 지난다. x와 y 사이에는 정비례 관계가 있으므로 관계식 $y=ax$에 점 $(1, 0.5)$의 좌표를 대입하면 $a=0.5$이다. 따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=0.5x$이다.



(3) | 예시 | 필통을 용수철에 매달았을 때 용수철이 늘어난 길이가 3.9 cm인 경우, $y=3.9$를 관계식 $y=0.5x$에 대입하면 $x=7.8$이다. 따라서 필통이 용수철을 당기는 힘은 7.8 N이므로 필통의 무게는 780 g이다.

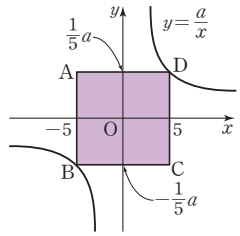
스스로 마무리하기 134~136쪽

1 ② **2** ⑤ **3** ㄱ, ㄷ
4 15초 후 **5** ③ **6** ⑤
7 30분 **8** ② **9** $y=\frac{360}{x}$, 8일
10 9 **11** 24 **12** $\frac{4}{9}$
13 30

10 $y=ax$에 $x=-2$, $y=6$을 대입하면
$6=-2a$이고 $a=-3$이다.
$y=-3x$에 $x=1$, $y=b$를 대입하면
$b=-3\times1=-3$이다.
따라서 $ab=(-3)\times(-3)=9$이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 점의 좌표를 식에 대입하여 a의 값을 구한 경우	40 %
(ii) b의 값을 구한 경우	40 %
(iii) ab의 값을 구한 경우	20 %

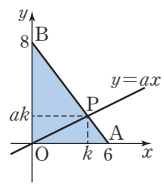
11 반비례 관계식 $y=\frac{a}{x}$를 이용하여 그래프 위의 점 D와 점 B의 좌표를 각각 $\left(5, \frac{1}{5}a\right)$, $\left(-5, -\frac{1}{5}a\right)$로 나타낼 수 있다.



직사각형의 넓이는 $10\times\frac{2}{5}a=4a$와 같다.
직사각형 ABCD의 넓이가 96이므로
$4a=96$, $a=24$이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 점 B와 점 D의 좌표를 a를 사용하여 나타낸 경우	30 %
(ii) 직사각형의 넓이를 a를 사용하여 나타낸 경우	40 %
(iii) a의 값을 구한 경우	30 %

12 정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 변 AB가 만나는 점 P의 x좌표를 k라 할 때, 점 P는 $y=ax$의 그래프 위에 있으므로 x좌표를 대입하면 점 P의 y좌표는 ak이다. 이때



(삼각형 OAP의 넓이) $=\frac{1}{2}\times6\times ak=3ak$

(삼각형 OBP의 넓이) $=\frac{1}{2}\times8\times k=4k$이다.

(삼각형 OAP의 넓이) : (삼각형 OBP의 넓이) $=1:3$
이고 $3ak:4k=3a:4=1:3$이 성립하므로 $a=\frac{4}{9}$이다.

13 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표와 같고, 점 A는 정비례 관계 $y=5x$의 그래프 위에 있으므로 그 좌표는 $(1, 5)$이다. 이에 따라 정사각형 ABCD의 한 변의 길이 $\overline{AB}=5$이다. 그러면 점 C의 좌표는 $(6, 0)$이므로 점 D의 좌표는 $(6, 5)$이다. 이때 점 D는 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있는 점이므로 점 D의 좌표를 식에 대입해서 풀면 $a=30$이다.

V 기본 도형

이것만은 알고 가기 140쪽

1 (1) 선분 ㄱㄴ (2) 직선 ㄱㄴ (3) 반직선 ㄱㄴ

2 (1) 둔각 (2) 예각 (3) 직각

3 (1) 직선 나와 직선 다, 직선 나와 직선 라
(2) 직선 다와 직선 라

4 (1) 점 ㄹ (2) 변 ㄱㄷ (3) 각 ㄹㅁㅂ

01 점, 선, 면 141~143쪽

생각 펼치기

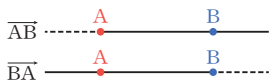
1 선 모양이 나타난다.

2 면 모양이 나타난다.

1 (1) 8개 (2) 12개

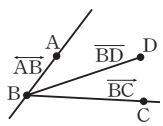
수학 호기심

(1) $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 서로 다른 반직선이다.



(2) $\overline{AB}$와 $\overline{BA}$는 서로 같은 선분이다.

2 (1) $\overleftarrow{AB}$ (2) $\overrightarrow{BC}$
(3) $\overline{BD}$



3 $\overleftarrow{AB}$와 $\overleftarrow{BC}$, $\overleftarrow{AB}$와 $\overleftarrow{AC}$

4 (1) 2 (2) 2 (3) 8, 4

생각 더 나아가기

점 C는 $\overline{AB}$의 중점이고, $\overline{CD}=\frac{3}{2}\overline{AB}$이므로 이를 만족시키는 점 D의 위치는 다음과 같이 두 가지이다.



스스로 점검하기 144쪽

1 (1)—(ㄱ), (2)—(ㄷ), (3)—(ㄴ)

2 (1) 8개 (2) 12개

3 (1) $\overleftarrow{AB}$, $\overleftarrow{BD}$ (2) $\overrightarrow{AD}$ (3) $\overline{BC}$

4 20개

5 점 D

02 각 145~148쪽

생각 펼치기

1 그림 위에 반직선 OA와 반직선 OB를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

2 두 반직선 OA, OB가 이루는 도형은 각이다.



1 $\angle a=\angle OAB=\angle OAC=\angle BAO=\angle CAO=\angle A$
$\angle b=\angle OBC=\angle CBO$

2 (1) 50° (2) 40°

생각 펼치기

1 | 예시 | $\angle CEA$와 $\angle DEB$의 크기는 76°로 서로 같다.

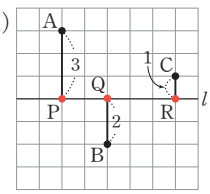
2 | 예시 | 점 D를 끌어 움직인 뒤에도 $\angle CEA$와 $\angle DEB$의 크기는 49°로 서로 같다.

확인하기 (1) $\angle DOE(=\angle EOD)$
(2) $\angle FOA(=\angle AOF)$
(3) $\angle EOC(=\angle COE)$

3 (1) $\angle a=60°$, $\angle b=120°$
(2) $\angle a=40°$, $\angle b=90°$

4 (1) $\angle AOC=\angle BOD=90°$
(2) $\angle AOB=60°$, $\angle COD=120°$
(3) $\angle AOC$와 $\angle BOD$는 두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 교각이 아니므로 맞꼭지각이 아니다.

5 (1)



(2) 3, 2, 1

생각 더 나아가기

| 예시 | 점과 직선 사이의 거리를 정한 것처럼 두 직선 l, m을 잇는 선분 중에서 길이가 가장 짧은 선분인 $\overline{CG}$의 길이를 평행한 두 직선 l, m 사이의 거리로 정한다.

스스로 점검하기 149쪽

1 (1) ○ (2) × (3) ○

2 (1) $\angle a=\angle BAD(=\angle DAB)$

(2) $\angle b=\angle BDC(=\angle CDB)$

3 90

4 (1) $\angle a=30^\circ$, $\angle b=60^\circ$

(2) $\angle a=35^\circ$, $\angle b=105^\circ$

5 9

6 23°

03 점, 직선, 평면의 위치 관계 150~154쪽

생각 펼치기

1 직선 l 위에 있는 점: 점 C, 점 D

직선 l 위에 있지 않은 점: 점 A, 점 B

2 직선 m과 만나는 직선: 직선 l

직선 m과 만나지 않는 직선: 직선 n

1 직선 l 위에 있는 점: 점 B, 점 C

직선 l 위에 있지 않은 점: 점 A, 점 D

2 (1) 변 AB, 변 CD (2) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

3 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이므로 두 직선이 두 점에서 만나면 두 직선은 일치하게 된다. 따라서 한 평면 위에 있는 서로 다른 두 직선은 두 점에서 만날 수 없다.

생각 펼치기

1 직선 m

2 직선 n

3 직선 m과 직선 n, 직선 p와 직선 n,

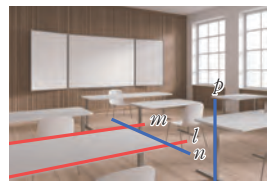
직선 p와 직선 l, 직선 p와 직선 m

4 (1) 모서리 AC, 모서리 AD, 모서리 BC, 모서리 BE

(2) 모서리 DE

(3) 모서리 CF, 모서리 DF, 모서리 EF

5 | 예시 | 오른쪽 그림과 같이 교실 책상의 모서리와 지지대를 지나는 직선을 각각 l, m, n, p라고 하면 공간에서 만나지 않는 두 직선 l, m은 서로 평행하고, 두 직선 n, p는 서로 꼬인 위치에 있다고 할 수 있다.



생각 펼치기

1 직선 m

2 직선 l

3 직선 n

6 (1)—(ㄷ), (2)—(ㄴ), (3)—(ㄱ)

7 (1) 면 ABCD, 면 ABFE

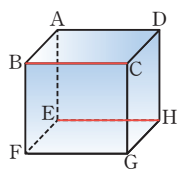
(2) 면 AEHD, 면 EFGH

(3) 면 ABCD, 면 EFGH

(4) 점 H

수학 호기심

오른쪽 그림과 같은 정육면체에서 모서리 EH에 평행한 두 면 ABCD와 BFGC는 모서리 BC에서 만난다. 이와 같이 한 직선에 평행하지만 서로 평행하지 않은 두 평면이 존재할 수 있다.



8 (1) 모서리 BC (2) 면 EFGH

(3) 면 AEFB, 면 BFGC, 면 CGHD, 면 DHEA

생각 더 나아가기

| 예시 |

누리: 정육면체에서 면 AEHD에 수직인 두 개의 면 ABCD와 CGHD가 서로 수직이므로 공간에서 한 평면에 수직이지만 서로 만나는 두 평면이 존재할 수 있다.

노을: 정육면체에서 면 EFGH에 평행한 모서리 BC, 모서리 CD가 서로 수직이므로 공간에서 한 평면에 평행하지만 서로 만나는 두 직선이 존재할 수 있다.

+ 스스로 점검하기 155쪽

1 (1) 평행하다 (2) 꼬인 위치에 있다
(3) 직선이 평면에 포함된다
(4) 한 직선에서 만난다

2 (1) $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{FA}$ (2) $\overleftrightarrow{AF}$

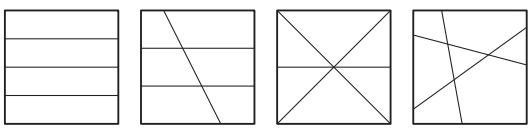
3 (1) 점 B, 점 D, 점 E, 점 F
(2) 모서리 AD, 모서리 DE, 모서리 DF
(3) 모서리 DE, 모서리 EF, 모서리 DF

4 (1) 모서리 AG, 모서리 BH, 모서리 CI, 모서리 DJ, 모서리 EK, 모서리 FL
(2) 면 ABCDEF, 면 GHIJKL, 면 BHIC, 면 AGLF
(3) 면 ABCDEF, 면 GHIJKL
(4) 면 AGHB

5 (1) 선분 DC, 선분 FE
(2) 꼬인 위치에 있다. (3) 한 점에서 만난다.

+수학으로 세상보기 156쪽

1 평면에 서로 다른 3개의 직선을 그리면 다음 그림과 같다.



교점이 없을 때 평면은 4개의 부분으로 나누어진다. 또, 교점이 2개이거나 1개일 때, 평면은 6개의 부분으로 나누어진다. 그리고 교점이 3개이면 평면은 7개의 부분으로 나누어진다.
따라서 가장 많은 부분으로 나누는 방법은 교점이 3개가 생기도록 그리는 것이다.

2 | 예시 | 오른쪽 그림은 노을이 지는 바닷가 언덕을 추상화해서 나타낸 것이다.



04 평행선의 성질 157~159쪽

생각 펼치기

1 야구장

2 은행

1 (1) $\angle e$ (2) $\angle d$ (3) $\angle f$ (4) $\angle a$

생각 펼치기

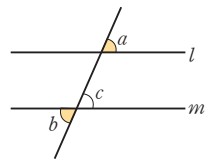
1 | 예시 | $\angle BGE$, $\angle DHG$, $\angle AGH$의 크기는 모두 67°로 같다.

2 | 예시 | 점 E를 끌어 직선 DE를 움직인 뒤에도 $\angle BGE$, $\angle DHG$, $\angle AGH$의 크기는 모두 108°로 같다.

2 (1) $\angle a=130°$, $\angle b=50°$
(2) $\angle a=70°$, $\angle b=60°$

?! 수학 호기심

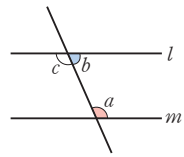
오른쪽 그림과 같이 $\angle b$의 맞꼭지각을 $\angle c$라고 하면 $\angle b=\angle c$이고, 동위각인 $\angle a$와 $\angle c$의 크기가 서로 같으므로 $l /\!/ m$이다.



3 (1) $\angle a=66°$, $\angle b=114°$
(2) $\angle a=45°$, $\angle b=75°$

생각 더 나아가기

| 예시 | 오른쪽 그림과 같이 $\angle a$의 엇각을 $\angle c$라고 하자.
$\angle c$와 $\angle b$의 크기의 합은 평각이므로 $\angle c=180°-\angle b$이다.



이때 $\angle a+\angle b=180°$이면 $\angle a=180°-\angle b$이므로 $\angle a=\angle c$이다. 따라서 엇각의 크기가 같으므로 두 직선 l, m은 서로 평행하다.

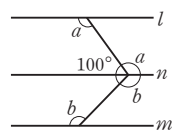
+ 스스로 점검하기 160쪽

1 (1) 동위각 (2) 엇각 (3) 평행

2 (1) $\angle BPF=60°$ (2) $\angle APQ=120°$

3 (1) $l /\!/ n$ (2) $l /\!/ p$ **4** 35°

5 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 평행선에서의 엇각의 성질에 의해
$\angle a+\angle b+100°=360°$
$\angle a+\angle b=260°$



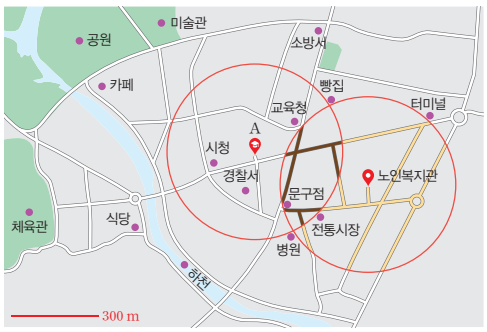
6 55°

05 삼각형의 작도 161~168쪽

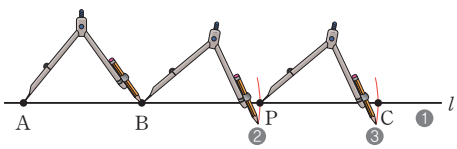
생각 펼치기

1 컴퍼스를 사용하여 주어진 300 m의 길이를 잰 뒤, 노인복지관을 중심으로 원을 그린다.

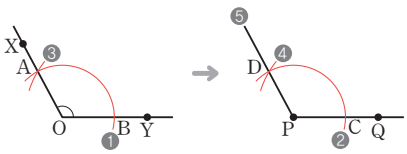
2 컴퍼스를 사용하여 주어진 300 m의 길이를 잰 뒤, A 지점을 중심으로 원을 그리고 **1**에서 그린 원과 겹치는 부분 안에 있는 도로를 표시한다.



1



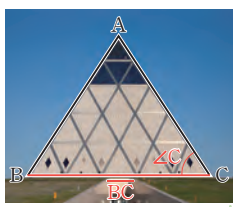
2



생각 펼치기

1 그림 참조, $\overline{BC}$

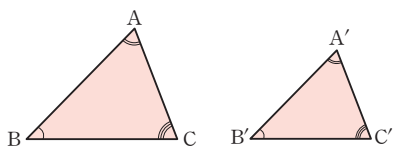
2 그림 참조, $\angle C$



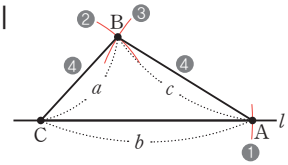
확인하기 변 AB, $\angle B$

3 있어, 없어

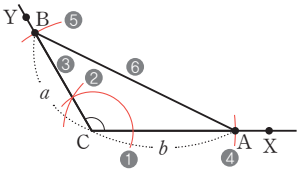
수학 호기심 세 각의 크기가 주어지면 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.



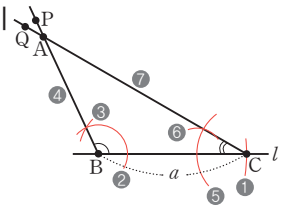
4 | 예시 |



5 | 예시 |



6 | 예시 |

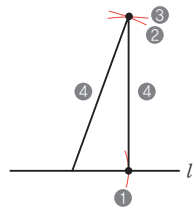


7 $\angle B$는 직각이고, $\angle C$는 둔각이므로 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180°보다 커져 삼각형을 작도할 수 없다.

8 ㄴ, ㄷ

생각 더 나아가기

| 예시 | 서울에 있는 한 삼각형을 세 변의 길이를 이용하여 작도한다.

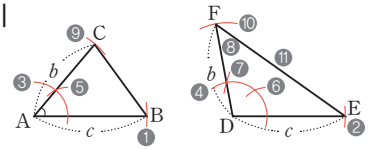


+ 스스로 점검하기 169쪽

1 (1) 작도 (2) 대변, 대각

2 ㉤, ㉠, ㉣

3 | 예시 |



4 3개

06 삼각형의 합동 170~172쪽

생각 펼치기

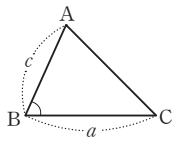
1 두 삼각형의 모양과 크기가 같으므로 합동이다.

2 꼭짓점: 점 A와 점 D, 점 B와 점 E, 점 C와 점 F
변: $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$, $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$, $\overline{CA}$와 $\overline{FD}$
각: $\angle A$와 $\angle D$, $\angle B$와 $\angle E$, $\angle C$와 $\angle F$

1 (1) 5 cm (2) 105°

생각 펼치기

1 | 예시 | 두 변의 길이가 a, c이고 그 끼인각의 크기가 $\angle B$인 삼각형을 작도하면 오른쪽 그림과 같고, $\triangle ABC$와 포개어진다.



2 생략

2 $\triangle ABC \equiv \triangle OMN$, 한 대응변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다. (ASA 합동)

$\triangle DEF \equiv \triangle RQP$, 세 대응변의 길이가 각각 같다. (SSS 합동)

3 | 예시 |

(1) $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$, 한 대응변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다. (ASA 합동)

(2) $\triangle EHF \equiv \triangle GHF$, 두 대응변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. (SAS 합동)

생각 더 나아가기

| 예시 1 | $\overline{AC}=\overline{DF}$이면 두 대응변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 서로 합동이다.

| 예시 2 | $\angle B=\angle E$이면 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$는 서로 합동이다.

+ 스스로 점검하기 173쪽

1 (1) 합동

(2) ① 세 대응변 ② 끼인각 ③ 양 끝 각

2 (1) 8 cm (2) 45° (3) 75°

3 $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$

두 대응변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. (SAS 합동)

4 $\triangle ADF \equiv \triangle BED \equiv \triangle CFE$

두 대응변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. (SAS 합동)

5 10 m

수학으로 탐험하기 174~175쪽

1 | 예시 | $\overline{AB}=\overline{GD}=2.95$, $\overline{BC}=\overline{DF}=5$, $\overline{CA}=\overline{FG}=4.5$로 대응변의 길이가 각각 같고, $\angle A=\angle G=81.4°$, $\angle B=\angle D=62.86°$, $\angle C=\angle F=35.74°$로 대응각의 크기가 각각 같다.

2 | 예시 | 모양을 변형한 뒤에도 세 대응변의 길이가 각각 같으므로 삼각형 ABC와 작도한 삼각형은 합동임을 확인할 수 있다.

스스로 마무리하기 176~178쪽

1 ① **2** 12 cm **3** 35

4 ⑤ **5** 195° **6** 40°

7 (1) ㉠—㉢—㉡—㉣—㉤—㉥ 또는 ㉠—㉡—㉢—㉣—㉤—㉥

(2) $\overline{PE}$, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ (3) $\angle DPE$

8 ㄴ, ㄷ **9** 10 cm **10** 5 cm

11 90°

12 $\triangle ABE \equiv \triangle DBC$(SAS 합동)

13 90° **14** 72 cm^2

10 $\angle AFD=\angle CFE$(맞꼭지각), $\angle BAE=\angle BCD$이므로 $\angle ADF=\angle CEF$이고, $\angle BDC=\angle BEA$이다. $\triangle AEB$와 $\triangle CDB$에서

$\angle BAE=\angle BCD$, $\angle BDC=\angle BEA$, $\overline{AE}=\overline{CD}$

이므로 $\triangle AEB \equiv \triangle CDB$(ASA 합동)이다.

따라서 $\overline{BC}=\overline{BA}=5$ cm이다.

11 $\angle ABC=\angle a$, $\angle BAC=\angle b$라고 하면

$\angle ABG=2\angle a$, $\angle BAE=2\angle b$이다. $l \parallel m$이므로

$\angle FBA=\angle EAB=2\angle b$ (엇각)

이고, $\angle FBG$는 평각이므로

$\angle FBA+\angle ABG=2\angle b+2\angle a=180°$

이다. $\angle a+\angle b=90°$이고, $\triangle ABC$의 세 각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle C=180°-(\angle a+\angle b)=90°$

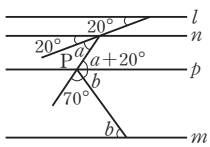
이다.

채점 기준	배점 비율
(i) ∠FBA 또는 ∠DAB의 크기를 구한 경우	30 %
(ii) ∠ABC+∠BAC의 크기를 구한 경우	40 %
(iii) ∠C의 크기를 구한 경우	30 %

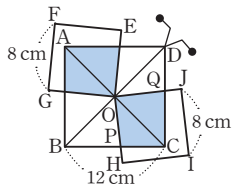
12 △ABD와 △BCE가 각각 정삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BD}$, $\overline{BE}=\overline{BC}$이다. 정삼각형의 세 각의 크기는 60°이므로 $\angle EBC=\angle DBA=60^\circ$이고, $\angle ABE=\angle CBD=120^\circ$이다. 따라서 $\triangle ABE\equiv\triangle DBC$(SAS 합동)이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 길이가 같은 변을 찾은 경우	40 %
(ii) 크기가 같은 각을 찾은 경우	40 %
(iii) 합동인 삼각형을 찾은 경우	20 %

13 직선 l, m과 평행한 직선 n, p를 그은 뒤, 두 직선이 평행할 때 동위각과 엇각의 크기가 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 표시하면 오른쪽 그림과 같다. 이때 점 P에서 $70^\circ+\angle b+\angle a+20^\circ=180^\circ$, $\angle a+\angle b=90^\circ$이다.



14 변 BC와 변 OH의 교점을 P, 변 OJ와 변 CD의 교점을 Q라고 하자.



△OPC와 △OQD에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$, $\angle COP=90^\circ-\angle QOC=\angle DOQ$, $\angle OCP=\angle ODQ=45^\circ$

이므로 $\triangle OPC\equiv\triangle OQD$(ASA 합동)이다. 따라서

(사각형 OPCQ의 넓이)

=(△OPC의 넓이)+(△OQC의 넓이)

=(△OQD의 넓이)+(△OQC의 넓이)

=(△OCD의 넓이)

이다. 다른 사각형의 넓이도 같은 방법으로 구할 수 있으므로 색칠한 부분의 넓이는

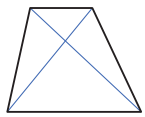
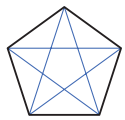
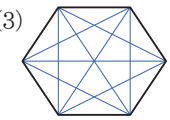
$\frac{1}{2}\times12^2=72(\text{cm}^2)$

이다.

VI 평면도형의 성질

이것만은 알고 가기 182쪽

1 (1)—(ㄴ), (2)—(ㄱ)

2 (1)  2개 (2)  5개 (3)  9개

3 (1) 70 (2) 80

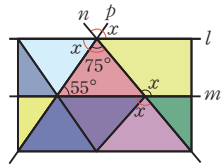
4 (1) (원주)=12.56 cm, (원의 넓이)=12.56 cm^2

(2) (원주)=25.12 cm, (원의 넓이)=50.24 cm^2

01 다각형의 내각과 외각 183~184쪽

생각 펼치기

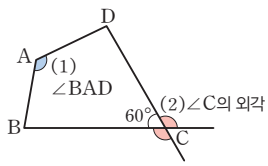
1 그림 참조



2 130°

1 (1) ∠BAD, 그림 참조

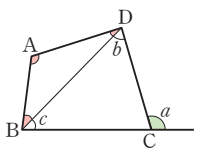
(2) 120°, 그림 참조



2 (1) 146° (2) 52°

생각 더 나아가기

| 예시 | 오른쪽 그림처럼 $\overline{BD}$를 그은 뒤 $\angle BDC=\angle b$, $\angle DBC=\angle c$라고 하면



$\angle A+\angle B+\angle D$

=(△ABD의 내각의 크기의 합)+$\angle b+\angle c$

=180°+$\angle b+\angle c$

이다. $\angle a$는 △DBC에서 ∠C의 외각이므로

$\angle b+\angle c=\angle a$

이다. 따라서 $\angle A+\angle B+\angle D=180^\circ+\angle a$이고,

$\angle a=\angle A+\angle B+\angle D-180^\circ$로 나타낼 수 있다.

+ 스스로 점검하기 185쪽

1 (1) ○ (2) ○ (3) ×

2 (1) 75° (2) 114°

3 (1) 78° (2) 125°

4 25°

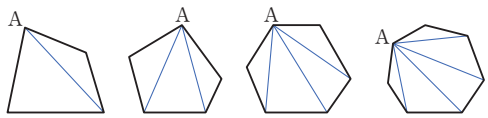
5 360°

6 105°

02 다각형의 내각의 크기의 합 186~188쪽

생각 펼치기

1



2 (위에서부터) 4, 5, 6, 7, 1, 2, 3, 4

3 | 예시 | 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 꼭짓점의 개수보다 3만큼 작으므로 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$이 된다.

1 (1) 20개 (2) 54개

생각 펼치기

1 (위에서부터) 5, 6, 3, 4, $180^\circ \times 3 = 540^\circ$, $180^\circ \times 4 = 720^\circ$

2 | 예시 | 내각의 크기의 합은
$180^\circ \times$ (나누어지는 삼각형의 개수)이다.
이때 십각형에서 나누어지는 삼각형의 개수는 $(10-2)$이다.
따라서 $180^\circ \times (10-2) = 1440^\circ$가 된다.

확인하기 2, 5, 7, 900

2 (1) 1260° (2) 1620°

3 70°

4 (1) 108° (2) 135°

생각 더 나아가기

| 예시 | 가람이는 오각형의 내각의 크기의 합과 가운데 모인 5개의 각의 크기의 합인 360°를 더한 값을 구하였으므로 가운데 모인 각의 크기의 합인 360°를 빼면

$$180^\circ \times 5 - 360^\circ = 180^\circ \times 5 - 180^\circ \times 2$$
$$= 180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$$

로 노을이의 답과 같아진다.

이와 같은 방법으로 n각형의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times n - 360^\circ = 180^\circ \times n - 180^\circ \times 2$$
$$= 180^\circ \times (n-2)$$

이므로 n각형에도 적용할 수 있다.

+ 스스로 점검하기 189쪽

1 (1) $n-3$ (2) $n-2$ (3) (위에서부터) $n-2$, n

2 (1) 44개 (2) 90개

3 (1) 1080° (2) 150°

4 100°

5 십삼각형

6 10

03 다각형의 외각의 크기의 합 190~191쪽

생각 펼치기

1 360°

2 360°

1 (1) 80° (2) 110°

확인하기 6, 360, 6, 60

2 (1) 72° (2) 45°

생각 더 나아가기

| 예시 | 정칠각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{7}$로 $\frac{360}{7}$이 자연수가 아니므로 360의 약수가 아니다.

따라서 $\frac{360}{n}$이 항상 360의 약수인 것은 아니다.

+ 스스로 점검하기 192쪽

1 (1) 360° (2) $\dfrac{360^\circ}{n}$

2 (1) 80° (2) 30°

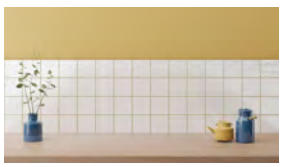
3 (1) 40° (2) 30°

4 20개 **5** 80°

6 18

수학으로 세상보기 193쪽

1 | 예시 |



벽면 타일



배경 화면

2 한 종류의 정다각형으로 테셀레이션을 만들 때, 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합이 360°가 되어야 한다. 하지만 정팔각형의 한 내각의 크기가 135°이므로 그 합이 360°가 되지 않아 테셀레이션을 만들 수 없다.

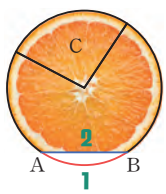
04 원과 부채꼴 194~196쪽

생각 펼치기

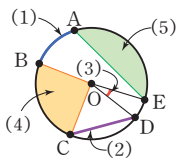
1 그림 참조

2 그림 참조

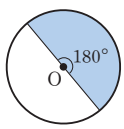
3 부채 모양이다.



1



2 180°, 그림 참조



생각 펼치기

1 같은 부채꼴 모양으로 접었다 폈으므로 각각 1배, 2배이다.

2 마찬가지로 각각 1배, 2배이다.

3 마찬가지로 각각 2배, 3배이다.

3 (1) 7 (2) 9

4 | 예시 | $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle COD$, $\triangle DOE$, $\triangle EOA$는 모두 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 같아 합동이다. 따라서 오각형 ABCDE의 모든 변의 길이가 같으므로 정오각형이다.

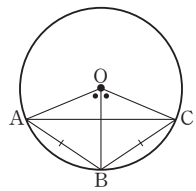
생각 더 나아가기

| 예시 | 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC} = 2\overline{AB}$

이어야 한다.

따라서 중심각의 크기가 2배인 현 AC의 길이는 현 AB의 길이의 2배보다 작으므로 부채꼴의 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.



+ 스스로 점검하기 197쪽

1 (왼쪽 원부터) 호, 현, 할선, 부채꼴, 중심각, 활꼴

2 (1) 4 (2) 120

3 $2\ \text{cm}^2$ **4** 18 cm

5 A 화단: 144°, B 화단: 96°

05 부채꼴의 호의 길이와 넓이 198~200쪽

생각 펼치기

1 | 예시 | 약 3.14로 비슷한 같은 값들이 나온다.

1 $l = 6\pi$ cm, $S = 9\pi\ \text{cm}^2$

2 (1) (호의 길이) $= 2\pi$ cm,
(부채꼴의 넓이) $= 8\pi\ \text{cm}^2$
(2) (호의 길이) $= 4\pi$ cm,
(부채꼴의 넓이) $= 12\pi\ \text{cm}^2$

확인하기 4π, 6, 12π

3 (1) $18\pi\ \text{cm}^2$ (2) $38\ \text{cm}^2$

생각 더 나아가기

노란 부분의 넓이는 $18\pi - (2\pi + 8\pi) = 8\pi\ (\text{cm}^2)$이다.

스스로 점검하기 201쪽

1 (1) $2\pi r$, πr^2 (2) lr

2 (1) (호의 길이)$=2\pi$ cm,
(부채꼴의 넓이)$=6\pi$ cm^2
(2) (호의 길이)$=5\pi$ cm,
(부채꼴의 넓이)$=10\pi$ cm^2

3 4π cm

4 (둘레의 길이)$=(8+3\pi)$ cm,
(넓이)$=6\pi$ cm^2

5 18π cm^2 **6** 34π cm^2

수학으로 탐험하기 202~203쪽

1 (1)



(2) ㉠ 외각, ㉡ 120, ㉢ 3

스스로 마무리하기 204~206쪽

1 ③ **2** ㄱ, ㄷ **3** 70°

4 160°

5 (호의 길이)$=6\pi$ cm,
(부채꼴의 넓이)$=24\pi$ cm^2

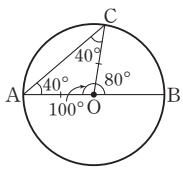
6 ② **7** 20개 **8** 5 : 4

9 (둘레의 길이)$=(24+6\pi)$ cm,
(넓이)$=(72-18\pi)$ cm^2

10 40° **11** 180° **12** 24 cm

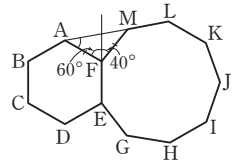
13 42π cm^2 **14** 60° **15** 8π cm^2

8 오른쪽 그림처럼 $\overline{OC}$를 그리면
△OAC는 이등변삼각형이므로
$\angle OCA=\angle OAC=40^\circ$
이다.

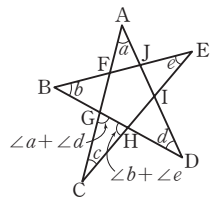


△OAC에서 내각과 외각의 성질을 이용하면
$\angle AOC=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$,
$\angle BOC=40^\circ+40^\circ=80^\circ$
이다. 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$\widehat{AC}:\widehat{CB}=100^\circ:80^\circ=5:4$
이다.

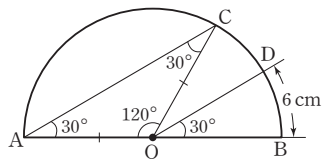
10 오른쪽 그림에서 정육각형과 정구각형의 한 외각의 크기가 각각 60°, 40°이므로
$\angle AFM=100^\circ$이고,
△FAM은 이등변삼각형이므로
$\angle FAM=\angle FMA=(180^\circ-100^\circ)\times\frac{1}{2}=40^\circ$
이다.



11 오른쪽 그림에서 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하면
$\angle CGD=\angle a+\angle d$
$\angle BHC=\angle b+\angle e$
이고, △GCH에서 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180^\circ$
이다.



12 $\overline{AC}/\!/\overline{OD}$이므로 $\angle BOD$의 동위각 $\angle OAC=30^\circ$
이다. 아래 그림처럼 $\overline{OC}$를 그으면 △OAC는 이등변삼각형이므로 $\angle OCA=30^\circ$이고, $\angle AOC=120^\circ$
이다.
부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$\widehat{AC}=4\times\widehat{BD}=4\times6=24(\text{cm})$
이다.



채점 기준	배점 비율
(i) $\angle OAC=30^\circ$를 구한 경우	30 %
(ii) $\angle AOC=120^\circ$를 구한 경우	40 %
(iii) $\widehat{AC}$의 길이를 구한 경우	30 %

13 부채꼴의 반지름의 길이는 각각 $\overline{AC}=3$ cm, $\overline{BD}=2\overline{AC}=6(\text{cm})$, $\overline{CE}=\overline{BE}+\overline{BC}=9(\text{cm})$이고, 부채꼴 CAD, 부채꼴 DBE, 부채꼴 ECF의 중심각은 모두 $\triangle ABC$의 외각이므로 중심각의 크기는 120°이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는 세 부채꼴의 넓이의 합이므로

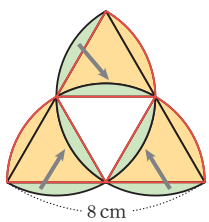
$$\left(\pi\times3^2\times\frac{120}{360}\right)+\left(\pi\times6^2\times\frac{120}{360}\right)+\left(\pi\times9^2\times\frac{120}{360}\right)$$
$$=3\pi+12\pi+27\pi=42\pi(\text{cm}^2)$$

이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 세 부채꼴의 반지름의 길이를 구한 경우	30 %
(ii) 세 부채꼴의 중심각의 크기를 구한 경우	20 %
(iii) 세 부채꼴의 넓이의 합을 구한 경우	50 %

14 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하면 $\triangle ABC$에서 $\angle ABC+\angle x=\angle ACE$이고, $\triangle DBC$에서 $\angle DBC+30^\circ=\angle DCE$이므로 $\angle DCE-\angle DBC=30^\circ$이다.
$\angle ACE=2\angle DCE$, $\angle ABC=2\angle DBC$이므로
$\angle x=\angle ACE-\angle ABC$
$=2(\angle DCE-\angle DBC)$
$=2\times30^\circ=60^\circ$
이다.

15 오른쪽 그림처럼 큰 정삼각형 안의 작은 삼각형들은 모두 길이가 4 cm인 합동인 정삼각형이다. 그림과 같이 중심각의 크기가 60°인 부채꼴에서 작은 정삼각형을 뺀 부분을 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 반지의 길이가 4 cm이고 중심각의 크기가 60°인 부채꼴 3개의 넓이와 같다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는



$$\left(\pi\times4^2\times\frac{60}{360}\right)\times3=8\pi(\text{cm}^2)$$

이다.

VII 입체도형의 성질

이것만은 알고 가기 210쪽

1

이름	삼각기둥	사각뿔
밑면의 모양	삼각형	사각형
밑면의 개수	2	1

2 (1) ○ (2) ○ (3) ×

3 (1) 사각기둥 (2) 원기둥

4 겉넓이: 184 cm^2, 부피: 160 cm^3

01 다면체 211~214쪽

생각 펼치기

1 (ㄱ) 사각기둥, (ㄴ) 원기둥, (ㄷ) 사각뿔, (ㄹ) 원뿔

2 (ㄱ), (ㄷ)

?! 수학 호기심 원기둥, 원뿔, 구는 다각형 모양의 면으로만 둘러싸인 입체도형이 아니므로 다면체가 아니다.

확인하기 다면체, 12, 8

1 (1) 육면체, 모서리의 개수: 10, 꼭짓점의 개수: 6
(2) 육면체, 모서리의 개수: 12, 꼭짓점의 개수: 8
(3) 오면체, 모서리의 개수: 9, 꼭짓점의 개수: 6

2

밑면의 모양	삼각형	오각형	육각형
옆면의 모양	사다리꼴	사다리꼴	사다리꼴
꼭짓점의 개수	$3\times2=6$	$5\times2=10$	$6\times2=12$
모서리의 개수	$3\times3=9$	$5\times3=15$	$6\times3=18$
면의 개수	$3+2=5$	$5+2=7$	$6+2=8$

생각 펼치기

1 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ) **2** (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)

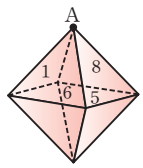
3

면의 모양	정삼각형	정사각형	정삼각형	정오각형	정삼각형
한 꼭짓점에 모인 면의 개수	3	3	4	3	5

4 첫 번째 다면체는 각 면이 모두 합동이 아니므로 정다면체가 아니고, 두 번째 다면체는 각 면이 정다각형이 아니고, 세 번째 다면체는 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 다르므로 정다면체가 아니다.

생각 더 나아가기

점 A에 모이는 면은 1, 5, 6, 8이다.



+ 스스로 점검하기 215쪽

1 (1) ○ (2) ○ (3) ×

2

꼭짓점의 개수	8	6
모서리의 개수	12	12
면의 개수	6	8

3 ㄱ, ㄴ

4 정이십면체

5 −6

6 꼭짓점 10개, 모서리 15개, 면 7개

+수학으로 세상보기 216쪽

1 각 면이 정삼각형일 때, 한 꼭짓점에 모인 면이 3, 4, 5개이면 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합은 각각 180°, 240°, 300°가 되므로 입체도형을 만들 수 있다. 그러나 한 꼭짓점에 모인 면이 6개 이상이면 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합은 360° 이상이 되어 입체도형을 만들 수 없다.

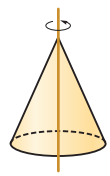
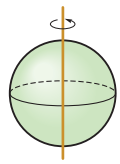
2 각 면이 정사각형일 때, 한 점에 모인 면이 3개이면 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합은 90°×3=270°가 되므로 입체도형을 만들 수 있다. 그러나 한 꼭짓점에 모인 면이 4개 이상이면 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합은 360° 이상이 되어 입체도형을 만들 수 없다.

마찬가지로 각 면이 정오각형일 때, 한 점에 모인 면이 3개이면 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합은 108°×3=324°가 되므로 입체도형을 만들 수 있다. 그러나 한 꼭짓점에 모인 면이 4개 이상이면 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합은 360° 이상이 되어 입체도형을 만들 수 없다.

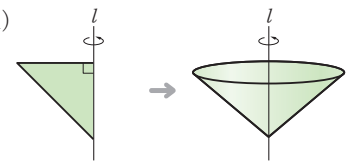
02 회전체 217~219쪽

생각 펼치기

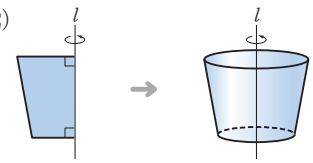
1

직각삼각형	반원
	
→ 원뿔	→ 구

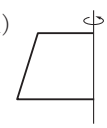
1 (1)



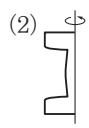
(2)



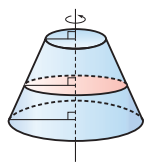
2 (1)



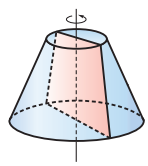
(2)



3 원



사다리꼴



생각 더 나아가기

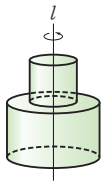
구를 한 평면으로 자르면 어떤 방향으로 자르더라도 그 단면의 경계는 항상 원이 된다. 또한 단면인 원의 넓이가 최대가 되려면 지름이 가장 커야 하므로 자르는 평면이 구의 중심을 지나야 한다.

+ 스스로 점검하기 220쪽

1 (1) 회전체 (2) 원 (3) 합동, 선대칭도형

2 다면체: 삼각기둥, 육각뿔, 오각기둥, 사각뿔대, 정팔면체
회전체: 원뿔, 구, 원뿔대

3



4 ㄱ, ㄹ

5 48 cm^2

6



03 기둥의 겉넓이와 부피 221~225쪽

생각 펼치기

1 12, 12

2 | 예시 | 종이의 넓이는 2개의 밑면의 넓이와 옆면 전체의 넓이의 합으로 구할 수 있다.

1 (1) (겉넓이)$=174\ cm^2$ (2) (겉넓이)$=140\pi\ cm^2$

생각 펼치기

1 밑면인 삼각형의 밑변과 높이가 각각 직사각형의 가로와 세로의 길이와 같으므로 $\frac{1}{2}$배가 된다.

2 밑면인 삼각형의 밑변과 높이가 각각 직사각형의 가로와 세로의 길이와 같으므로 $\frac{1}{2}$배가 된다.

3 | 예시 | 높이가 같고 밑넓이가 $\frac{1}{2}$배이므로 부피 또한 $\frac{1}{2}$배가 된다.

2 (1) (부피)$=126\ cm^3$ (2) (부피)$=200\pi\ cm^3$

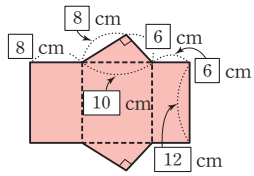
생각 더 나아가기

| 예시 | 직육면체 A의 부피는 $1440\ cm^3$이고, 직육면체 B의 부피는 $1500\ cm^3$이므로 B의 부피가 더 크다. 한편 직육면체 A의 겉넓이는 $808\ cm^2$이고, 직육면체 B의 겉넓이는 $800\ cm^2$이므로 A의 겉넓이가 더 크다. 따라서 세라의 추측은 옳지 않다.

+ 스스로 점검하기 226쪽

1 (1) 밑넓이, 옆넓이 (2) 밑넓이, 높이

2 (겉넓이)$=336\ cm^2$
(부피)$=288\ cm^3$



3 (전개도 위에서부터) 6, 12π, 9
(겉넓이)$=180\pi\ cm^2$, (부피)$=324\pi\ cm^3$

4 (겉넓이)$=(108+60\pi)\ cm^2$, (부피)$=108\pi\ cm^3$

5 주어진 입체도형의 겉넓이는 잘라내기 전의 직육면체의 겉넓이와 같다.
(밑넓이)$=300\ cm^2$, (옆넓이)$=1050\ cm^2$
(겉넓이)$=1650\ cm^2$

6 (캔 A의 겉넓이)$=162\pi\ cm^2$
(캔 B의 겉넓이)$=144\pi\ cm^2$
따라서 재료비가 적게 드는 캔은 B이다.

04 뿔의 겉넓이와 부피 227~231쪽

생각 펼치기

1 밑면: 사각형 모양, 옆면: 삼각형 모양

2 | 예시 | 종이의 넓이는 밑면의 넓이와 옆면 전체의 넓이의 합으로 구할 수 있다.

1 (1) (겉넓이)$=208\ cm^2$ (2) (겉넓이)$=52\pi\ cm^2$

2 (밑넓이의 합)$=80\ cm^2$, (옆넓이)$=120\ cm^2$
(겉넓이)$=200\ cm^2$

생각 펼치기

1 사각뿔의 부피는 사각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$배이다.

3 (1) (부피)$=192\ cm^3$ (2) (부피)$=50\pi\ cm^3$

4 (큰 원뿔의 부피)$=96\pi\ cm^3$
(작은 원뿔의 부피)$=12\pi\ cm^3$
(원뿔대의 부피)$=84\pi\ cm^3$

생각 더 나아가기

| 예시 | 원뿔의 전개도를 펼쳐 보면 옆면은 부채꼴 모양으로 나타나고 밑면의 둘레의 길이가 부채꼴의 호의 길이, 모선의 길이가 부채꼴의 반지름의 길이가 된다. 이안이와 다온이는 옆면의 전개도를 삼각형으로 착각하였다.

이를 바르게 고치면 다음과 같다.

이안: 원뿔의 옆면은 부채꼴 모양이다.

다온: 옆넓이는 $\frac{1}{2}\times(2\pi\times6)\times10=60\pi(\text{cm}^2)$이다.

스스로 점검하기 232쪽

1 (1) 밑넓이, 옆넓이 (2) $\frac{1}{3}$, 밑넓이, 높이

2 (밑넓이)$=4\pi$ cm^2, (옆넓이)$=10\pi$ cm^2
(겉넓이)$=14\pi$ cm^2

3 (1) (겉넓이)$=133$ cm^2, (부피)$=\frac{196}{3}$ cm^3
(2) (겉넓이)$=90\pi$ cm^2, (부피)$=100\pi$ cm^3

4 원기둥 모양의 잔

5 (1) 76.93 cm^3 (2) 2번

05 구의 겉넓이와 부피 233~235쪽

생각 펼치기

1 오렌지의 껍질로 4개의 원을 채울 수 있다.

2 구의 겉넓이는 원의 넓이의 4배이다.

확인하기 9, 36π

1 (1) 100π cm^2 (2) 147π cm^2

생각 펼치기

1 원기둥 모양의 그릇의 $\frac{2}{3}$ 높이까지 차오른다.

2 구의 부피는 원기둥의 부피의 $\frac{2}{3}$배이다.

확인하기 27, 36π

2 (1) 288π cm^3 (2) $\frac{250\pi}{3}$ cm^3

3 (작은 구의 부피)$=\frac{32}{3}\pi$ cm^3
(큰 구의 부피)$=288\pi$ cm^3
이므로 두 구의 부피의 비는 $\frac{32}{3}\pi:288\pi=1:27$이다.

4 $\frac{16}{3}\pi$ cm^3

생각 더 나아가기

(1) (사각기둥의 부피)$=1000$ cm^3
(원기둥의 부피)$=1122.88$ cm^3
(구의 부피)$=1381.35$ cm^3

(2) 사각기둥, 원기둥, 구의 겉넓이가 약 600 cm^{2}로 동일하지만 부피는 서로 다르다. 겉넓이가 같을 때 부피가 가장 큰 것은 구이고, 부피가 가장 작은 것은 사각기둥이다.

스스로 점검하기 236쪽

1 (1) $4\pi r^2$ (2) $\frac{4}{3}\pi r^3$

2 (겉넓이)$=324\pi$ cm^2, (부피)$=972\pi$ cm^3

3 84π cm^2

4 84π cm^2

5 3 cm

수학으로 탐험하기 238~239쪽

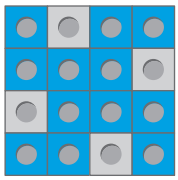
1 정육면체의 윗면과 아랫면에 사용된 연결큐브의 개수는 $4\times4\times2=32$(개)이고, 옆면의 나머지 부분에는 $32-8=24$(개)의 연결큐브가 필요하다. 따라서 필요한 연결큐브의 개수는 $32+24=56$(개)이다.

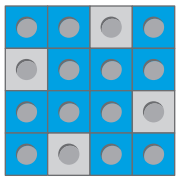
2 | 예시 | A 모형에 사용된 연결큐브는 10개, B 모형에 사용된 연결큐브는 8개이다. 정육면체를 만들기 위해서는 연결큐브가 56개 필요하므로 $56=10\times4+8\times2$가 되도록 A 모형을 4개, B 모형을 2개 사용하면 된다. B 모형을 4개, A 모형을 2개 사용하면 52개의 연결큐브를 사용하게 되므로 정육면체를 완성하지 못하기 때문이다.

3 (1) | 예시 | B 모형에 사용된 연결큐브는 8개이고, B 모형 4개를 연결하여 옆면을 만들면 그 모양이 오른쪽 그림과 같다.



정육면체의 나머지 부분을 채우기 위해 남은 두 밑면은 $56-8\times4=24$(개)로 만들어야 하고, 12개로 만든 밑면의 도안은 다음과 같다.


〈윗면〉


〈아랫면〉

(2) | 예시 |



스스로 마무리하기 240~242쪽

1 ②, ④ **2** 30개 **3** ①, ④

4 78 cm^2 **5** 162π cm^3 **6** 472 cm^3

7 7

8 겉넓이: 192π cm^2, 부피: 228π cm^3

9 162π cm^2 **10** 240π cm^3 **11** 208π cm^2

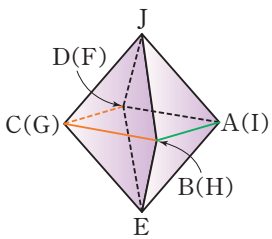
12 $(240\pi+160)$ cm^3 **13** 4.5 g

14 66 cm^2 **15** 144π cm^2

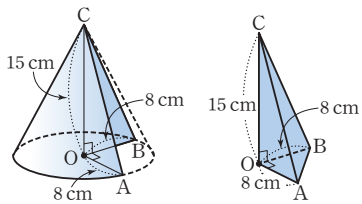
3 주어진 전개도를 접으면 오른쪽 정팔면체가 된다.

① 꼭짓점의 개수는 6개이다.

② 모서리 FG와 모서리 BC는 한 점에서 만난다.



12 주어진 입체도형을 다음과 같이 나누어 부피를 구한다.



(남은 원뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times64\pi\times15\times\frac{3}{4}$

$=240\pi(cm^3)$

(삼각뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times8^2\times15=160(cm^3)$

(입체도형의 부피) $=(240\pi+160)$ cm^3이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 남은 원뿔의 부피를 구한 경우	50 %
(ii) 삼각뿔의 부피를 구한 구한 경우	30 %
(iii) 정답을 구한 경우	20 %

13 (원래 치즈의 부피) $=2^3=8(cm^3)$

(자른 치즈의 부피) $=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\right)\times2$

$=\frac{4}{3}(cm^3)$

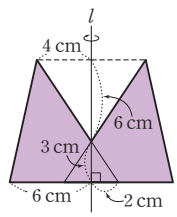
(남은 치즈의 부피) $=8-\frac{4}{3}=\frac{20}{3}(cm^3)$

원래 치즈와 남은 치즈의 부피의 비가 $8:\frac{20}{3}=6:5$

이므로 남은 치즈의 무게는 $5.4\times\frac{5}{6}=4.5(g)$이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 원래 치즈의 부피를 구한 경우	20 %
(ii) 자른 치즈의 부피와 남은 치즈의 부피를 구한 경우	50 %
(iii) 정답을 구한 경우	30 %

14 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 잘라서 생긴 단면은 오른쪽 그림과 같고, 단면의 넓이는 다음과 같다.



(사다리꼴의 넓이) $-$ (삼각형의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(8+12)\times9-\frac{1}{2}\times8\times6=66(cm^2)$

15 원뿔의 모선의 길이를 l cm라고 하자.

원뿔 아랫 부분 원의 둘레의 길이의 3배는 반지름의 길이가 l cm인 원주와 같으므로

$3\times2\times\pi\times6=2\times\pi\times l$

이고, $l=18$이다. 따라서 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times6^2+\frac{1}{2}\times12\pi\times18=144\pi(cm^2)$

이다.

Ⅷ 자료와 문제 해결

이것만은 알고 가기 246쪽

1 (1) 연날리기 (2) 28명

2 4개

3 (1) 35 % (2) 5명

01 대푯값 247~250쪽

생각 펼치기

1 $\frac{19+17+21+15+21+22+60}{7}=25$(회)

2 작은 값부터 크기순으로 나열하면 15, 17, 19, 21, 21, 22, 60이므로 한가운데 있는 값은 21회이다.

1 (1) 20 (2) 6.5

2 (1) 평균: 5.5편, 중앙값: 3.5편

(2) 관람한 영화의 편 수의 자료를 살펴보면 22편이라는 극단적인 값이 있어 평균에 영향을 준다. 이러한 경우는 중앙값이 대푯값으로 더 적절하다.

생각 펼치기

1 티셔츠의 크기의 평균은

$\frac{100+95+100+85+105+105+100+95+85+90}{10}$

$=96$(cm)

이다. 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

85, 85, 90, 95, 95, 100, 100, 100, 105, 105

이므로 중앙값은 $\frac{95+100}{2}=97.5$(cm)이다.

2 가장 많이 판매한 티셔츠의 크기는 100 cm이다.

확인하기 (1) 5 (2) 8, 9

3 (1) 260 mm (2) 김밥, 떡볶이

4 강아지

생각 더 나아가기

제기차기 횟수: 42회와 같이 극단적인 값이 있으므로 대푯값으로 중앙값이 적절하다. 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 42이므로 중앙값은 $\frac{4+5}{2}=4.5$(회)이다.

원하는 학급 티셔츠 색: 학급 티셔츠 색은 규격화된 것이므로 대푯값으로 최빈값이 적절하다. 분홍색이 4개로 가장 많으므로 최빈값은 분홍색이다.

국어 수행평가 점수: 성적이 고르게 분포되어 있으므로 대푯값으로 평균이 적절하다.

$(\text{평균})=\frac{10+9+10+8+7+8+9+10+10+9}{10}$

$=9$(점)

스스로 점검하기 251쪽

1 (1) 변량 (2) 대푯값 (3) 중앙값 (4) 최빈값

2 (1) 중앙값: 8, 최빈값: 9 (2) 중앙값: 24, 최빈값: 24

3 O형

4 ㄱ, ㄷ

5 181 cm

02 줄기와 잎 그림 253~255쪽

생각 펼치기

1 64세

2 20대

1 (1) 줄기와 잎 그림을 그리면 다음 그림과 같으며, 잎이 가장 많은 줄기는 2이다.

학생들이 대출한 책의 수

(0|5는 5권)

줄기	잎
0	5 6 6 8 9
1	0 1 6 6 7 8
2	0 1 2 3 3 6 8 9
3	1 2

(2) 4명

(3) | 예시 | 대출한 책의 수가 가장 많은 학생은 32권, 대출한 책의 수가 가장 적은 학생은 5권을 대출했다.

생각 더 나아가기



〈그림 1〉



〈그림 2〉

〈그림 1〉에서는 줄기에 십의 자리 이상의 수, 잎에 일의 자리 수를 나열했고, 〈그림 2〉에서는 줄기에 백의 자리 이상의 수, 잎에 십의 자리 이하의 수를 나열하였다. 〈그림 1〉의 줄기와 잎 그림이 〈그림 2〉보다는 자료의 분포 상태를 파악하는 데 더 편리하다.

+ 스스로 점검하기 256쪽

1 줄기, 잎

2

줄기	잎
3	0 3 6
4	5 7 8 8 9
5	1 4 7 7
6	0 1 1 7
7	7 9

3 (1) 20명 (2) 46세

4 (1) 7시대

(2) | 예시 | 열차 운행 횟수는 5시대가 가장 적고, 7시대가 가장 많다. 그리고 7시 이후에는 시간대별로 열차 운행 횟수가 점차 감소함을 알 수 있다.

03 도수분포표 257~259쪽

생각 펼치기

1 줄기를 백의 자리의 수로 정하면 줄기가 2개로 너무 적고, 줄기를 십의 자리 이상의 수로 정하면 줄기가 15개로 너무 많아서 자료의 전체 분포 상태를 알아보기 불편하다. 또한, 하루 평균 미세먼지 농도가 80 $\mu g/m^3$ 이상인 날수를 한눈에 알아보기도 어렵다.

2 3일

확인하기 20 $\mu g/m^3$ 이상 40 $\mu g/m^3$ 미만, 4

수학 호기심 도수분포표에서는 변량을 알 수 없으므로 가장 큰 변량을 알 수 없다.

1

생활 폐기물 발생량(kg)	마을 수(곳)
$0.8^{\text{이상}}$ ~ $1.0^{\text{미만}}$	2
1.0 ~ 1.2	5
1.2 ~ 1.4	7
1.4 ~ 1.6	2
합계	16

(2) 1.2 kg 이상 1.4 kg 미만

(3) 7곳

2



자료의 분포 상태를 알아보기 쉽지 않다.

생각 더 나아가기

| 예시 | • 우리나라의 합계 출산율은 경제협력개발기구 회원국 중에서 제일 낮다.

• 합계 출산율이 3명이 넘는 나라도 있다.

+ 스스로 점검하기 260쪽

1 도수분포표

2 (1)

최고 기온

최고 기온(℃)	날수(일)
$20^{\text{이상}}$ ~ $22^{\text{미만}}$	1
22 ~ 24	0
24 ~ 26	9
26 ~ 28	7
28 ~ 30	7
30 ~ 32	3
32 ~ 34	3
합계	30

(2) 24 ℃ 이상 26 ℃ 미만

3 6명

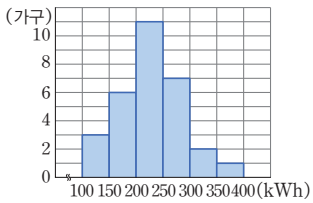
4 (1) 13 (2) 42.5 %

04 히스토그램과 도수분포다각형 261~264쪽

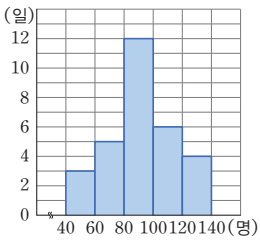
생각 펼치기

1 가로축은 전력 소비량, 세로축은 가구 수를 나타낸다.

2

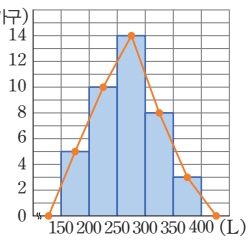


1



2 (1) 270 g 이상 280 g 미만 (2) 8개

3



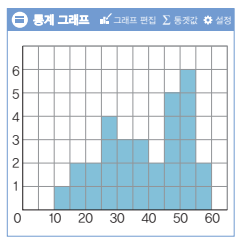
4 (1) 30마리 (2) 40 %

(3) | **예시** | 유기견 보호 센터에는 나이가 6~8세인 유기견의 수가 가장 많다.

5 (1)



(2)



(3) 방문객의 수가 가장 큰 계급의 도수가 계급의 크기가 10일 때는 8, 계급의 크기가 5일 때는 6으로 서로 다르다.

계급의 크기가 10일 때는 나이가 많을수록 도수가 점점 커지는데, 계급의 크기가 5일 때는 나이가 많은 계급의 도수가 계급의 크기가 10일 때보다 상대적으로 작아보인다.

생각 더 나아가기

혈액형은 A, B, O, AB의 4가지로 구분이 정확하므로 막대그래프로 나타내는 것이 적합하다. 학생들의 키는 몇 가지로 구분이 되지 않고 막대그래프로 나타내었을 때 자료의 분포를 알기 어려우므로 히스토그램이 더 적합하다.

+ 스스로 점검하기 265쪽

1 (1) 히스토그램 (2) 도수분포다각형

2 (1) 120개 (2) 14개

(3) | **예시** | 남은 유통 기한이 80일 이상 100일 미만인 과자의 수가 가장 많고, 남은 유통 기한이 20일 이상 40일 미만인 과자의 수가 가장 적다.

3 (1) 3개 이상 6개 미만 (2) 20 %

(3) | **예시** | 필기구가 3개 이상 6개 미만인 학생 수가 가장 많고, 12개 이상 15개 미만인 학생 수가 가장 적다.

4 ㄴ, ㄹ

+ 수학으로 세상보기 266쪽

1 세라: 도수분포표를 만들 때 계급의 크기를 일정하게 하지 않았으므로 실제로는 각 계급의 도수가 균등하지 않은 자료를 균등한 것으로 잘못 해석한 것이다.

2 지우: 히스토그램의 세로축의 눈금이 0부터 시작하지 않았기 때문에 직사각형의 세로의 길이가 2배라고 해서 학생 수가 2배라고 할 수 없다. 그래프를 통하여 자료의 분포 상태를 파악하려면 그래프가 왜곡되지 않도록 눈금을 0부터 시작해야 한다.

3 이안: 실제로 서울의 남자 인구의 나이별 분포와 여자 인구의 나이별 분포는 큰 차이가 없다. 그러나 세로축의 눈금의 단위가 다르기 때문에 남자 인구에 대한 그래프는 높낮이 차이가 크게 나타나고 여자 인구에 대한 그래프는 높낮이 차이가 없는 것처럼 보인다. 두 자료를 정확하게 비교, 분석하기 위해서는 세로축의 눈금의 단위를 같게 해야 한다.

05 상대도수와 그 그래프 267~270쪽

생각 펼치기

1 B 코스

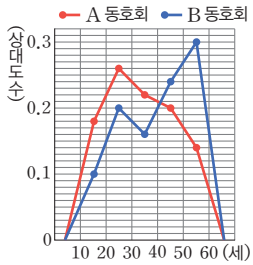
2 A 코스

1 (1) (위에서부터) 40, 0.4, 0.36, 0.15, 50, 0.25, 0.12

(2) 급식 만족도가 70점 이상 80점 미만인 학생의 비율은 1학년이 0.4, 3학년이 0.36이므로 1학년의 비율이 더 높다.

확인하기 (1) A (2) B, A

2 (1)



(2) 10세 이상 20세 미만, 20세 이상 30세 미만, 30세 이상 40세 미만

(3) 회원의 나이가 40세 이상인 계급에서 B 동호회의 상대도수가 더 크므로 B 동호회가 A 동호회보다 회원들의 나이가 대체적으로 더 많다고 할 수 있다.

생각 더 나아가기

노을: 노을이네 반과 다온이네 반의 학생 수가 다르면 15권 이상 20권 미만인 계급의 상대도수가 같아도 그 계급의 도수는 다르기 때문에 15권 이상 20권 미만인 학생의 수는 다를 수 있다. 따라서 노을이의 말은 옳지 않다.

다온: 읽은 책이 20권 이상인 계급에서 다온이네 반 학생들의 상대도수가 더 크므로 다온이네 반 학생들이 노을이네 반 학생들보다 전반적으로 책을 더 많이 읽었다고 할 수 있다. 따라서 다온이의 말은 옳다.

+ 스스로 점검하기 271쪽

1 (1) ○ (2) ×

2 (1) $A=0.2$, $B=9$, $C=0.16$, $D=25$, $E=1$

(2) 52 %

3 ㄱ, ㄴ

4 4명

통계적 문제 해결 272~275쪽

생각 펼치기

1 자료의 특성을 간단하게 정리함으로써 여러 가지 정보를 한눈에 파악하기 쉽고, 나아가 자료에 근거하여 의사결정을 하거나 문제를 해결하는 데도 도움이 된다.

2 우리 반이나 학교를 조사 대상으로 하여 일정 기간 동안의 급식 잔반량을 조사하여 이를 숫자나 그래프로 나타내면 음식물 쓰레기 배출량 줄이기 캠페인에서 유용하게 활용할 수 있다.

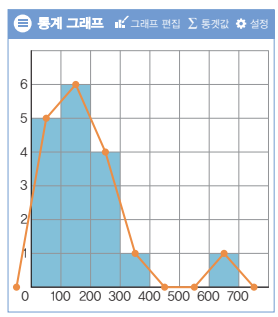
1 ㈎: 설문 조사, ㈏: 공공 자료 활용, ㈐: 직접 측정

2 (1) 평균: 약 191.65, 중앙값: 161

경기도의 중학교 수가 다른 지역에 비해 매우 크기 때문에 극단적인 값의 영향을 적게 받는 중앙값이 더 적절하다.

(2) | 예시 | 자료를 히스토그램이나 도수분포다각형으로 나타내면 중학교 수에 따른 지역의 분포 상태를 한눈에 알 수 있다.

전국 17개 시 · 도의 중학교 수



3 (1) 2023년 8월 한 달의 기온이 30 ℃ 이상인 날이 2003년 8월보다 많으므로 2023년 8월이 더 덥다고 말할 수 있다.

(2) | 예시 | 더위를 피할 수 있는 휴식 공간 조성, 폭염으로 인한 환자 발생 예방 조치 등을 건의할 수 있다.

생각 더 나아가기

가람이는 발의 크기를 직접 측정한 반면, 누리는 운동화 치수를 물어 보고 그 평균을 구했다. 조사한 자료가 수집한 방법과 기준이 달라 두 자료를 비교하는 것은 적절하지 않다. 또한, 가람이는 자료를 정리하여 최빈값으로, 누리는 평균으로 나타내었는데 두 집단을 비교할 때에는 같은 대푯값을 이용해야 한다.

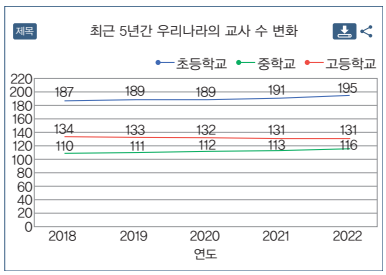
수학으로 탐험하기 276~277쪽

1 | 예시 | 최근 5년간 우리나라의 교사 수는 어떻게 변해 왔을까?

2 | 예시 |

탐구 문제	최근 5년간 우리나라의 초 · 중 · 고 교사 수는 어떻게 변해 왔을까?
조사 내용	2018년부터 2022년까지 우리나라의 초 · 중 · 고 교사 수를 조사한다.
조사 대상	우리나라의 초 · 중 · 고 교사
조사 방법	국가 통계 포털(KOSIS) 검색
조사 기간	20○○년 ○월 ○일

3 | 예시 | 최근 5년간 시간에 따른 교사 수의 변화를 알아보기에는 꺾은선그래프가 적절하다.



(출처: 지표누리, 2022)

4 | 예시 | 초등학교와 중학교 교사 수는 최근 5년간 조금씩 늘어난 반면, 고등학교 교사 수는 조금씩 줄어들었다. 이는 학교 수나 학생 수와 관련이 있을 수 있다. 최근 5년간 학교 수와 학생 수를 조사하여 교사 수와 실제로 관련이 있는지 찾아볼 수 있다.

5 | 예시 | 통계 자료를 수집할 때 성별, 지역 등 다양한 기준을 설정하여 다양한 정보를 수집할 수 있으며, 이를 통해 수집한 자료의 해석을 달리할 수 있다.

스스로 마무리하기 278~280쪽

1 ③ **2** 중앙값: 28.5회, 최빈값: 38회

3 (1) $A=50$, $B=2$ (2) 30회 이상 40회 미만

4 ③, ④ **5** 64 %

6 (1) 3개 (2) 여자 참가자

7 60점 이상 70점 미만 **8** 5 %

9 (1) 1반: 25명, 1학년: 200명 (2) 58등

7 $A:B=3:2$이므로 $A=3k$, $B=2k$라 하면

전체 학생 수가 40명이므로

$2+11+3k+2k+6+1=40$

$5k=20$, $k=4$이다.

$k=4$를 대입하면 $A=12$, $B=8$이다.

따라서 도수가 가장 큰 계급은 60점 이상 70점 미만이다.

채점 기준	배점 비율
(i) A, B의 값을 구한 경우	50 %
(ii) 도수가 가장 큰 계급을 구한 경우	50 %

8 규모 5.0 이상의 전체 지진 발생 횟수는

$10+25+18+13+10+3+1+1=80$(회)

규모 7.5 이상인 지진의 발생 횟수는

$3+1=4$(회)

이므로 $\frac{4}{80}\times 100=5$(%)이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 규모 5.0 이상의 전체 지진 발생 횟수를 구한 경우	30 %
(ii) 규모 7.5 이상인 지진의 발생 횟수를 구한 경우	30 %
(iii) 규모 7.5 이상인 지진의 발생 횟수의 백분율을 구한 경우	40 %

9 (1) 1반 전체 학생 수는

$$\frac{3}{1-(0.08+0.2+0.36+0.24)}=25\text{(명)}$$

이고, 1학년 전체 학생 수는

$$\frac{28}{1-(0.04+0.25+0.33+0.24)}=200\text{(명)}$$

이다.

(2) 1반에서 달리기 기록이 7등인 학생이 차지하는 비율은 $\frac{7}{25}=0.28$이고, 달리기 기록이 7초 미만인 계급의 상대도수의 합이 $0.2+0.08=0.28$이므로 1반에서 7등인 학생의 기록은 7초 미만이다.

따라서 1학년 전체에서 달리기 기록이 7초 미만인 학생 수는

$200\times(0.04+0.25)=58$(명)

이므로 1반에서 7등인 학생은 1학년 전체에서 최소 58등이다.

찾아보기

ㄱ

각뿔대 212
거듭제곱 13
결합법칙 45, 55
계급 258
계급의 크기 258
계수 78
교각 146
교선 142
교점 142
교환법칙 45, 55
그래프 113
근 88
꼬인 위치 151

ㄴ

내각 183

ㄷ

다면체 211
다항식 78
단항식 78
대각 164
대변 164
대입 76
대푯값 247
도수 258
도수분포다각형 262
도수분포표 258
동류항 83
동위각 157
두 점 사이의 거리 143
등식 87

ㅁ

맞꼭지각 146
미지수 88
밑 13

ㅂ

반비례 127
방정식 88
변량 247
변수 113
부채꼴 194
분배법칙 57

ㅅ

삼각형의 합동 조건 171
상대도수 267
상수항 78
서로소 20
소수 11
소인수 15
소인수분해 15
수선의 발 148
수직선 37
수직이등분선 148
순서쌍 110

ㅇ

양수 35
양의 부호(+) 35
양의 유리수 36
양의 정수 36
엇각 157
x좌표 110
x축 110
역수 60
y좌표 110
y축 110
외각 183
원뿔대 218
원점 110
유리수 36
음수 35
음의 부호(−) 35
음의 유리수 36
음의 정수 36
이항 91
일차방정식 93
일차식 79

ㅈ

작도 161
절댓값 39
정다면체 213
정비례 120
정수 36
제1사분면 111
제2사분면 111
제3사분면 111
제4사분면 111
좌표 109
좌표축 110
좌표평면 110
줄기와 잎 그림 253
중심각 194
중앙값 248
중점 143
지수 13
직교 148

ㅊ

최빈값 249
차수 79

ㅍ

평각 146

ㅎ

할선 194
합성수 11
항 78
항등식 88
해 88
현 194
호 194
활꼴 194
회전체 217
회전축 217
히스토그램 261

〔 기호 〕

$||$ 39
$\leq$ 41
$\geq$ 41
$\overleftrightarrow{AB}$ 142
$\overrightarrow{AB}$ 142
$\overline{AB}$ 142
$//$ 150
$\angle ABC$ 145
$\perp$ 148
$\triangle ABC$ 164
$\equiv$ 170
$\overset{\frown}{AB}$ 194
π 198

사진·인용 자료 출처

사진 자료 출처

게티이미지 141쪽, 156쪽, 179쪽, 193쪽, 220쪽, 224쪽
셔터스톡 13쪽, 25쪽, 26쪽, 35쪽, 45쪽, 64쪽, 73쪽, 87쪽, 100쪽, 113쪽, 114쪽, 116쪽, 117쪽, 121쪽, 127쪽, 141쪽, 145쪽, 150쪽, 151쪽, 152쪽, 164쪽, 189쪽, 193쪽, 194쪽, 197쪽, 207쪽, 211쪽, 218쪽, 221쪽, 227쪽, 243쪽, 299쪽, 300쪽, 302쪽, 306쪽
이미지코리아 243쪽
이미지투데이 128쪽
헬로포토 120쪽, 121쪽, 247쪽
기타 179쪽 문화재청, 192쪽 창원역사민속관

*출처 표시를 안 한 사진 및 삽화 등은 저작자 및 발행사에서 저작권을 가지고 있는 경우임.

인용 자료 출처

12쪽 고상숙, 고호경, 『청소년을 위한 서양수학사』, 두리미디어, 2006, 102~106쪽
26쪽 한국인터넷진흥원(https://www.kisa.or.kr), 암호기술의 역사, 2019
31쪽 교육부, 한국직업능력연구원, 「4차 산업혁명시대 미래직업 가이드북」, 2018, 112~115쪽
35쪽 마이클 J. 브래들리, 『달콤한 수학사』, 지브레인, 2016, 136쪽
39쪽 박교식, 「수학기호 다시보기」, 수학사랑, 2004, 42~43쪽
45쪽 뉴스1(https://www.news1.kr), 2023. 1. 30.
46쪽 김화영, 『교과서를 만든 수학자들』, 글담출판사, 2006, 168~175쪽
64쪽 국립중앙과학관(https://www.science.go.kr), 마방진, 2015
69쪽 EBS Math(https://www.ebsmath.co.kr), 음의 조화와 피타고라스의 음률, 2013
73쪽 고상숙, 고호경, 『청소년을 위한 서양수학사』, 두리미디어, 2006, 258쪽
76쪽 연합뉴스(https://www.yna.co.kr), 2021. 12. 30.
91쪽 김화영, 『교과서를 만든 수학자들』, 글담출판사, 2006, 89쪽
94쪽 김화영, 『교과서를 만든 수학자들』, 글담출판사, 2006, 79쪽
99쪽 이은영, 「수학 古典 문제를 활용한 학습 지도 연구」, 2002, 9쪽
100쪽 금강일보(https://www.ggilbo.com), 2019. 4. 11.
구로구보건소(https://www.guro.go.kr/health/index.do), 운동별 칼로리 소모량, 2022
101쪽 식품의약품안전처(https://www.mfds.go.kr), 식품 영양 성분 데이터베이스, 2020
105쪽 박구연, 『수학으로 보는 4차 산업과 미래 직업』, 지브레인, 2019, 32~40쪽
108쪽 국가통계포털(https://kosis.kr), 1인 가구 비율, 2023
110쪽 고상숙, 고호경, 『청소년을 위한 서양수학사』, 두리미디어, 2006, 150쪽
119쪽 황종대, 고동수, 「LED 광원의 광파장 특성에 따른 식물의 성장도 평가」, 한국기계가공학회, 2014, 103~104쪽
137쪽 산업수학혁신센터(https://icim.nims.re.kr), 산업 수학 소개, 2016
141쪽 양성덕, 조경희, 「힐베르트의 저서 '기하학의 기초'에 관하여」, 2011, 66쪽
147쪽 계영희, 김성숙, 김성옥, 김완순, 박혜숙, 신경희, 이정례, 정문자, 최은미, 『행복한 교과서, 수학자를 만나다』, 경문사, 2006, 16쪽
156쪽 한겨레(https://www.hani.co.kr), 2018. 5. 17.
163쪽 고상숙, 고호경, 『청소년을 위한 서양수학사』, 두리미디어, 2006, 53쪽
179쪽 문화재청, 『무형문화재 이야기 여행』, 2016, 280~285쪽
190쪽 Sir Thomas Heath, 「A History of Greek Mathematics Volume Ⅰ」, Oxford at the Clarendon Press, 1921, 143~144쪽
193쪽 나우뉴스(https://nownews.seoul.co.kr), 2015. 8. 18.
198쪽 David Eugene Smith, 「A Source Book in Mathematics」, McGraw-Hill Book Company, 1929, 346쪽
207쪽 아시아경제(https://www.asiae.co.kr), 2021. 12. 26.
213쪽 계영희, 김성숙, 김성옥, 김완순, 박혜숙, 신경희, 이정례, 정문자, 최은미, 『행복한 교과서, 수학자를 만나다』, 경문사, 2006, 44쪽
230쪽 정영우, 김부윤, 「각뿔의 부피 구하기에 대한 수학사적 고찰」, 2017, 162쪽
233쪽 김화영, 『교과서를 만든 수학자들』, 글담출판사, 2006, 58쪽
237쪽 홍갑주, 『아르키메데스가 들려주는 무게중심과 회전체 이야기』, 자음과모음, 2008년, 144~145쪽
243쪽 장수영, 안성훈, 이원구, 신관우, 서덕영, 신선경, 박헌균, 김가형, 김형진, 『10대를 위한 적정 기술 콘서트』, 7분의언덕, 2021, 12~13쪽
247쪽 통계청(https://kostat.go.kr), 통계의 창 「통계인문학과 만나다 Ⅱ 데이터 시대는 언제부터 시작되었을까」, 2018
252쪽 이정진, 김진호, 김규영, 최정숙, 김주환, 임대환, 전백근, 노형준, 『손안의 통계』, 한국통계진흥원, 2011, 210~211쪽
254쪽 Chun-houh Chen, Wolfgang Härdle, Antony Unwin, 「Handbook of Data Visualization」, Springer-Verlag Berlin, 2008, 39쪽
259쪽 경제협력개발기구(OECD)(https://www.oecd.org), OECD Family Database Fertility rates, 2023
262쪽 Raymond Flood, Adrian Rice, Robin Wilson, 「Mathematics in Victorian Britain」, Oxford University Press, 2011, 12쪽
Yadolah Dodge, 「The Concise Encyclopedia of Statistics」, Springer New York, 2008, 242~243쪽
266쪽 통계청, 「2020 인구주택총조사보고서」, 2020, 32쪽
274쪽 교육통계서비스(https://kess.kedi.re.kr), 유초중등 학교급별 개황, 2022
276쪽 교육부, 한국직업능력연구원, 「초·중등 진로 교육 현황 조사」, 학생의 희망 직업, 2022, 91쪽
281쪽 교육부, 한국직업능력연구원, 「4차 산업혁명시대 미래직업 가이드북」, 2018, 80~83쪽
317쪽 지표누리(https://www.index.go.kr), 초중등교육규모, 2022

*집필진의 직접 집필인 경우 출처를 밝히지 않았음.

QR코드 URL

14쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/ETi07eQOnQuLINS2
17쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/CWwYdlVXW0AdBygy
21쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/jXTcm7hsQLxYMce4
24쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/n8ZlJprtDV6lHf2V
30쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/UMjSX3ZN9AhgOUHk
38쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/DlL5U57mTAlolTHu
42쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/2yjrftzi0n85gxaz
47쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/NcE9wtNAMKEOGaCB
51쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/2Rf1KaP4MrxpLia4
58쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/Fq4K2Bmlc7F8vhrU
62쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/TCoznjPILpvXuZE5
68쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/nlUEyeJzNttitvAn
77쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/DTdKs2yqcJ1nxkxt
82쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/3RJStY2EoogH5VNW
86쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/bw09GehVrfDprU8N
92쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/V1atQWmmkiCiSZoL
98쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/g5ftTP3yZDsQ73TS
104쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/lBenontt3KS4dtLA
112쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/mC9tQ5TxNLWVT7H7
118쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/D9mZeNPzM6DBfQMm
124쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/hDwQaWvFTAVbWKT4
125쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/wlcYAvaQ0J5UoDy4
130쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/qb4Ne1ZXpHRaatdX
131쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/mGgD6Mf66qlx5ZUk
136쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/bUXuB5aLst5RyzCW
144쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/Q9lRVlch3HNKt14S
146쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/xKJhLpyRAr0mMD1S
149쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/brNGqAtMWZRYUkgw
155쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/5xoRooHmwPl6VbIg
158쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/tYetxxTEHu3vncVv
160쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/a9tavG105TEPRMJy
169쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/svpXEQal910QsYWu
173쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/TdLsFrXShDSPJbC0
174쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/DGKWaopumihmeskx
178쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/R7ggLkvTYaPLgUPg
185쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/kedvmZUydPk8nVO6
189쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/xioDV3HlRzxnlVZU
192쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/0ssssF1g1ElYBLbu
197쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/BJPvAiZCi23zOXwo
198쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/o0wRrlJLuAqXhQmP
201쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/QfcGrQO1hOvo9Fo4
202쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/vSjFEqZplvHuRmPw
206쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/YX1zz1gmqe8AncqB
215쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/1LMqhyJy6SCyyEFP
216쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/lLY1AdRxKFCmi4r7
220쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/Qn6zULLZ0tjcvDEM
226쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/6t8lxDSlyLdmtdYx
232쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/nFe15ZrMM0TdhMAK
236쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/ap39rymJqDiNSHjN
242쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/1gqlVKVF8HRqKa9O
251쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/RuJZ2VAASVxlKGa8
255쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/VYuHxomgecHmu3al
255쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/TR6yOK4KYulOSCaJ
256쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/HJ7XywfxE17NXy5W
259쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/ODPm5ZHchYbGFNLp
259쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/yU7Hv3AjjlIDXix6
260쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/d4Kzo2M8MBOaMbxi
264쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/M98MJtTSMhc9xlvP
264쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/lLaM5bURexdhR4L9
265쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/segsjSV2zG3CtJg6
270쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/QyXxm2HX4okpMaOX
271쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/OptzKgE6b1cOM63j
274쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/jTekrn701L0SMlrN
277쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/xpn0wP3hoXhdxR61
280쪽 https://code.jihak.co.kr/qr/VLeWeTKGkroVYfRg

집필진

장경윤 건국대학교 | 집필 총괄 |
이동환 부산교육대학교 | Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ단원 집필 |
변규미 언남고등학교 | Ⅱ, Ⅲ단원 집필 |
최소연 수곡중학교 | Ⅰ, Ⅱ단원 집필 |
강현영 목원대학교 | Ⅴ, Ⅵ, Ⅶ단원 집필 |
탁병주 전주교육대학교 | Ⅳ, Ⅷ단원 집필 |
이대영 부여중학교 | Ⅴ, Ⅵ단원 집필 |
홍창섭 경희여자고등학교 | Ⅷ단원 집필 |
안재만 공주대학교 | Ⅴ, Ⅵ, Ⅶ단원 집필 |
구나영 경기과학고등학교 | Ⅴ, Ⅶ단원 집필 |
지영명 대전신계중학교 | Ⅳ단원 집필 |

검정심의회

한국과학창의재단

편집 책임 이성주 **편집** 김영성, 윤주홍, 이서현, 송유선
디자인 책임 김의수 **표지 디자인** 홍윤환 **내지 디자인** 이태은
표지 삽화 언리밋조 **내지 삽화** 한주형, 최은미, 도미니 **조판** 동국문화 **컷** 윤은경, 정은경

교육부의 위탁을 받아 한국과학창의재단이 검정 심사를 하였음.

중학교 **수학 1**

2025. 3. 1. 초판 발행 **정가** 원
지은이 장경윤 외 10인
발행인 (주)지학사 (서울특별시 마포구 신촌로6길 5)
인쇄인 벽호 (경기도 파주시 한빛로 43)

이 교과서의 본문 용지는 우수 재활용 제품 인증을 받은 재활용 종이를 사용하였습니다.

교과서에 대한 문의 사항이나 의견이 있으신 분은 '교과서민원바로처리센터(전화: 1566-8572, www.textbook114.com 또는 www.교과서114.com)'에 문의하여 주시기 바랍니다.

이 도서에 게재된 저작물에 대한 보상금은 문화체육관광부 장관이 정하는 기준에 의거 **사단법인 한국문화예술저작권협회**(전화 02-2608-2800, www.kolaa.kr)에서 저작재산권자에게 지급합니다.

내용 관련 문의: (주)지학사 콘텐츠사업본부 수학팀 전화: (02) 330-5353 전송: (02) 325-8004
공급 업무 대행: 사단법인 한국교과서협회 (10881) 경기도 파주시 문발로 439-1 (신촌동 734-1)
개별 구입 문의: 홈페이지 주소 www.ktbook.com 전화 031 - 956 - 8581~4 사단법인 한국교과서협회